

ÉCOLE DOCTORALE ÉNERGIE MATÉRIAUX SCIENCES DE LA TERRE ET DE L'UNIVERS

Laboratoire Pluridisciplinaire de Recherche en Ingénierie des
Systèmes, Mécanique et Energétique

THÈSE présentée par : **Franck PLUVINAGE**

soutenue le : **08 Octobre 2015**

pour obtenir le grade de : **Docteur de l'Université d'Orléans**

Discipline : Mécanique des Fluides

Effets d'interfaces poroélastiques sur la stabilité d'un écoulement incompressible cisailé

THÈSE dirigée par :

Azeddine KOURTA

Professeur, PRISME, Université d'Orléans

RAPPORTEURS :

Uwe EHRENSTEIN

Professeur, IRPHE, Université d'Aix-Marseille

Jean-Christophe ROBINET

Professeur, DYNFLUID, ENSAM Paris

JURY :

Alessandro BOTTARO

Examineur

Professeur, DICCA, Università di Genova, Italy

Uwe EHRENSTEIN

Rapporteur

Professeur, IRPHE, Université d'Aix-Marseille

Azeddine KOURTA

Directeur de thèse

Professeur, PRISME, Université d'Orléans

Jean-Christophe ROBINET

Rapporteur

Professeur, DYNFLUID, ENSAM Paris

Denis SIPP

Examineur

Maître de recherches, ONERA DAFE, Meudon

José Eduardo WESFREID

Président

Directeur de recherches CNRS, PMMH, ESPCI
Paris

“Par exemple, sur la planète Terre, l’homme a toujours considéré qu’il était plus intelligent que les dauphins sous prétexte qu’il avait inventé toutes sortes de choses – la roue, New York, les guerres, etc. – tandis que les dauphins quant à eux n’avaient jamais rien su faire d’autre que déconner dans l’eau et plus généralement prendre du bon temps. Mais, réciproquement, les dauphins s’étaient toujours crus bien plus intelligents que les hommes – et précisément pour les mêmes raisons.”

Douglas Adams, Le Guide du voyageur galactique

Remerciements

Lorsqu'une thèse se déroule dans des conditions aussi peu orthodoxes, les remerciements y tiennent forcément une place primordiale, bien loin de la figure imposée.

Je dois en effet bien plus qu'une aide constante à mes deux mentors et amis : Azeddine "Obiwan" Kourta et Alessandro "Qui-Gon" Bottaro, dont la bienveillance n'eut d'égale que l'incroyable efficacité. Qui d'autre qu'eux aurait fait confiance à un prof frappé du double de la limite d'âge, n'ayant jamais touché Matlab et pour qui Navier-Stokes était un personnage des Experts Las Vegas ?

Grâce à eux j'ai pu redevenir étudiant l'espace de quelques mois.

Je remercie également les autres membres du jury : José Eduardo WESFREID, Denis SIPP, Jean-Christophe Robinet et Uwe Ehrenstein, d'avoir consacré un temps précieux à cette soutenance –certains après avoir parcouru des centaines de kilomètres ! Je suis particulièrement touché du fait que ces deux derniers aient bien voulu rapporter sur mon travail. C'est un inoubliable honneur pour moi.

J'ai aussi trouvé à Orléans toute l'aide dont j'avais besoin quand j'en avais besoin ; en la personne d'Eric Blond pour m'initier à l'homogénéisation, d'Audrey Feuvrier pour me connecter au monde des doctorants et me faire bénéficier de meilleures conditions de travail, de Nicolas Mazellier pour gérer et maintenir le précieux serveur ainsi que pour m'assister dans les moments critiques, de Sandrine Aubrun enfin pour m'avoir intégré à l'axe ESA en tant qu'organisme rapporté... Sans oublier les autres, doctorants ou enseignants, que les séminaires PRISME m'ont permis de côtoyer et d'apprécier –pour certains dans tous leurs états ! Je vous suis redevable à tous.

Surtout, je tiens à remercier Christine Rousselle pour la protection constante et discrète dont elle m'a fait bénéficier ; je lui dois une grande partie du temps que j'ai pu consacrer à ces recherches.

Certains de mes collègues de Chartres m'ont également soutenu –en première ligne desquels Ouafae Bennis et Frédéric Auléry– et j'ai pu apprécier l'aide des deux Thierry (Devers et Le Grivès) ; je m'excuse auprès de tous les autres pour le désordre occasionné par cette thèse, notamment lors de la dernière année où je n'effectuais que la moitié de mon service d'enseignement.

Je termine naturellement en exprimant toute ma gratitude et mon admiration à Stéphanie qui a supporté trois ans de plus son hyperactif compagnon et l'a soutenu dans ses péripéties. Promis, un jour je me calmerai.

Table des matières

Introduction	1
Bref historique de l'étude des interfaces fluide-structure.	1
Objectifs et motivations de l'étude	4
Organisation du mémoire	6
1 Théorie de la stabilité des écoulements	9
1.1 Phénomènes liés à la couche limite	9
1.1.1 Couche limite	9
1.1.2 Effort de traînée	10
1.2 Contrôle de la transition	11
1.3 Stabilité des perturbations	12
1.3.1 Analyses spatiale et temporelle	12
1.3.2 Convectivité des instabilités	13
1.4 Principales instabilités présentes dans les écoulements incompressibles.	15
1.4.1 Instabilités d'origine fluide	16
1.4.1.1 Ondes de Tollmien-Schlichting	17
1.4.1.2 Tourbillons Crossflow (ou d'écoulement transverse)	19
1.4.2 Instabilités d'origine solide	21
1.4.2.1 Instabilités de paroi ou Travelling Wave Flutters (TWF).	21
1.4.2.2 Instabilité de divergence	23

1.4.3	Instabilités absolues générées par coalescence	26
1.4.4	Typologies des instabilités	29
2	Formulation du problème de stabilité	33
2.1	Equations de Navier Stokes linearisées pour les petites perturbations dans un fluide incompressible.	33
2.1.1	Cas d'un écoulement laminaire	34
2.1.2	Cas d'un écoulement turbulent	36
2.2	Ecoulements dans une couche limite 2D laminaire	38
2.2.1	Couche limite 2D non aspirée	38
2.2.1.1	Solution de Blasius au profil d'écoulement sur plaque plane à gradient de pression nul	39
2.2.1.2	Solution de Falkner-Skan au profil d'écoulement bidimensionnel sur plaque plane à gradient de pression non nul	40
2.2.2	Couche limite 2D aspirée.	41
2.3	Ecoulements dans une couche limite 3D laminaire	42
2.3.0.1	Solution de Falkner-Skan-Cooke aux profils d'écoulement	43
2.4	Ecoulements dans une couche limite 2D turbulente	46
2.5	Conditions aux limites	46
2.5.1	Conditions à la limite de la jonction au courant externe	46
2.5.2	Conditions aux limites au contact de la paroi	48
2.5.2.1	Evolution historique de la compliance	48
2.5.2.2	Modélisation de la compliance	50
2.5.2.3	Modélisation de la perméabilité par la méthode d'homogénéisation	53
2.5.2.4	Valeur dimensionnelle des paramètres de paroi	60
2.6	Validation de la modélisation choisie.	62
2.6.1	Validation spatiale et temporelle du code de base (couche limite de Blasius).	63
2.6.2	Validation du rôle du gradient de pression (couche limite de Falkner-Skan).	65

2.6.3	Validation du rôle de l'angle de flèche (couche limite de Falkner-Skan-Cooke). .	67
2.6.4	Validation d'une coalescence entre deux modes d'instabilité	69
2.7	Conclusion	70
3	Analyse linéaire de la couche limite hydrodynamique sur une paroi poroélastique	73
3.1	Evolution des instabilités le long d'une aile en flèche	73
3.1.1	Etude du mode TS	74
3.1.2	Etude du mode CF	74
3.2	Influence de la perméabilité.	75
3.3	Paroi compliant.	79
3.3.1	Effets de la compliance sur une couche limite de Blasius	79
3.3.2	Effets de la compliance sur une couche limite tridimensionnelle	83
3.4	Parois poroélastiques	87
3.4.1	Effets de la poroélasticité sur une couche limite de Blasius	87
3.4.2	Effets de la poroélasticité sur une couche limite tridimensionnelle	89
3.5	Conclusions	90
4	Analyse linéaire d'une couche limite aérodynamique aspirée sur une paroi poroélastique	95
4.1	Le modèle	96
4.2	Comparaison avec les résultats expérimentaux de Fransson & Alfredsson	97
4.2.1	Comparaison en termes de nombre d'onde	99
4.2.2	Influence de la perméabilité de la surface	100
4.3	Effet de la compliance et de la perméabilité sur les modes TS	103
4.4	Instabilité absolue	105
4.5	Conclusions	110
5	Analyse linéaire de la couche de mélange turbulente de l'écoulement à travers une canopée	113

5.1	Modélisation du problème	114
5.1.1	Equations de l'écoulement	114
5.1.2	Profil de la vitesse moyenne	116
5.2	Etude de la stabilité de l'écoulement sur une canopée	121
5.2.1	Equations de l'écoulement perturbé	121
5.2.2	Résultats de l'analyse de stabilité linéaire	122
5.2.2.1	Influence des différents facteurs d'instabilité	122
5.2.2.2	Influence réelle de l'effort de traînée	125
5.2.2.3	Etude analytique de stabilité basée sur un profil en lignes brisées. . .	126
5.3	Conclusion	128
Conclusion générale et perspectives		131
Bibliographie		135
ANNEXES		149
ANNEXE A : Code d'analyse linéaire temporelle de la stabilité d'une couche limite tridimensionnelle.		150
ANNEXE B : Code de calcul de matrices différentielles de Chebyshev (créé par J.A.C. Weideman et S.C. Reddy).		153
ANNEXE C : Code de calcul du profil de la vitesse moyenne dans un écoulement tridimensionnel.		154
ANNEXE D : Code d'analyse linéaire temporelle de la stabilité d'une couche limite aspirée bidimensionnelle.		157
ANNEXE E : Code d'analyse linéaire spatiale de la stabilité d'une couche limite aspirée. . .		160
ANNEXE F : Code de calcul du profil de la vitesse moyenne d'une couche de mélange de canopée		163
ANNEXE G : Code d'analyse linéaire de la stabilité d'une couche de mélange de canopée. .		166

Table des figures

1	Structure de la peau des dauphins. (a) : Section transversale ; (b) Coupe 'AA' au niveau des papilles dermiques ; (c) Vue de face. Légende : a : Rides cutanées ; b : papilles dermiques ; c : ridules dermiques ; d : couche épidermique supérieure ; e : tissus gras. (extrait de Carpenter et al. [27]).	2
1.1	Répartition de la vitesse d'écoulement dans la couche limite.	10
1.2	Représentation schématique des traînées de pression (en rouge) et de friction (en vert) sur un corps volumique.	11
1.3	Evolution de la couche limite avec l'augmentation du nombre de Reynolds le long d'une plaque plane.	11
1.4	Observation de la croissance lors d'une étude temporelle et spatiale	13
1.5	Classification des instabilités en fonction de leur mobilité. En grisé : zone d'instabilité.	14
1.6	Instabilités d'origine fluide présentes sur une aile en flèche (écoulement 3D). En majuscules : instabilités présentes également sur une aile droite (écoulement 2D).	16
1.7	Profils de vitesses inflexionnels. A gauche : sur une couche limite bidimensionnelle de type Falkner-Skan (d'après Cooper & Carpenter [45]) ; à droite : sur la vitesse transversale d'un profil tridimensionnel de type Falkner-Skan-Cooke (d'après Kuraishi [104]).	17
1.8	Courbes neutres de l'onde TS pour des valeurs décroissantes du module d'Young dans le sens des flèches, d'une paroi rigide (courbe pointillée) à une valeur de $E = 10^5 Pa$ (d'après Carpenter & Garrad [29]).	18
1.9	Courbe de stabilité marginale obtenue sur disque tournant par Cooper & Carpenter [46], dans le plan β -Re, β étant le nombre d'onde azimutal.	20

1.10	Courbes de stabilité marginale d'une couche limite de Blasius sur revêtement de type Kramer sans substrat ($E = 5 \times 10^5 Pa$). La zone cernée d'un trait plein représente le domaine d'instabilité du mode TS, celle dans le trait ombré le domaine d'instabilité des modes TWF. Les motifs illustrent l'effet déstabilisant de l'amortissement viscoélastique du revêtement sur le mode TS. (d'après Carpenter & Garrad [29])	22
1.11	Courbes de stabilité marginale des ondes TS (TSW) et de paroi (TWF) dans une couche limite de Blasius sur revêtement de type Kramer (d'après Lucey & Carpenter [117]) .	22
1.12	Profils de déplacement de la paroi obtenus par simulation numérique. L'onde de paroi, dirigée de gauche à droite, est générée près du bord amont d'un court panneau compliant. (D'après Lucey et al. [114]). Ces représentations, qui illustrent le caractère convectif des ondes TWF et absolu de l'instabilité de divergence, sont à rapprocher des fig. 1.5(a) et 1.5(b).	23
1.13	Visualisation de l'instabilité de divergence en nage rapide sur le ventre d'un dauphin. Photo extraite d'Aleyev [2]	24
1.14	Mise en évidence de l'instabilité de divergence sur un matériau viscoélastique homogène dans la zone turbulente générée par un élément de rugosité. (Figure extraite de Gad-el-Hak et al. [70]	24
1.15	Visualisation de la coalescence entre un mode TS et un mode évanescent dans une couche limite de Blasius sur une paroi compliant amortie, pour $Re = 2000$; a : dans le plan de Laplace (<i>branch point</i>); b : dans le plan de Fourier (<i>pinch point</i>) (Figures extraites de Wiplier & Ehrenstein [174])	27
1.16	Typologie des instabilités fluide-solide pour la couche limite incompressible sur paroi compliant. (d'après la figure 1 de Gad-El-Hak [69])	30
2.1	Profils de vitesse dans une couche limite 2D à gradient de pression variable. En bleu : couche limite de Blasius; en vert : couche limite de Falkner-Skan pour un gradient de pression favorable ($m=0.7$); en rouge : couche limite de Falkner-Skan pour un gradient de pression adverse ($m=-0.09$).	39
2.2	Couche limite 2D sur une aile droite	40

2.3	Profils de vitesse dans une couche limite 2D. En bleu : couche limite de Blasius ; en rouge : couche limite aspirée ; en noir : différence entre les deux profils.	41
2.4	Modélisation de la couche limite sur une aile en flèche de longueur infinie (d'après Corbett & Bottaro [48]).	44
2.5	Composantes de la vitesse du fluide sur une aile en flèche.	44
2.6	Evolution du nombre de Reynolds critique de l'onde TS sur une aile droite (trait pointillé), et des tourbillons CF sur une aile en flèche (trait plein) (d'après L.M. Mack [119])	45
2.7	Paroi compliant de Kramer (toutes les dimensions sont en mm). En haut : section transversale ; En bas : coupe au niveau des plots de caoutchouc. (Figure extraite de Carpenter & Garrad [29] et basée sur les dessins de Kramer [101])	49
2.8	Modèle surfacique établi par Garrad & Carpenter [29] et Davies & Carpenter [51]. La paroi est composée d'une plaque mince flexible reliée à une base rigide par un ensemble de ressorts et d'amortisseurs. Seul son déplacement normal η est considéré. (figure non à l'échelle)	49
2.9	A gauche : dispositif expérimental de Gaster [73] (1987). Une perturbation TS de fréquence fixée est générée en amont de la surface compliant. L'onde repérée TWF est une onde de paroi (Travelling-Wave Flutter). A droite : Modèle volumique homogène à double couche utilisé dans ce dispositif.	50
2.10	Modèle volumique homogène à simple couche (d'après Gad-el-Hak [69]).	50
2.11	Modèle anisotrope de Grosskreutz et sa modélisation (d'après Gad-el-Hak [69]).	50
2.12	Courbes neutres de l'instabilité TS ; trait plein : Paroi rigide ; trait pointillé : membrane tendue sans ressort, à $T = 8700/Re$; (extrait de Wiplier & Ehrenstein [173])	52
2.13	Division du domaine en cellules de base	55
2.14	Convergence de la porosité	55
2.15	variation à l'échelle microscopique et à l'échelle macroscopique	55
2.16	Modélisation surfacique d'un revêtement compliant perméable, avec V_p comme vitesse de perméation	61
2.17	Validation du spectre temporel relatif à une couche limite de Blasius ; a : Spectre issu des travaux de Schmid & Henningson [154] ; b : Spectre de validation ($Re_\delta = 500$, $\alpha = 0.2$)	63

2.18	Validation des profils du mode TS le plus instable dans une couche limite de Blasius, pour $Re_\delta = 500$ et $\alpha = 0.2$	64
2.19	Validation du spectre spatial relatif à une couche limite de Blasius ; a : Spectre issu des travaux de Schmid & Henningson [154] ; b : Spectre de validation ($Re_\delta = 1000$, $\omega = 0.26$)	64
2.20	Courbe de stabilité marginale d'une couche limite de Blasius, avec δ^* comme échelle de longueur (à comparer à la figure 1.8 issue de Carpenter & Garrad [29])	65
2.21	Courbe d'évolution du nombre de Reynolds critique dans une couche limite sur paroi rigide en fonction du gradient de pression.	66
2.22	Evolution de la courbe neutre temporelle du mode TS bidimensionnel sur paroi rigide en fonction du gradient de pression ($\phi = 0$, $\beta = 0$)	66
2.23	Evolution de la courbe neutre du mode TS 2D sur paroi rigide, pour $m = -0.025$, $m = -0.05$ et $m = 0.025$ (rappel : $\mathbf{m} = \frac{\beta_{\mathbf{H}}}{2 - \beta_{\mathbf{H}}}$).	67
2.24	Courbe d'évolution du nombre de Reynolds critique du mode CF en fonction de l'angle de flèche ϕ , sur une aile à paroi rigide.	68
2.25	Courbe de stabilité marginale d'une couche limite 3D à gradient de pression négatif sur paroi rigide, pour $\phi = 45^\circ$, $m = -0.05$ et $Re = 166$	69
2.26	Courbe de stabilité marginale du mode CF dans une couche limite 3D à gradient de pression positif sur paroi rigide, pour $\phi = 30^\circ$ et $m = 0.333$	69
2.27	Courbe de stabilité marginale du mode TS dans une couche limite 3D à gradient de pression négatif sur paroi rigide, pour $\phi = 30^\circ$ et $m = -0.048$	70
2.28	Validation de la simulation dans une couche limite aspirée sur paroi compliant et perméable ; à gauche : $\omega_i = 12.5 \times 10^{-3}$; à droite : $\omega_i = 1.8 \times 10^{-3}$; Le cas de droite illustre la coalescence entre un mode TS et un mode évanescent ($Re = 2000$, $E = 0.5 \times 10^6$, $b = 0.8$ mm, $0 \leq \omega_r \leq 0.25$).	71
3.1	Evolution du mode TS sur paroi rigide en fonction du gradient de pression dans une couche limite tridimensionnelle pour $\phi = 45^\circ$	74
3.2	Courbes neutres du mode CF dans une couche limite tridimensionnelle pour $\phi = 45^\circ$, $\beta = 0.4$ et différentes valeurs du gradient de pression.	75

3.3	Evolution du nombre de Reynolds critique du mode CF en fonction du nombre d'onde transversal pour $\phi = 45^\circ$; en bleu : $m = 1$; en rouge $m = 0.1$	76
3.4	Influence de la perméabilité sur les courbes d'évolution du nombre de Reynolds critique et de la fréquence critique sur une aile en flèche à $\phi = 45^\circ$; Traits pleins : modes TS (en bleu) et CF (en vert), sur paroi imperméable; traits pointillés : mode TS (en bleu) sur paroi perméable avec $a = 0.1$, et CF (en vert) sur paroi perméable avec $a = 1$. On rappelle que le facteur de gradient de pression est lié au paramètre de Hartree par : $m = \beta/(2 - \beta)$	77
3.5	Influence de la permeabilité sur le mode TS 3D ($m = 0.2$, $\phi = 45^\circ$ et $\beta = 0$)	77
3.6	Influence de la permeabilité sur le mode CF ($m = 0.2$, $\phi = 45^\circ$ et $\beta = 0.4$)	78
3.7	Profils des perturbations hydrodynamiques dans une couche limite tridimensionnelle, aux points critiques des courbes des figure 3.5(a) et 3.6(a).	79
3.8	Traits continus : Courbes neutres du mode TS dans une couche limite de Blasius pour différents modules d'Young de la paroi; traits pointillés : isolignes de fréquence pour $E = 3 \times 10^5$, ω croissant dans le sens de la flèche avec un pas de 4×10^{-3} ($\phi = 0^\circ$, $m = 0$, $\beta = 0$)	80
3.9	Profils des perturbations du mode TS dans une couche limite de Blasius au point critique. En bleu : $a = 0$; en rouge : $a = 1$ ($Re = 300$, $\alpha = 0.18$, $\phi = 0^\circ$, $m = 0$, $\beta = 0$)	80
3.10	Traits continus : Courbes neutres du mode TWF sur une couche limite de Blasius pour différents modules d'Young de la paroi ($\phi = 0^\circ$, $m = 0$, $\beta = 0$); traits pointillés : isolignes de fréquence pour $E = 3 \times 10^5$, ω croissant dans le sens de la flèche avec un pas de 5×10^{-3}	81
3.11	Profils des modes TWF dans la region I (à $Re=2500$), II (à $Re=1200$) et III (à $Re=4000$). En bleu : $a = 0$; en rouge : $a = 1$ (autres paramètres : $\alpha = 0.12$, $E = 5 \times 10^5 Pa$, $\phi = 0$, $m = 0$, $\beta = 0$).	82
3.12	Spectre temporel dans la couche limite de Blasius pour $0.02 < \alpha < 0.2$. En bleu : mode TS; en rouge : mode FISI. Les deux instabilités évoluent de la gauche vers la droite ($Re = 1500$ $E = 5 \times 10^5 Pa$, $\phi = 0$, $m = 0$, $\beta = 0$).	82

3.13	Evolution du taux de croissance des modes TS et TWF dans une couche limite de Blasius lorsque la compliance augmente.	83
3.14	A gauche : variation des courbes neutres du mode CF lorsque le module élastique E décroît dans le plan $Re - \alpha$; à droite : spectre temporel de l'évolution du mode CF entre $\alpha = 0.05$ et $\alpha = 0.15$, pour $E = 50 Pa$ et $Re = 900$. ($\beta = 0.4$ $\phi = 45^\circ$, $m = 0.2$).	84
3.15	Variation des courbes neutres du mode CF lorsque le module élastique E décroît dans le plan $Re - \beta$ pour $\alpha = 0.05$ ($\phi = 45^\circ$, $m = 0.2$)	85
3.16	A gauche : spectre temporel dans la couche limite tridimensionnelle pour $0.05 < \beta < 0.6$ (détail) ; en bleu : mode CF ; en rouge : mode FISI ; les deux modes évoluent dans le sens des flèches. A droite : courbe d'instabilité des deux modes sur le même intervalle ($Re = 300$ $E = 10^4 Pa$, $\phi = 45^\circ$, $m = 0.2$, $\alpha = 0.05$).	86
3.17	Effet de la variation du module d'Young sur le mode TWF dans une couche limite tridimensionnelle. ($\phi = 45^\circ$, $m = 0.2$, $\beta = 0.4$). La région instable correspondant à $E = 100 Pa$ est colorée pour une meilleure compréhension.	86
3.18	Profils des modes CF et TWF aux points critiques ($E = 100 Pa$, $\phi = 45^\circ$, $m = 0.2$, $\beta = 0.4$).	87
3.19	Courbes neutres des modes TS pour différentes valeurs du coefficient de permeabilité a dans une couche limite de Blasius sur paroi compliant ($\phi = 0^\circ$, $m = 0$, $\beta = 0$, $E = 3 \times 10^5 Pa$).	88
3.20	Courbes neutres des modes TWF pour différentes valeurs du coefficient de permeabilité a dans une couche limite de Blasius sur paroi compliant ($\phi = 0^\circ$, $m = 0$, $\beta = 0$, $E = 3 \times 10^5 Pa$).	89
3.21	Traits continus : courbes neutres du mode CF pour différentes valeurs de a ($\phi = 45^\circ$, $m = 0.2$, $\beta = 0.4$, $E = 100 Pa$). Traits pointillés : isolignes de fréquences pour $a = 0$, ω croissant dans le sens de la flèche avec un pas de 5×10^{-3} . Les lignes horizontales autour de $\alpha = 0.2$ pour $Re \leq 400$ proviennent d'un artifice du code, à l'interface entre deux modes ayant des fréquences différentes.	90

3.22	Traits continus : Courbes neutres des modes CF et TWF pour différentes valeurs de a ($\phi = 45^\circ$, $m = 0.2$, $\alpha = 0.04$, $E = 100 Pa$). Traits pointillés : isolignes de fréquences pour $a = 0$, ω croissant dans le sens de la flèche avec un pas de 1×10^{-3}	91
3.23	Traits continus : Courbes neutres du mode TWF pour différentes valeurs de a dans une couche limite tridimensionnelle. Traits pointillés : isolignes de fréquences pour $a = 0$, ω croissant dans le sens de la flèche avec un pas de 5×10^{-3} ($\phi = 45^\circ$, $m = 0.2$, $\beta = 0.4$, $E = 100 Pa$). Les lignes horizontales autour de $\alpha = 0.2$ pour $Re \leq 400$ sont un artifice du code, à l'interface entre deux modes ayant des fréquences différentes.	92
4.1	Représentation schématique du problème considéré.	97
4.2	Vue simplifiée du dispositif expérimental de Fransson & Alfredsson (d'après Fransson & Alfredsson [65]).	98
4.3	Vue de dessus de la grille supportant la plaque perméable dans le dispositif expérimental de Fransson & Alfredsson (d'après Fransson & Alfredsson [65]). $M = 50mm$ et $dp = 5mm$	98
4.4	Courbes de stabilité marginale pour une surface rigide avec $a = 0$ dans les conditions de Fransson & Alfredsson ($a = 3.854 \times 10^{-4}$, $\kappa = 2.94$). Ces courbes restent identiques lorsque κ augmente.	100
4.5	Variation des parties réelle (courbes du haut) et imaginaire (courbes du bas) de α pour différentes valeurs de l'élasticité E dans les conditions d'expérimentation de Fransson & Alfredsson : $Re = 347$, $F = 59$, $\kappa = 2.94$; en noir : paroi rigide; en bleu : $E = 2 \times 10^5 Pa$; en vert : $E = 8 \times 10^4 Pa$; en violet : $E = 5 \times 10^4 Pa$. Les parties réelle et imaginaire de la valeur trouvée expérimentalement par Fransson & Alfredsson sont indiquées par des traits pointillés.	101
4.6	Influence de la permeabilité sur le mode TS.	102
4.7	En noir : Courbe neutre spatiale et courbes d'isolignes des taux de croissance spatiale du mode T-S pour $a = 0.1$; en couleurs : isolignes des nombres d'ondes.	102
4.8	Evolution de caractéristiques critiques du mode TS en fonction de la permeabilité a ; a : Nombre de Reynolds critique et fréquence critique; b : Nombre d'onde critique.	103
4.9	Stabilisation du mode TS sur une paroi imperméable par action de la compliance pour trois compliances de paroi différentes ($a = 0$).	104

4.10	A gauche : effet de la compliance sur la courbe neutre du mode TS pour trois compliances de paroi différentes, avec $a = 0.1$; à droite : spectre spatial associé à l'évolution du taux de croissance spatial pour $Re = 5000$ et $1 < F < 16$ (soit $0.005 < \omega_r < 0.08$).	104
4.11	effet combiné de la permeabilité et de la compliance sur le nombre de Reynolds critique du mode TS.	105
4.12	Courbes obtenues dans le plan de Laplace pour la perturbation la plus instable, en faisant varier α_r entre 0 et 0.4 ; en noir : $\alpha_i = 0$; en bleu : $\alpha_i = -0.05$; en violet : $\alpha_i = -0.1$; en vert : $\alpha_i = -0.15$; en rouge : $\alpha_i = -0.189$; le <i>branch point</i> est obtenu pour $\alpha_i = -0.189$, à $\omega_0 = 5.96 \cdot 10^{-2} + 8.08 \times 10^{-3} i$ ($E = 10 MPa$, $Re = 28000$ et $a = 0.4$).	106
4.13	Spectres tracés dans le plan de Fourier en faisant varier ω_r entre 5.9×10^{-2} et 6×10^{-2} ; en violet : $\omega_i = 7.98 \times 10^{-3}$; en noir : $\omega_i = 8.08 \times 10^{-3}$; en bleu : $\omega_i = 8.18 \times 10^{-3}$; le <i>branch point</i> se situe à $\alpha_0 = 0.1808 - 0.189 i$ ($E = 10 MPa$, $Re = 28000$ et $a = 0.4$).	107
4.14	Evolution des deux modes coalescents à partir du <i>pinch point</i> lorsque le taux de croissance temporel augmente ($E = 10 MPa$, $Re = 28000$ et $a = 0.4$).	108
4.15	Module des profils de perturbation des modes 1 et 2 avant abaissement du contour d'inversion de Laplace. Ligne du haut : mode 1 ; ligne du bas : mode 2 ($E = 10 MPa$, $Re = 28000$, $a = 0.4$ and $\omega = 74 \times 10^{-3} + 32.6 \times 10^{-3} i$).	109
4.16	Evolution du taux de croissance de l'instabilité absolue pour une paroi souple en bleu ($E = 10 MPa$) et plus rigide en rouge ($E = 30 MPa$) en fonction de Re ($a = 0.4$).	110
4.17	Evolution du taux de croissance de l'instabilité absolue pour une paroi souple en bleu ($E = 10 MPa$) et semi-rigide en rouge ($E = 30 MPa$) en fonction de a ($Re = 28000$).	111
5.1	Profil de la vitesse moyenne de l'écoulement à travers une canopée rigide de hauteur h	115
5.2	Profil vertical de la longueur de mélange l dans toute la couche de cisaillement ; données expérimentales normalisées par t_{ml} ($y^* = (y - z_1)/t_{ml}$) (extrait de Ghisalberti & Nepf [75])	117
5.3	Profil vertical du coefficient $\eta(y/h)$ dans la canopée. (extrait de Ghisalberti & Nepf [75])	118
5.4	Profil vertical du coefficient de traînée C_d . La hauteur de la canopée est $h = 13.8 cm$	118

5.5	Profils de vitesse moyenne de l'écoulement pour plusieurs essais expérimentaux (les marqueurs indiquent les données expérimentales de Ghisalberti & Nepf [75]). $\diamond$: essai G ; $\circ$: essai H (les barres horizontales représentent la variabilité) ; $\square$: essai J.	119
5.6	Organigramme de calcul numérique du profil de la vitesse moyenne de l'écoulement sur une canopée (d'après Ghisalberti & Nepf [75])	120
5.7	Courbes de stabilité pour les essais G, H, I et J. En rouge : avec les équations d'Euler ; en bleu : avec prise en compte de la traînée ; en vert : avec prise en compte de la turbulence, de la viscosité et de la traînée.	123
5.8	Evolution des modes propres de la couche de cisaillement de l'essai G pour $0.01 < \alpha < 1.3$ (la perturbation principale est en rouge).	124
5.9	Spectre temporel des modes d'instabilité de l'essai G en tenant compte de la traînée, de la turbulence et de la viscosité, pour $0.01 < \alpha < 1.3$	124
5.10	Profils de la perturbation la plus instable ($\alpha = 0.7$). En bleu : sans prise en compte de la traînée ; en vert : avec prise en compte de la traînée.	125
5.11	Evolution de la stabilité en fonction de la traînée, à vitesse d'écoulement libre constante. En bleu : $a = 0.04 \text{ cm}^{-1}$; en violet : $a = 0.0236 \text{ cm}^{-1}$; en vert : $a = 0.0117 \text{ cm}^{-1}$	126
5.12	Comparaison entre profil continu et profil en lignes brisées. Traits continus : Profil de la vitesse moyenne normalisée calculée pour l'essai G (en rouge), de sa dérivée première (en bleu) et de sa dérivée seconde (en noir) ; traits verts : profil de U en lignes brisées.	127
5.13	Taux de croissance en fonction du nombre d'onde pour les quatre essais étudiés, dans le cas d'Euler. Les courbes en rouge reprennent les résultats numériques ; les courbes pointillées en bleu représentent les résultats analytiques.	128

Introduction

Bref historique de l'étude des interfaces fluide-structure.

La peau du dauphin est un sujet d'étude scientifique depuis que le zoologue britannique J.Gray affirma en 1936 qu'au regard de l'hydrodynamique conventionnelle, un cétacé nageant à 9 m/s devait avoir des muscles "sept fois plus puissants que ceux des autres mammifères" [83]! Ce qui fut alors baptisé "superpouvoir des dauphins" masquait en fait -outre un certain nombre d'inexactitudes de la part de J.Gray dans l'évaluation des paramètres en présence- une réalité plus physique : au lieu d'une puissance motrice exceptionnelle, les cétacés bénéficient notamment d'une peau compliant⁽¹⁾ qui réduit fortement leur effort de traînée en retardant la transition vers le régime turbulent –sans toutefois maintenir totalement l'écoulement laminaire, et conjointement à d'autres mécanismes [63]. Depuis cette découverte, les parois compliantes sont envisagées comme un possible mécanisme de contrôle de la transition.

Kramer [101] proposa dès 1960 une peau artificielle constituée d'une paroi élastique contenant des poches de substrat visqueux qui jouent le rôle d'amortisseur, reproduisant ainsi l'effet de la couche graisseuse sous-épidermique des cétacés (cf. fig. 1).

En expérimentant cette paroi sur une maquette de torpille, Kramer observa une réduction globale de la traînée pouvant aller jusqu'à 60% par rapport à une torpille rigide. Il en déduisit que le retard de la transition de la couche limite vers la turbulence était dû au transfert irréversible d'énergie par dissipation dans le substrat. Les premiers travaux théoriques de Benjamin [11, 12] et Landahl [105] confirmèrent en effet qu'un tel dispositif permettait la réduction de la traînée par stabilisation des ondes hydrodynamiques de Tollmien-Schlichting (ou ondes TS, responsables de la transition dans les

(1). L'anglicisme "paroi compliant", utilisé au sens général de paroi déformable, désigne une paroi suffisamment flexible pour se déformer sous l'action des efforts exercés par l'écoulement.

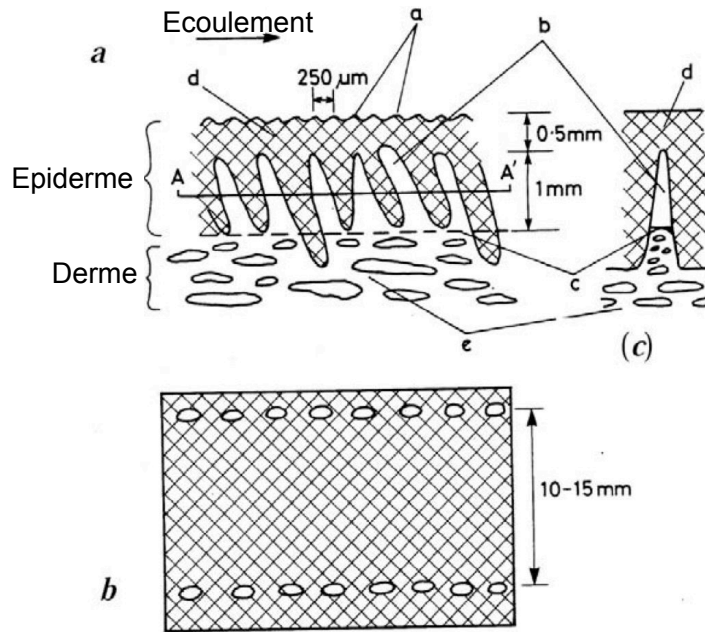


FIGURE 1 – Structure de la peau des dauphins. (a) : Section transversale; (b) Coupe 'AA' au niveau des papilles dermiques; (c) Vue de face. Légende : a : Rides cutanées; b : papilles dermiques; c : ridules dermiques; d : couche épidermique supérieure; e : tissus gras. (extrait de Carpenter et al. [27]).

couches limites 2D); en revanche ils révélèrent que non seulement l'amortissement visqueux n'en était pas à l'origine, mais que celui-ci présentait même un effet déstabilisant sur ce type d'ondes. Par ailleurs, ils mirent en évidence l'existence de nouvelles formes d'instabilité de la couche limite, générées par la flexibilité de la paroi et qui furent baptisées FISI (Flow-Induced Surface Instabilities). Ces ondes hydroélastiques, qui peuvent prendre l'ascendant sur les ondes TS au point de devenir responsables de la transition vers la turbulence, se trouvent pour leur part stabilisée par la dissipation visqueuse du substrat, d'où une possible explication de la confusion de Kramer.

S'en suivirent quelques décennies de controverse sur les résultats expérimentaux de Kramer [21] jusqu'à ce que Carpenter & Garrad [29, 30] parviennent en 1985 à modéliser dans toute sa complexité la paroi utilisée, sous forme d'une coque élastique fine et plane soutenue par des ressorts et des amortisseurs; ce modèle fut ensuite étendu à trois dimensions avec des propriétés élastiques isotropes dans les directions longitudinal et transversale.

Carpenter & Garrad confirmèrent ainsi la possibilité de retarder la transition à l'aide d'une paroi compliant, et ce suivant deux approches : numérique d'une part, grâce à l'analyse de stabilité linéaire via la résolution de l'équation d'Orr-Sommerfeld, et analytique d'autre part grâce à la modélisation de l'écoulement comme un écoulement potentiel; ces résultats furent confirmés par Yeo [175] et Sen

& Arora [158] entre autres. Les études théoriques à ce propos portent sur divers types d'écoulement : couche limite de Blasius [29, 30, 168], bord d'attaque d'une aile [4], mais aussi canal plan [50, 51] ou courbe [89]. Dans une moindre mesure, ces travaux ont également donné lieu à des études expérimentales [73, 106], qui vinrent cette fois confirmer les résultats théoriques grâce à un bon dosage de la compliance utilisée et à un nouveau dispositif, plus fiable (cf. fig. 2.9)

Le principal effet de la compliance sur un écoulement bidimensionnel est donc de retarder -voire de supprimer- la transition vers la turbulence des ondes de Tollmien-Schlichting. On notera au passage que la stabilisation des ondes TS s'observe également dans un écoulement déjà turbulent, et que la compliance permet aussi de réduire le bruit provoqué par l'écoulement, qui représente une nuisance majeure dans certaines applications navales et aéronautiques [69]. Dans tous les cas, l'effet stabilisant de la compliance se traduit par une réduction, dans l'espace des paramètres⁽²⁾, de la zone d'instabilité hydrodynamique des ondes TS ; en contrepartie, la compliance fait apparaître des instabilités hydroélastiques à croissance rapide évoquées plus haut, que Carpenter & Garrad [30] ont dénommées FISI (Flow-Induced Surface Instabilities ou instabilités induites de surface).

On voit ainsi que la compliance demande à être dosée afin de fournir des résultats optimaux en termes de stabilité. Cette optimisation, effectuée par Carpenter & Morris [32] sur le dispositif de Kramer, puis par Dixon et al. [54] sur le dispositif de Gaster, a permis de fixer les paramètres pour lesquels il était possible de retarder au maximum la transition des ondes TS, jusqu'à la supprimer totalement dans certains cas.

Afin de circonscrire le contexte de cette recherche, signalons que même si la stabilisation des écoulements hydrodynamiques est un enjeu moins crucial pour la marine militaire depuis la fin de la guerre froide, elle reste d'actualité dans la marine marchande et sportive. Quant aux applications aérodynamiques, elles sont inexistantes pour l'instant car selon Carpenter [26] et Carpenter & al. [28], la compliance n'a d'effet positif que si les inerties du fluide et de la paroi sont suffisamment proches.

L'autre caractéristique de la paroi qui entre dans le cadre de cette étude est la perméabilité, qui provoque un amortissement assez semblable dans ses effets au substrat visqueux dont Kramer avait doté sa peau synthétique. En vertu d'une loi de Darcy, le fluide traversant les pores de la paroi exerce une action déstabilisante sur les modes hydrodynamiques de type Tollmien-Schlichting (TS), mais stabilise en revanche les ondes FISI induites par la paroi compliant. Cette action contradictoire a été souvent

(2). Espace dans lequel sont tracées les courbes de stabilité de l'écoulement, dites "courbes neutres"

observée dans les écoulements en canal limités par une ou deux parois poreuses [80, 53, 37, 92, 161, 162].

Plus généralement, l'effet des revêtement poroélastiques sur l'écoulement a fait l'objet d'études à toutes les échelles, depuis la canopée [78, 141] jusqu'aux cytoplasmes cellulaires [128] en passant par les balles de tennis [123, 124] ou les plumes d'oiseaux [152, 91]. La modélisation de tels milieux prend souvent la forme de barres rigides articulées élastiquement qui permettent l'échange d'énergie avec le fluide. La mise en équations de ce modèle a été récemment établie par Gopinath and Mahadevan [81] sur la base de la théorie de l'homogénéisation.

On constate ainsi que l'absorption d'énergie par la traînée dans une canopée provoque une inflexion dans le profil de la vitesse moyenne de l'écoulement. Ce mécanisme, assimilable à une couche de mélange ainsi que l'ont démontré Rampauch & al. [145], engendre une instabilité comparable à celle de Kelvin-Helmholtz, donnant naissance à des ondes cohérentes se propageant à la surface de la canopée et connues sous le nom de honami en milieu aérien et monami en milieu aquatique. Ce phénomène intervient de façon décisive dans des processus comme la croissance des plantes et des algues (thigmomorphogénèse) [129] ou le transport de sédiments, de pollens et de contaminants [122]. Toutefois, même si la canopée est souvent reproduite en laboratoire sous forme d'éléments flexible comme des oscillateurs mécaniques [60] ou dotés d'interactions élastiques [55], les expérimentations prouvent que l'instabilité à l'origine du monami persiste lorsque la canopée est composée d'éléments rigides [75, 74] ; c'est pour cette raison que nous modéliserons le champ végétal sous forme d'obstacles rigides orientés verticalement.

Objectifs et motivations de l'étude

Cette thèse a pour objet l'étude des interactions fluide-structure dans des domaines peu ou pas encore abordés dans la littérature, tels que les couches limites bi- ou tridimensionnelles sur parois poroélastiques, les couches limites asymptotiques aspirées sur parois poroélastiques ou les écoulements sur canopées ; l'accent est plus particulièrement mis sur l'interaction entre compliance et perméabilité dans les écoulements incompressibles –dans la limite toutefois des faibles perméabilités. A cet effet, les parois compliantes sont modélisées comme des coques flexibles et poreuses reliées à une base rigide par un ensemble de ressorts ; l'ensemble s'inspire du modèle classique de Carpenter & Garrad enrichi d'une perméabilité basée sur la loi de Darcy.

L'intérêt d'associer compliance et perméabilité réside dans l'antagonisme d'action de ces deux caractéristiques. En effet, la compliance est connue pour réduire le domaine d'instabilité des modes hydrodynamiques naturellement présents dans l'écoulement mais en contrepartie, fait apparaître des modes hydroélastiques ; à l'inverse, la perméabilité atténue l'effet de ces derniers tout en déstabilisant les premiers. Le dosage précis entre compliance et perméabilité constitue donc souvent la clé d'une optimisation de la stabilité.

Parmi les configurations abordées, les ailes en flèche se caractérisent par une couche limite tridimensionnelle dont la transition dépend localement d'instabilités nommées tourbillons Crossflow (CF), d'origine non visqueuse. Nous verrons que l'effet déstabilisant de la perméabilité sur ces perturbations est presque nul tandis que son action positive sur les modes hydroélastiques reste intacte, offrant ainsi des perspectives prometteuses en termes de retardement de la transition.

Dans le domaine des couches limites aspirées dites ASBL (Asymptotic Suction Boundary Layer), couramment employées dans l'aéronautique afin d'améliorer les performances aérodynamiques, le profil d'écoulement très caractéristique est supposé accroître le nombre de Reynolds critique de deux ordres environ [24]. Cependant, la quasi-totalité des études portant sur le sujet posent l'hypothèse d'une perméabilité négligeable et d'une paroi infiniment rigide. Or, d'une part le procédé de succion nécessite une surface poreuse, d'autre part la contrainte de poids (prégnante en aéronautique) pousse à réduire l'épaisseur de celle-ci, ce qui remet en question sa rigidité. Nous verrons ainsi que ni la perméabilité ni la compliance ne sont anodines en ce qui concerne la transition vers la turbulence dans les couches limites aspirées.

Pour finir, l'analyse numérique sera appliquée au problème de l'écoulement à travers une canopée dans le but d'ébaucher un modèle prédictif de l'onde de surface nommée monami ou honami, prépondérante dans plusieurs processus naturels déjà évoqués en introduction.

L'instabilité principale qui engendre ce phénomène, ainsi que l'effet de la densité de la canopée sur celle-ci, seront étudiées au moyen de l'analyse linéaire ; pour cela, le profil de la vitesse moyenne du courant aura été préalablement calculé numériquement afin de correspondre aux relevés expérimentaux effectués par Ghisalberti & Nepf [75].

Organisation du mémoire

Le premier chapitre abordé nous permettra de définir les limites de l'étude et de classer les principales instabilités présentes dans un écoulement incompressible ; ce chapitre permettra également d'effectuer un tour d'horizon des travaux déjà réalisés sur ce type d'écoulements, et notamment en présence de parois compliantes et/ou perméables.

Dans le second chapitre seront posées les bases théoriques permettant de définir le cadre de l'étude ; pour cela, après avoir circonscrit le problème de stabilité, nous énoncerons les équations de l'écoulement pour les différents cas étudiés. Après avoir défini les conditions aux limites à la jonction du courant principal, nous procéderons à la modélisation de la paroi poroélastique afin d'établir les conditions aux limites à son contact. Plusieurs validations du modèle ainsi élaboré seront alors effectuées sur la base d'études portant sur des configurations plus élémentaires (parois seulement perméables ou seulement compliantes, couches limites aspirées sur parois rigides, etc...) .

Les trois derniers chapitres constituent des applications du modèle précédent, chacun dans un domaine d'application différent.

Dans le chapitre 3, l'étude concernera la couche limite tridimensionnelle présente sur les ailes en flèches ; l'influence de la compliance et de la perméabilité y sera analysée pour les deux principaux modes hydrodynamiques que sont les ondes de Tollmien-Schlichting et les tourbillons Crossflow, ainsi que pour les instabilités FISI générées par la flexibilité de la paroi.

Le chapitre 4 permettra d'appliquer ces mêmes outils aux couches limites aspirées afin de mettre en évidence l'importance de perméabilité de la paroi dans leur transition ; les conditions d'émergence et d'évolution d'une instabilité absolue de type "instabilité de divergence" seront également étudiées, en fonction des caractéristiques de la paroi.

Enfin, l'étude de l'écoulement à travers une canopée sera menée dans le chapitre 5. Le profil de la vitesse moyenne de l'écoulement sera approché au plus près afin de servir de base à l'analyse linéaire de la stabilité. L'influence des différents facteurs générant de l'instabilité sera détaillée et une comparaison sera faite avec le profil de vitesse traditionnellement utilisé pour ce genre d'étude, dit "en lignes brisées".

Chapitre 1

Théorie de la stabilité des écoulements

Ce chapitre pose les bases théoriques de l'étude. A cet effet, la phénoménologie de la couche limite sera exposée puis l'accent sera mis sur le retardement de la transition vers la turbulence, synonyme d'une réduction de consommation énergétique pour la configuration étudiée.

Enfin, les différentes instabilités présentes dans la couche limite incompressible seront passées en revue et leurs classifications exposées.

1.1 Phénomènes liés à la couche limite

1.1.1 Couche limite

Lorsqu'un fluide s'écoule sur une paroi rigide, sa vitesse est nulle à la paroi du fait de l'adhérence ; cette propriété est valable pour une paroi rigide comme pour une paroi compliant, et même pour une paroi poreuse -à condition de rester dans la limite d'une faible porosité. Si l'on considère la vitesse d'écoulement du fluide, on voit sur la fig. 1.1 que le passage de la valeur maximale U_e (dans l'écoulement externe, donc suffisamment loin de la paroi) à la vitesse nulle au contact, se fait progressivement par effet visqueux, sur une couche de fluide d'épaisseur δ appelée couche limite. Dans la pratique, l'évolution de la vitesse étant asymptotique vers U_e , on prend comme valeur de δ la distance pour laquelle $U = 0.99 \times U_e$.

Il existe des grandeurs plus significatives pour caractériser la couche limite. Celle qui sera utilisée dans cette étude est l'épaisseur de déplacement δ^* qui correspond à la perte de débit-masse au travers

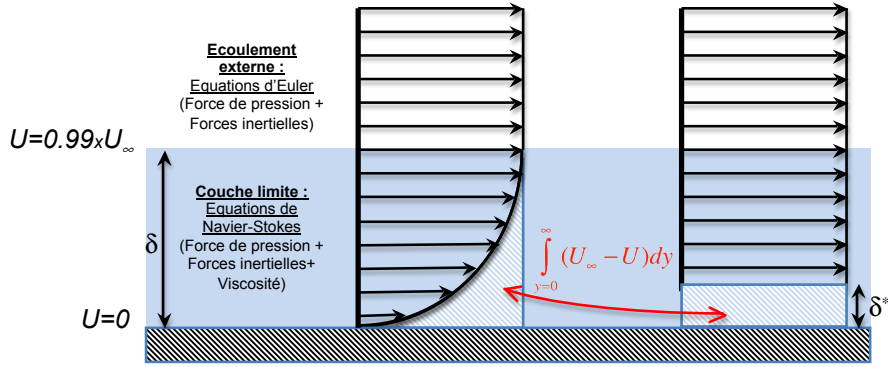


FIGURE 1.1 – Répartition de la vitesse d'écoulement dans la couche limite.

d'une section de la couche limite par rapport au cas d'un écoulement de fluide parfait. Dans le cas d'un fluide incompressible, elle se limite à une perte de vitesse représentée sous la forme d'une zone plus claire dans la fig. 1.1, qui a pour aire $\int_{y=0}^{\infty} (U_{\infty} - U) dy$. Une fois la vitesse normalisée, l'épaisseur de déplacement a donc pour valeur :

$$\delta^* = \int_{y=0}^{\delta} \left(1 - \frac{U}{U_{\infty}}\right) dy$$

Le nombre de Reynolds utilisé dans cette étude pour caractériser l'écoulement sera défini selon l'une ou l'autre de ces épaisseurs :

$$\text{Re}_{\delta} = \frac{U_e \delta}{\nu} \quad \text{Re}_{\delta^*} = \frac{U_e \delta^*}{\nu}$$

ν étant la viscosité cinématique du fluide, en m^2/s .

1.1.2 Effort de traînée

Tout volume se déplaçant dans un fluide engendre une traînée qui le freine et provoque ainsi une perte énergétique. Cette traînée trouve son origine dans deux phénomènes :

1/ La traînée de pression est due à la dépression que peut engendrer un décollement de la couche limite et la formation d'une recirculation du fluide en forme de bulbe. Elle est liée aux contraintes de pression.

2/ La traînée de frottement provient quant à elle du non-glissement du fluide au contact de la paroi, qui induit un frottement visqueux dans la couche limite. Elle est liée aux contraintes visqueuses.

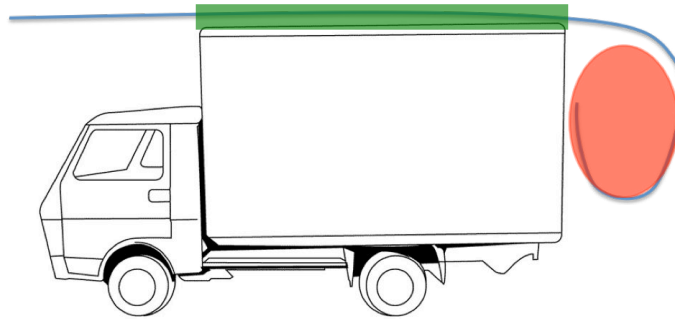


FIGURE 1.2 – Représentation schématique des traînées de pression (en rouge) et de friction (en vert) sur un corps volumique.

Sur un corps volumique, la traînée de pression est prépondérante alors qu'elle devient secondaire sur un corps profilé tel qu'une aile d'avion à faible incidence. La présente étude cible par conséquent la réduction de la traînée de frottement.

1.2 Contrôle de la transition

L'écoulement d'un fluide (rivière, vent, etc...) peut globalement être classé en deux états : laminaire lorsque la vitesse du fluide en n'importe quel point suit la direction du déplacement global du fluide (à l'image d'une rivière calme), ou turbulent lorsque ce champ de vitesses devient chaotique (à l'image d'un torrent). Dans un écoulement sur plaque plane, on constate que l'épaisseur de la couche limite augmente en allant dans le sens de l'écoulement, du fait du caractère visqueux du fluide et de l'interaction avec la plaque. Par conséquent, l'écoulement a de plus en plus tendance à devenir turbulent lorsque x augmente, ce qui se traduit par l'amplification des instabilités générées dans cette zone et rend la transition inéluctable sur une plaque semi-infinie.

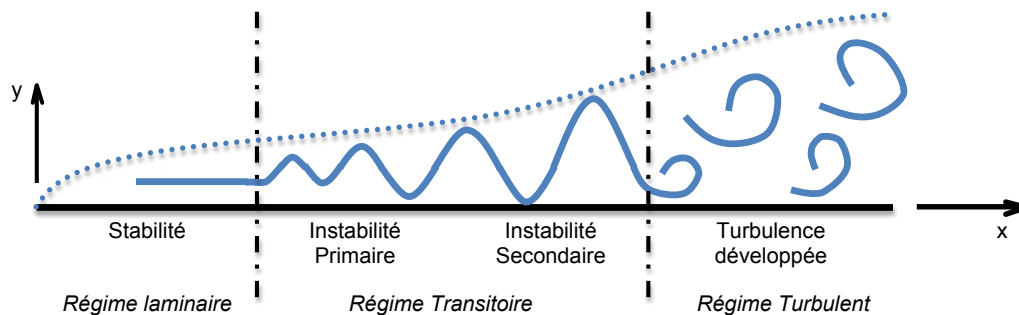


FIGURE 1.3 – Evolution de la couche limite avec l'augmentation du nombre de Reynolds le long d'une plaque plane.

Mais l'écoulement laminaire, s'il offre une traînée de frottement très inférieure à l'écoulement turbulent, présente l'inconvénient de moins résister au décollement ; les forces visqueuses ne pouvant pas continuellement compenser les forces de pression, le décollement survient dans les zones où le gradient de pression est adverse. C'est pourquoi, dans un même objectif de réduction de l'effort de traînée, on peut être amené :

- soit à créer des turbulences sous forme de tourbillons longitudinaux (streaks) destinés à empêcher le décollement de la couche limite, lorsque la traînée de pression est prépondérante. Les dispositifs de contrôle passif à mettre en oeuvre prennent alors la forme de générateurs de tourbillons placés dans l'écoulement.

- soit à retarder la transition vers la turbulence lorsque c'est la traînée de frottement qui est prépondérante ; c'est le cas qui sera envisagé dans la présente étude qui porte sur des corps profilés à faible incidence.

D'une manière globale, les dispositifs de contrôle peuvent être soit passifs, c'est-à-dire fonctionnant sans apport d'énergie et donc par simple modification de la paroi (forme, rugosité, élasticité, perméabilité etc...), soit actifs. Dans ce dernier cas, un apport d'énergie externe est employé pour souffler, aspirer, ioniser ou modifier de quelque autre façon l'écoulement. L'attention sera alors portée à comparer le gain d'énergie final à l'énergie apportée, afin d'évaluer le bénéfice réel du dispositif.

1.3 Stabilité des perturbations

Une perturbation est représentative d'un mode d'excitation qui peut se révéler instable ou non, c'est-à-dire dont le comportement peut évoluer soit vers un retour à la normale (amortissement) soit vers un accroissement vers l'instabilité (amplification).

1.3.1 Analyses spatiale et temporelle

D'une manière générale, une perturbation est stable lorsqu'elle décroît (donc lorsqu'elle est amortie) tandis qu'une perturbation dont l'amplitude croît est instable, donc davantage susceptible de provoquer la transition ; toutefois, en disant cela on comprend qu'il existe deux façons d'envisager la notion de croissance : temporellement d'abord, c'est-à-dire en se fixant à un point précis comme un bateau ancré qui sent la houle augmenter ou diminuer. Spatialement ensuite, comme un observateur sur la rive qui

suit du regard une vague et la voit s'atténuer ou gagner en amplitude au cours de son mouvement.

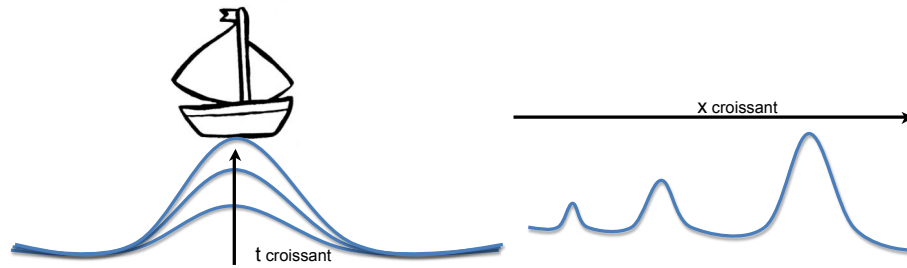


FIGURE 1.4 – Observation de la croissance lors d'une étude temporelle et spatiale

Le premier point de vue relève d'une étude temporelle et le second d'une étude spatiale ; comme nous le verrons, les deux peuvent s'avérer complémentaires pour étudier de façon exhaustive la stabilité d'un écoulement.

Les analyses classiques de stabilité, fondées sur des études modales, n'étudient que le comportement des perturbations à long terme. Toutefois, il est fréquent que ce genre d'étude aboutisse à une valeur surestimée du nombre de Reynolds critique⁽¹⁾ c'est-à-dire à une surestimation de la stabilité. En effet, les études modales ne prennent en compte que les modes orthogonaux, c'est-à-dire les solutions à l'équation de stabilité indépendantes entre elles. De fait, ces modes sont à long terme les plus susceptibles de se développer individuellement et donc de provoquer la transition.

Toutefois, une croissance à court terme (dite **croissance transitoire**) est parfois observée et, bien qu'elle s'estompe rapidement, peut dans certains cas entraîner la transition vers la turbulence [22, 163, 148]. Ce phénomène, qui naît de la combinaison de plusieurs modes non orthogonaux, relève d'une croissance algébrique et non pas exponentielle –c'est pourquoi il ne sera pas abordé dans cette étude. Signalons toutefois que son analyse s'effectue à travers la quantification de l'énergie totale (en incluant l'énergie du déplacement de la paroi si celle-ci est compliant), selon une méthode détaillée par Schmid & Henningson [154] ; c'est en appliquant cette méthode que Zengl & Rist [181] on pu démontrer que la compliance exerçait un effet négligeable sur ce type de perturbations.

1.3.2 Convectivité des instabilités

Une perturbation instable se développe généralement en se déplaçant dans l'espace, mais il peut aussi arriver qu'elle reste statique, présentant ainsi d'autres schémas d'évolution. Du point de vue du

(1). nombre de Reynolds le plus faible pour lequel peut intervenir la transition vers la turbulence

mouvement, les instabilités sont classées en deux familles selon Huerre & Monkewitz [135] : convectives et absolues. Ce classement, qui n'a de sens que dans le cadre d'un écoulement parallèle, peut toutefois être généralisé aux écoulements évoluant spatialement, à condition que cette évolution soit spatialement lente et non brutale. Dès lors, une étude locale peut prétendre rendre compte d'instabilités globales et il est même admis que l'existence d'une instabilité globale est soumise à celle d'une instabilité absolue locale [154].

Les instabilités convectives croissent simultanément dans le temps et l'espace -donc se déplacent soit en amont soit en aval du point d'excitation où elles apparaissent- si bien que pour un point choisi, l'écoulement retourne à son état initial à $t \rightarrow \infty$ (fig. 1.5(a)). À l'inverse, les instabilités absolues restent globalement immobiles tout en se propageant à la fois en amont et en aval de leur point d'excitation, jusqu'à contaminer entièrement l'écoulement. Elles présentent donc un danger bien plus important dans la mesure où la transition vers la turbulence est inéluctable une fois qu'elles sont apparues (fig. 1.5(b)).

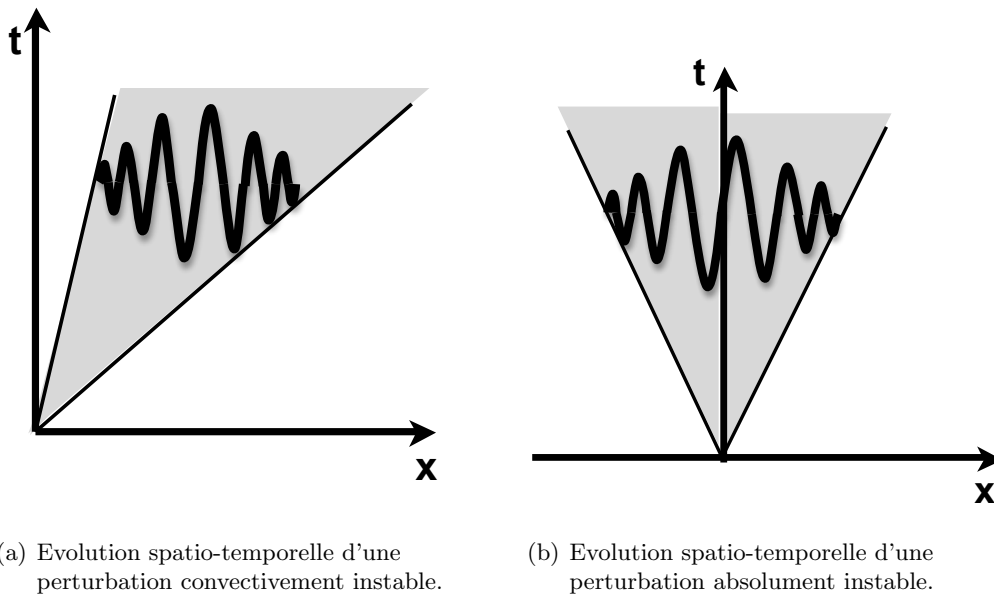


FIGURE 1.5 – Classification des instabilités en fonction de leur mobilité. En grisé : zone d'instabilité.

1.4 Principales instabilités présentes dans les écoulements incompressibles.

Ce chapitre offre d’abord un tour d’horizon des principales instabilités identifiées à ce jour, en fonction de leur milieu d’origine et du type d’écoulement concerné ; dans un deuxième temps seront exposées les typologies permettant de catégoriser ces instabilités, ainsi que les critères employés.

Dans le cas d’un écoulement bidimensionnel de type Blasius ou Falkner-Skan (sur ailes droites), les perturbations naturelles sont principalement des ondes de Tollmien-Schlichting (TS), dont l’apparition est liée à la viscosité du fluide. Les ondes TS sont déstabilisées par un gradient de pression adverse et se rencontrent donc sur la partie médiane ou arrière d’une aile profilée (cf. fig. 1.6).

Si le profil d’aile comporte une surface concave, on peut également y observer des perturbations nommées tourbillons de Görtler qui ne seront pas traitées ici.

Dans un écoulement tridimensionnel de type Falkner-Skan-Cooke (sur des ailes en flèche par exemple), deux nouveaux types de perturbations fluidiques apparaissent : d’une part des ondes parcourant le bord d’attaque de l’aile [4] et d’autre part des tourbillons Crossflow (CF), générés par l’inflexion du profil de la vitesse transversale et situés essentiellement sur la partie avant de l’aile [48]. Les tourbillons CF sont donc prépondérants pour la transition dans cette zone de gradient de pression favorable, et plus généralement dans la couche limite tridimensionnelle, par rapport aux ondes TS [149, 98]

Par ailleurs, la paroi compliant étant elle-même un milieu porteur d’ondes, certaines instabilités émanent directement d’elle ou de son interaction avec le fluide, telles que l’onde de paroi TWF (travelling wave flutter ou onde oscillatoire mobile) ou l’instabilité de Divergence.

Signalons enfin qu’il a été démontré par Ehrenstein & Rossi [57] que pour des parois très flexibles, l’hypothèse d’un écoulement parallèle dans les analyses linéaires ne peut plus être considérée comme valable. Les études classiques de stabilité linéaire avec hypothèse d’un écoulement parallèle surestime- raient donc grandement la stabilité de l’écoulement dans ce cas.

Cette revue pourra être enrichie par la lecture des travaux de synthèse de Carpenter et al. [27] ou de Gad-el-Hak [69] par exemple.

1.4.1 Instabilités d'origine fluide

Les instabilités d'origine fluide sont représentées sur la figure 1.6 ; qualifiées d'hydro- ou aérodynamiques, elles peuvent exister dans les écoulements sur paroi rigide. Cependant, sur paroi compliant, les échanges énergétiques entre fluide et paroi ont une influence capitale sur leur apparition et leur évolution.

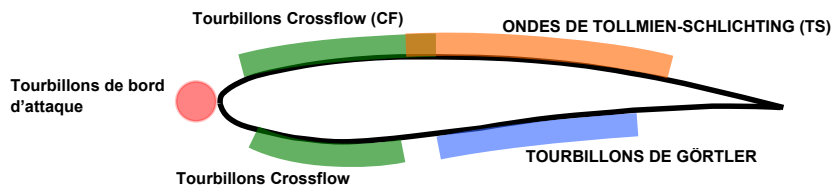


FIGURE 1.6 – Instabilités d'origine fluide présentes sur une aile en flèche (écoulement 3D). En majuscules : instabilités présentes également sur une aile droite (écoulement 2D).

Les Instabilités d'origine fluide peuvent être soit d'origine essentiellement visqueuse -comme c'est le cas des ondes de Tollmien-Schlichting- soit d'origine non visqueuse. Dans ce dernier cas, un point d'inflexion du profil de vitesse (qu'il s'agisse de la vitesse longitudinale dans le cas d'un écoulement bidimensionnel de type Falkner-Skan, ou de la vitesse transversale dans celui d'un écoulement tridimensionnel de type Falkner-Skan-Cooke) provoque l'émergence d'une instabilité plus puissante, selon un mécanisme identifié par Rayleigh [146, 147] en 1880. En 1994, Yeo [177] formule un critère basé sur le profil de vitesse et sa dérivée seconde pour prédire l'apparition de ce type de perturbations sur des parois compliantes. La figure 1.7 présente les profils de vitesses inflexionnels dans le cas bidimensionnel et tridimensionnel.

Pour qu'un point d'inflexion existe sur un profil de vitesse bidimensionnel, un gradient de pression adverse est nécessaire. Dans le cas d'une aile droite, la perturbation associée apparaît donc sur la partie arrière de l'aile, dans une couche limite de type Falkner-Skan. Elle possède un taux de croissance supérieur au mode TS et croît indéfiniment lorsque le nombre de Reynolds augmente. L'influence de la compliance sur une telle perturbation, étudiée par Cooper & Carpenter [45], est très bénéfique puisqu'en choisissant bien les paramètres de paroi, la croissance de la perturbation peut être réduite de moitié par rapport au cas rigide.

Dans le cas d'un profil tridimensionnel de type Falkner-Skan-Cooke, le point d'inflexion existe naturellement de par l'expression de la vitesse transversale, et donne naissance à des instabilités nommées tourbillons Crossflow, déjà évoquées.

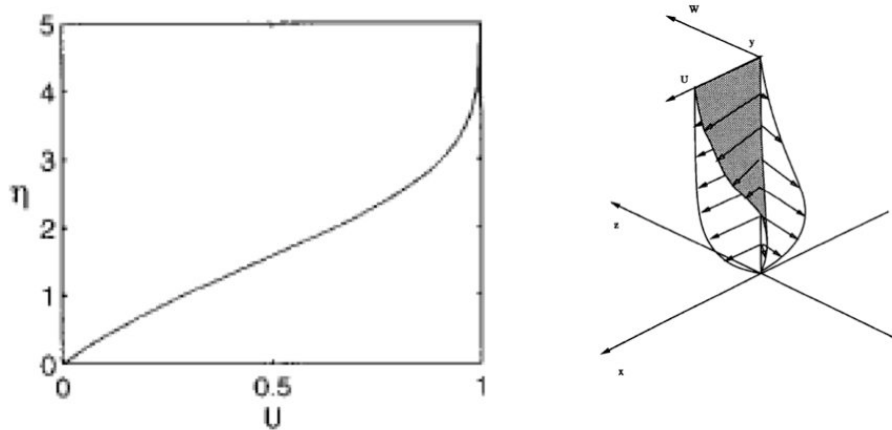


FIGURE 1.7 – Profils de vitesses inflexionnels. A gauche : sur une couche limite bidimensionnelle de type Falkner-Skan (d’après Cooper & Carpenter [45]) ; à droite : sur la vitesse transversale d’un profil tridimensionnel de type Falkner-Skan-Cooke (d’après Kuraishi [104]).

1.4.1.1 Ondes de Tollmien-Schlichting

Les ondes de Tollmien-Schlichting sont des ondes hydrodynamiques responsables de la transition dans les écoulements bidimensionnels, sur lesquels porte l’essentiel de la littérature relative aux parois compliantes. Dans le cas le plus simple, qui inclut les couches limites de Blasius et les écoulements en canal, le gradient de pression est nul ; on n’observe donc aucune inflexion dans le profil de vitesse et c’est pourquoi les seules instabilités possibles proviennent essentiellement de la viscosité inhérente au fluide. Il est à noter que les résultats obtenus par analyse linéaire sur les caractéristiques et la transition vers l’instabilité des ondes TS ont été validés par des simulations numériques directes [168], des expérimentations en soufflerie [156], ainsi qu’en conditions réelles de vol [157].

L’effet stabilisant de la compliance sur ces perturbations a été largement démontré (Carpenter & Garrad [29, 30], Yeo [175], Sen & Arora [158] entre autres) dans l’hypothèse d’un écoulement localement parallèle.

Le mécanisme de stabilisation de la compliance est le suivant : en se déformant, la paroi engendre une dissipation énergétique qui par transfert, réduit le taux de production de l’énergie cinétique dans le fluide via les contraintes de Reynolds. Le bilan d’énergie cinétique s’en trouve donc modifié en défaveur de l’onde. Ce processus peut conduire, pour des parois suffisamment flexibles, à l’éradication pure et simple des ondes TS (Davies & Carpenter [50] ; Carpenter et al. [27]).

La compliance agit de la même façon sur les ondes TS tridimensionnelles, alors même que celles-ci montrent sous certaines conditions une croissance plus forte que les modes bidimensionnels (Joslin et

al. [97], Yeo [176]). De même, dans les écoulements tridimensionnels on observe un effet stabilisateur de la compliance sur les ondes TS (voir Allen [4] par exemple pour le cas du bord d'attaque d'une aile en flèche).

Pour finir, signalons qu'en présence de couches limites aspirées (ou ASBL), l'effet bénéfique de la compliance est masquée par l'énorme bénéfice théorique (augmentation de deux ordres du nombre de Reynolds critique) dû à l'aspiration selon l'analyse linéaire. Si aucune des expérimentations menées sur l'ASBL n'a pu mettre en évidence ce spectaculaire effet stabilisant, la cause en est généralement attribuée à l'existence de modes non-orthogonaux provoquant une déstabilisation précoce de l'écoulement.

En l'absence d'aspiration en revanche, des expérimentations ont confirmé l'effet positif de la compliance sur les couches limites aqueuse (cf. Lucey & Carpenter [117]) ou gazeuse (cf. Lee et al. [106]), même si les résultats de ces derniers ont été contestés par Carpenter [26] selon lequel la paroi compliant et le fluide doivent avoir des inerties proches pour permettre une stabilisation des ondes TS.

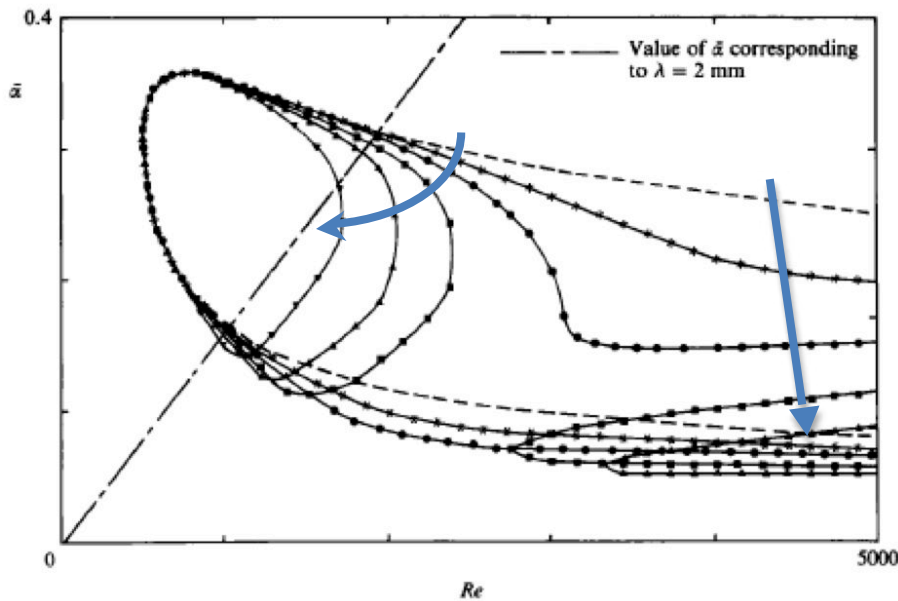


FIGURE 1.8 – Courbes neutres de l'onde TS pour des valeurs décroissantes du module d'Young dans le sens des flèches, d'une paroi rigide (courbe pointillée) à une valeur de $E = 10^5 Pa$ (d'après Carpenter & Garrad [29]).

La fig. 1.8, extraite de Carpenter & Garrad [29], illustre cette stabilisation des ondes TS par la compliance. On constate que lorsque le module d'Young du matériau diminue jusqu'à $E = 10^5 Pa$, la zone d'instabilité se restreint et, à partir de $E = 3 \times 10^5 Pa$, se divise en deux parties. En revanche, le

nombre de Reynolds critique reste constant autour de 520.

Concernant l'effet de l'amortissement sur les ondes TS, il a été montré (cf. Benjamin [11] ou Carpenter & Garrad [29] par exemple) que la dissipation énergétique par pertes viscoélastiques dans la paroi est fortement déstabilisante. Il en va de même lorsque l'amortissement résulte non plus de la présence d'un substrat mais de la perméabilité de la paroi. Ainsi, l'étude des écoulements en canal entre deux parois perméables révèle une déstabilisation importante des ondes TS, et ce même pour de faibles valeurs de la perméabilité [37, 92, 161].

1.4.1.2 Tourbillons Crossflow (ou d'écoulement transverse)

La littérature concernant les tourbillons Crossflow (CF) est beaucoup moins abondante que celle portant sur les ondes TS.

Ces perturbations non visqueuses, dont la découverte est attribuée à Grey [84], n'apparaissent que dans les couches limites tridimensionnelles ; en effet, elles trouvent leur origine dans le profil inflexionnel de la vitesse transversale et présentent un taux de croissance significativement plus élevé que les ondes TS [46]. Une fois destabilisés, ces tourbillons évoluent vers l'aval et la croissance algébrique de l'instabilité dépasse alors sa croissance exponentielle, les deux variantes de l'instabilité provenant des mêmes mécanismes [23].

Ces tourbillons longitudinaux se développent dans l'écoulement qui se forme sur la partie avant d'une aile en flèche, mais également au-dessus d'un disque en rotation ; dans ce dispositif, fréquemment utilisé pour modéliser les couches limites tridimensionnelles, la compliance est proportionnelle –pour un module d'Young fixé– à la vitesse de rotation au carré et au rayon au carré.

Cooper & Carpenter [46] utilisent un disque en rotation pour étudier l'influence de la compliance sur les tourbillons ; ils concluent que tout comme sur les ondes TS en écoulement bidimensionnel, la compliance exerce une influence stabilisante sur ce qu'ils nomment "perturbations non visqueuses de Type I" et qui s'apparentent aux tourbillons CF (cf. fig. 1.9). Cette influence porte aussi bien sur le nombre de Reynolds critique de ces perturbations que sur leur taux de croissance.

Une décennie plus tard, Carpenter & Thomas [136] proposent une revue des études théoriques et expérimentales des écoulements sur un disque tournant dans lequel est inséré un anneau compliant. Là encore, ils concluent que l'influence de la compliance sur la stabilité des tourbillons CF est bénéfique tandis qu'elle est plus discutable sur les instabilités de Type II (de nature visqueuse et d'origine moins

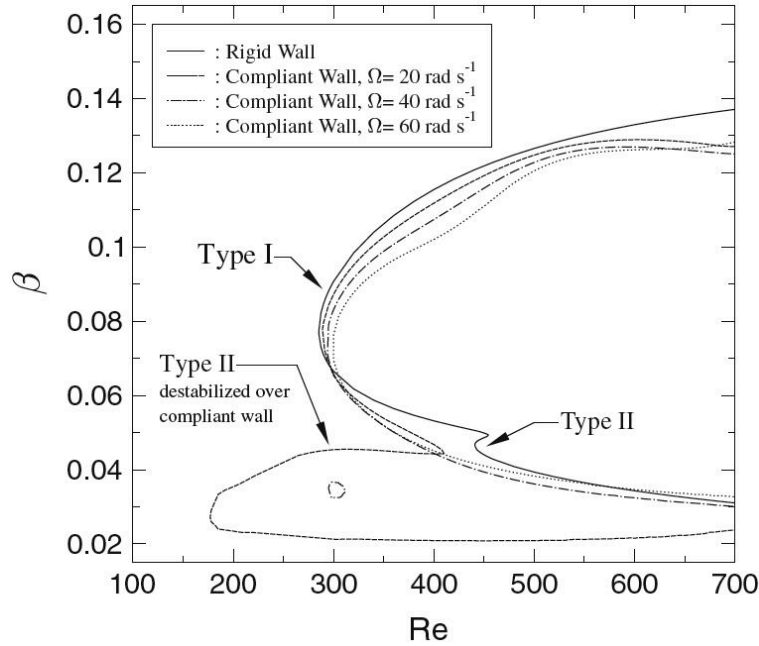


FIGURE 1.9 – Courbe de stabilité marginale obtenue sur disque tournant par Cooper & Carpenter [46], dans le plan β -Re, β étant le nombre d'onde azimutal.

bien définie que les instabilités de Type I), causant une diminution du nombre de Reynolds critique pour des compliances faibles, tandis que des compliances fortes les stabilisent jusqu'à les éradiquer. Ce constat a été confirmé expérimentalement par Colley & al. [42] avec une bonne concordance sur le nombre d'onde critique.

Les instabilités de Type II, qui n'apparaissent sur disque tournant que lorsque l'effet Coriolis est pris en compte [107, 108], présentent une croissance plus faible que les tourbillons CF. Elles ont également été observées dans les couches limites d'Ekman par Faller & Kaylor [59] ainsi que sur paroi rigide par Lingwood [107] mais en 2006, Colley & al. [42], avec un dispositif plus précis, notent quant à eux que les instabilités de Type II n'apparaissent que sur parois compliantes.

Signalons enfin l'existence d'instabilités de type III identifiées par Mack [118] ; spécifiques aux écoulements sur disque tournant, elles possèdent une valeur de α_i largement négative [34] mais sont toutefois considérées comme stables en raison de leur vitesse de groupe centripète. Selon Lingwood [107], ces perturbations peuvent coalescer avec celles de Type I pour former une instabilité absolue ; celle-ci peut être stabilisée grâce à la compliance, jusqu'à disparaître totalement [47].

1.4.2 Instabilités d'origine solide

Les instabilités regroupées sous le terme d'hydro- ou aéroélastiques naissent de la déformation de la paroi, et sont par conséquent absentes des écoulements sur paroi rigide. De nature essentiellement non-visqueuse, leur apparition peut être prédite avec précision depuis les travaux de Carpenter & Garrad [29, 30].

1.4.2.1 Instabilités de paroi ou Travelling Wave Flutters (TWF).

Les ondes TWF (parfois aussi appelées "resonant mode" [158]) se propagent sur paroi déformable même en l'absence d'écoulement. Elles s'apparentent en cela à l'onde produite lors de la percussion d'une membrane, ou à celle d'un lac dans lequel tombe une pierre. En présence d'écoulement, ces perturbation sont modifiées et peuvent devenir instables si la paroi est suffisamment flexible. Physiquement, Benjamin [12] a démontré que ces ondes sont déstabilisées par le cisaillement de la paroi et Carpenter & al. [27] ont prouvé que cette déstabilisation, provenant d'un transfert énergétique irréversible du fluide vers la paroi, est liée au travail de la perturbation de pression lorsque celle-ci n'est plus en opposition de phase avec le déplacement de paroi. La présence d'une couche de cisaillement est donc nécessaire à la destabilisation des ondes TWF, même si celles-ci sont d'origine non visqueuse.

L'étude numérique réalisée par Carpenter & Garrad [29] montre que les ondes TS, une fois passé leur nombre de Reynolds critique, couvrent une large gamme de nombre d'onde α , mais que lorsque le nombre de Reynolds augmente, cette gamme tend à se rétrécir. A l'inverse, les trois zones d'instabilité hydroélastique des modes TWF partent de l'origine et progressent conjointement avec le nombre d'onde et celui de Reynolds (cf. fig. 1.10).

Cette différence se retrouve de façon plus nette dans le plan Re-F sur les courbes produites par Lucey & Carpenter [117], comme l'illustre la fig. 1.11.

La fig. 1.12(a) (basée sur la figure 2b de Lucey et al. [114]), issue de la simulation numérique d'une onde de paroi se propageant sur un panneau compliant, met en évidence la nature convective de l'onde de paroi, ici présente sous forme de deux paquets d'onde séparées.

L'action d'un amortissement interne à la paroi sur les ondes TWF est (à l'instar de la compliance) inverse de celle sur les ondes TS [29, 30, 168]. En effet, on observe une stabilisation des ondes de paroi lorsque le système fluide-solide perd de l'énergie, c'est-à-dire lorsqu'une partie l'énergie globale est

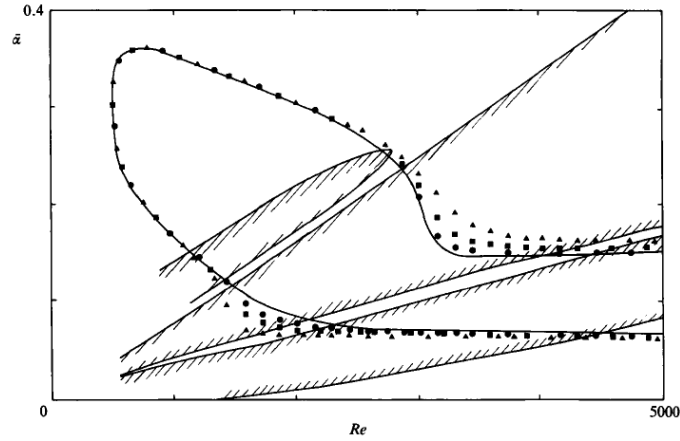


FIGURE 1.10 – Courbes de stabilité marginale d’une couche limite de Blasius sur revêtement de type Kramer sans substrat ($E = 5 \times 10^5 \text{ Pa}$). La zone cernée d’un trait plein représente le domaine d’instabilité du mode TS, celle dans le trait ombré le domaine d’instabilité des modes TWF. Les motifs illustrent l’effet déstabilisant de l’amortissement viscoélastique du revêtement sur le mode TS. (d’après Carpenter & Garrad [29])

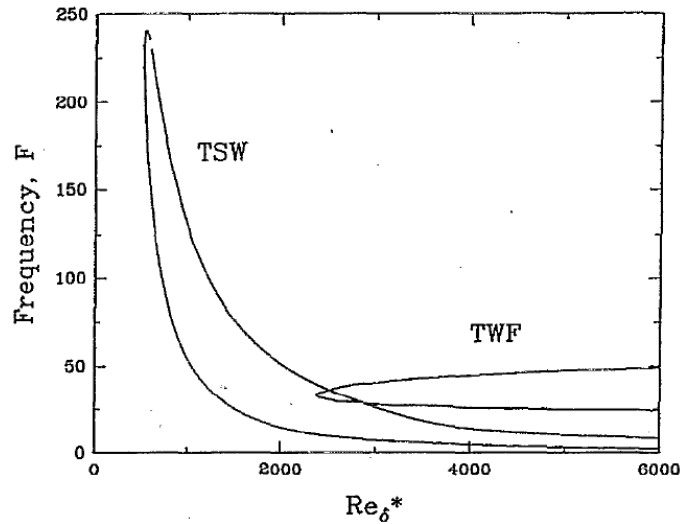


FIGURE 1.11 – Courbes de stabilité marginale des ondes TS (TSW) et de paroi (TWF) dans une couche limite de Blasius sur revêtement de type Kramer (d’après Lucey & Carpenter [117])

dissipée par pertes viscoélastiques dans la paroi [105, 12].

Pour finir, soulignons l’importance de l’hypothèse d’un écoulement parallèle dans l’étude des ondes de paroi : Yeo et al. [178] ont démontré que le non-parallélisme de l’écoulement (qui peut notamment provenir de la croissance de la couche limite) est fortement déstabilisant pour les TWF à faible nombre de Reynolds.

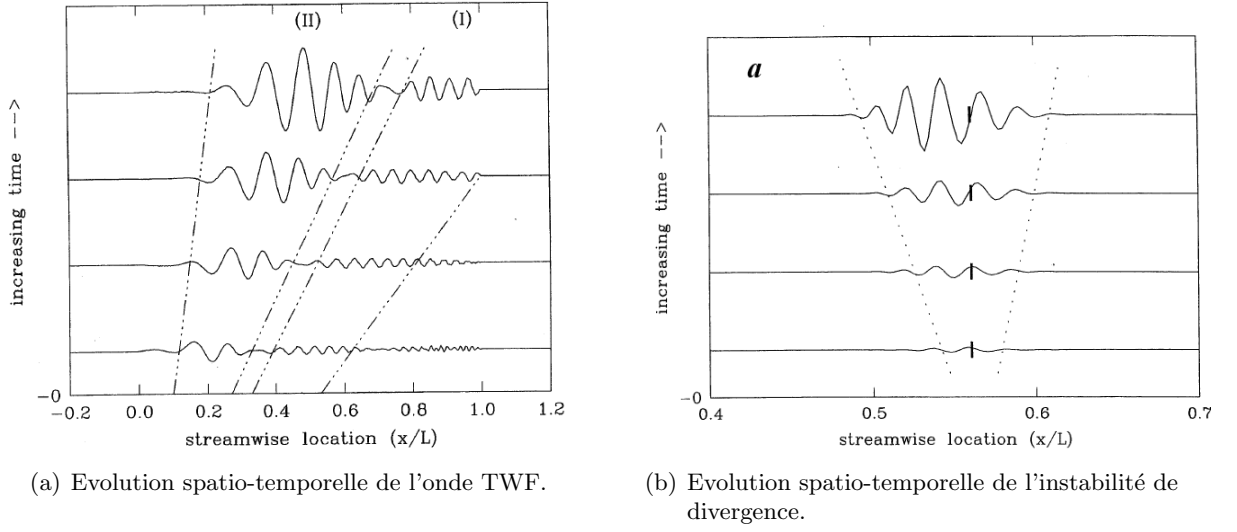


FIGURE 1.12 – Profils de déplacement de la paroi obtenus par simulation numérique. L'onde de paroi, dirigée de gauche à droite, est générée près du bord amont d'un court panneau compliant. (D'après Lucey et al. [114]). Ces représentations, qui illustrent le caractère convectif des ondes TWF et absolu de l'instabilité de divergence, sont à rapprocher des fig. 1.5(a) et 1.5(b).

1.4.2.2 Instabilité de divergence

L'instabilité de divergence (SD), dont l'évolution est illustrée par la figure 1.12(b), se caractérise par une série de bosses et de creux quasiment immobiles, souvent visibles à l'oeil nu, telles qu'on peut en observer par exemple sur le ventre des cétacés (cf. fig. 1.13). Sa formation s'explique par un phénomène cyclique auto-entretenu, à savoir que l'écoulement qui passe sur un relief de la paroi provoque à l'arrière de celle-ci un effort de succion; celui-ci, lorsqu'il devient important, n'est plus compensé par les forces de restructurations de la paroi et commence à creuser la zone située derrière la bosse, favorisant ainsi la formation de la bosse suivante. C'est ce même mécanisme (bien que la paroi soit ici cohérente et non granulaire) qui intervient dans le processus de formation des rides de sables et, à plus grande échelle, des dunes [5]. On notera d'ailleurs une similitude visuelle entre ces phénomènes géologiques et les rides visibles sur la figure 1.14, issue de l'expérience de Gad-el-Hak et al. [70]; A l'occasion de celle-ci, Gad-el-Hak et al. ont observé des instabilités de divergence ayant une amplitude de l'ordre de l'épaisseur du revêtement, une vitesse de phase généralement inférieure à 5% de la vitesse d'écoulement du fluide, et une forme non sinusoïdale asymétrique avec alternance de pics très marqués et de creux peu profonds. Cette forme singulière sera ultérieurement attribuée par Lucey et al. [115] aux effets non linéaires dans le fluide et la paroi.

Gad-el-Hak et al. [70] constatent également que l'apparition de l'instabilité de divergence est

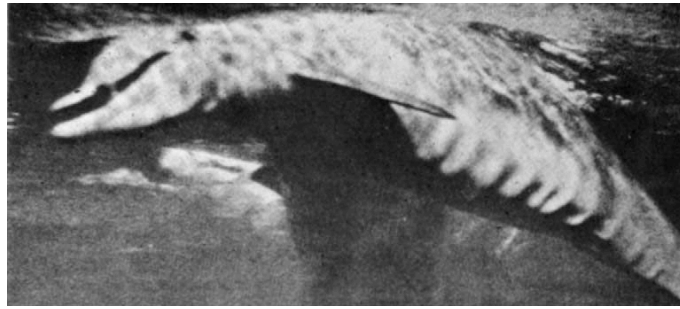


FIGURE 1.13 – Visualisation de l’instabilité de divergence en nage rapide sur le ventre d’un dauphin. Photo extraite d’Aleyev [2]

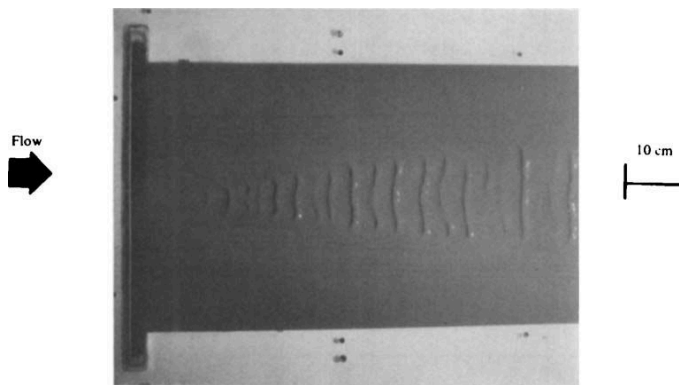


FIGURE 1.14 – Mise en évidence de l’instabilité de divergence sur un matériau viscoélastique homogène dans la zone turbulente générée par un élément de rugosité. (Figure extraite de Gad-el-Hak et al. [70])

indissociable de la turbulence de la couche limite. Or Lucey et al. [113] démontrent par la simulation numérique que la vitesse critique d’apparition de l’instabilité est d’autant plus basse que le gradient de vitesse à la paroi est élevé. Ce gradient de vitesse pariétal étant, à vitesse égale, plus important dans une couche limite en régime turbulent qu’en régime laminaire, ceci explique l’importance de la turbulence dans la déstabilisation de l’onde. (cf. aussi Yeo et al. [179]).

En ce qui concerne la mobilité de ce mode, la figure 1.12(b) montre le résultat de la simulation numérique d’un panneau compliant soumis à une instabilité de divergence générée à l’instant initial par une aspérité (Lucey et al. [114]) ; le paquet d’ondes se propage de part et d’autre de son point d’apparition, s’apparentant ainsi à une instabilité de type absolue. Cette expérience confirme les travaux théoriques de Carpenter & Garrad [30] qui ont montré en utilisant la théorie potentielle que cette instabilité possède une vitesse de groupe nulle à son seuil d’apparition et qu’une fois apparue, elle se propage en aval à une vitesse très faible par rapport à celle de l’écoulement.

Signalons que les résultats expérimentaux ne s’accordent pas quantitativement avec ceux de la

théorie potentielle. En effet, la couche limite (absente de la théorie potentielle) réduit les fluctuations de pression en proche paroi et augmente ainsi le nombre de Reynolds critique [113]. Par rapport au seuil d'apparition prédit par la théorie potentielle, il est donc possible d'employer des parois plus compliantes sans pour autant engendrer d'instabilité de divergence.

Reste que le constat de la quasi-immobilité de cette instabilité, qualitativement valable et corroboré par l'expérience [70, 68], lui vaut d'être généralement considérée comme absolue.

Il existe toutefois une incertitude sur la classification de ce mode. En effet, Gad-el-Hak et al. [70] ont montré en 1984 qu'un amortissement visqueux était nécessaire à l'apparition de l'instabilité de divergence ; Landahl [105] par étude théorique, ou Carpenter & Davies [50] par simulation numérique, entre autres, aboutissent à cette même conclusion. Cette sensibilité pose problème car elle prouve que l'instabilité de divergence est destabilisée par un transfert irréversible d'énergie et l'apparente ainsi à une instabilité de classe A (voir chapitre suivant), par nature convective. Il faut attendre 1997 pour que Lucey et al. [115] résolvent ce paradoxe en distinguant deux types d'instabilités de divergence : l'une, non-linéaire, est celle observée par Gad-el-Hak et al. [70] qui à grande vitesse d'écoulement est physiquement caractérisée par une alternance de pics très marqués et de creux peu profonds et se révèle indissociable d'un amortissement ; l'autre, linéaire, prend la forme de plusieurs modes sinusoïdaux superposés ; c'est cette dernière qui domine lorsque la dissipation est faible dans la paroi.

Cette distinction permet d'éclairer le constat de Lucey & Carpenter [116] selon lequel, sur des panneaux compliant de longueur finie, les conditions de bord s'ajoutent -voire se substituent- à la dissipation pour destabiliser la divergence en brisant l'équilibre entre forces de pression destabilisantes et forces de restructuration stabilisantes ; à l'inverse, sur des panneaux compliant de longueur infinie, seule la dissipation induit ce déséquilibre en ralentissant les ondes de surface, et favorisant ainsi le transfert d'énergie depuis le fluide vers la paroi. Carpenter & Garrad [30] observent pour leur part que sur des panneaux compliant de longueur finie, le taux de croissance de l'instabilité de divergence est plus important en l'absence d'amortissement et dans le même article, concluent que l'instabilité de divergence, même si elle naît bel et bien d'une onde de classe A, ne peut s'inscrire de façon satisfaisante dans cette classification. En conclusion, Carpenter & Morris [32] affirment que l'instabilité de divergence peut annihiler les effets bénéfiques de n'importe quel type de contrôle de transition, et

qu'il faut donc impérativement éviter son apparition.

1.4.3 Instabilités absolues générées par coalescence

Comme il a été dit précédemment, une instabilité est absolue si sa vitesse de groupe est nulle ou quasi-nulle, c'est-à-dire si elle reste globalement immobile tout en se propageant simultanément en amont et en aval de son point d'apparition. Ces instabilités très dangereuses, présentes dans les couches limites de Blasius comme l'ont démontré théoriquement Carpenter & Garrad [30] puis expérimentalement Lucey et al. [114], peuvent naître de la coalescence entre deux modes convectifs sous certaines conditions. Pour identifier un tel phénomène il est nécessaire de connaître les propriétés spatiales et temporelles des modes concernés, ainsi que d'analyser les singularités de la relation de dispersion ; celle-ci, de forme $D(\omega, \alpha) = 0$ (où ω est la fréquence complexe et α le nombre d'onde complexe), est linearisée puis résolue analytiquement ou numériquement afin d'en déterminer les racines. Les singularités ainsi obtenues sont identifiées par leurs coordonnées (α_0, ω_0) , avec α_0 et ω_0 complexes. Yeo & al [179], qui ont étudié la relation de dispersion d'écoulements sur parois avec amortissement visco-élastique, ont établi que les instabilités absolues n'y sont pas un phénomène marginal mais peuvent au contraire survenir pour une grande plage de nombres de Reynolds et de paramètres de parois.

Une condition nécessaire -mais non suffisante- à l'apparition d'une instabilité absolue par coalescence est donc d'avoir une vitesse de groupe nulle, ce qui implique un extrémum dans la variation de ω en un point α_0 où $\frac{\partial \omega}{\partial \alpha}(\alpha_0) = 0$ (en supposant qu'il existe toujours une solution $\omega(\alpha)$ à la relation de dispersion) ; cette singularité est localisée dans le plan complexe α en un lieu appelé "point de selle" (saddle point) ou "point de pincement" (pinch point) ; cette dernière dénomination correspond à la condition équivalente $\frac{\partial D}{\partial \alpha}(\alpha_0, \omega_0) = 0$.

Selon le critère dérivé dans un contexte général par Bers [13], la condition complémentaire pour que la perturbation engendrée soit absolument instable est qu'elle soit amplifiée dans le temps, c'est-à-dire qu'elle corresponde à une singularité dans le demi-plan ω_i positif ($\omega_{0i} > 0$). Ce critère rejoint celui établi par Huerre & Monkewitz [135] : pour qu'une instabilité absolue existe, une intersection entre les deux modes coalescents doit survenir dans le plan complexe α (plan de Fourier) pour une valeur de ω_i positive. La localisation dans le plan complexe ω de la singularité (point en-dessous duquel il n'est plus possible d'abaisser le contour de Laplace) est nommé *branch point*.

Cependant, l'instabilité résultante ne sera absolue que si, pour des valeurs de ω_i très hautes (taux

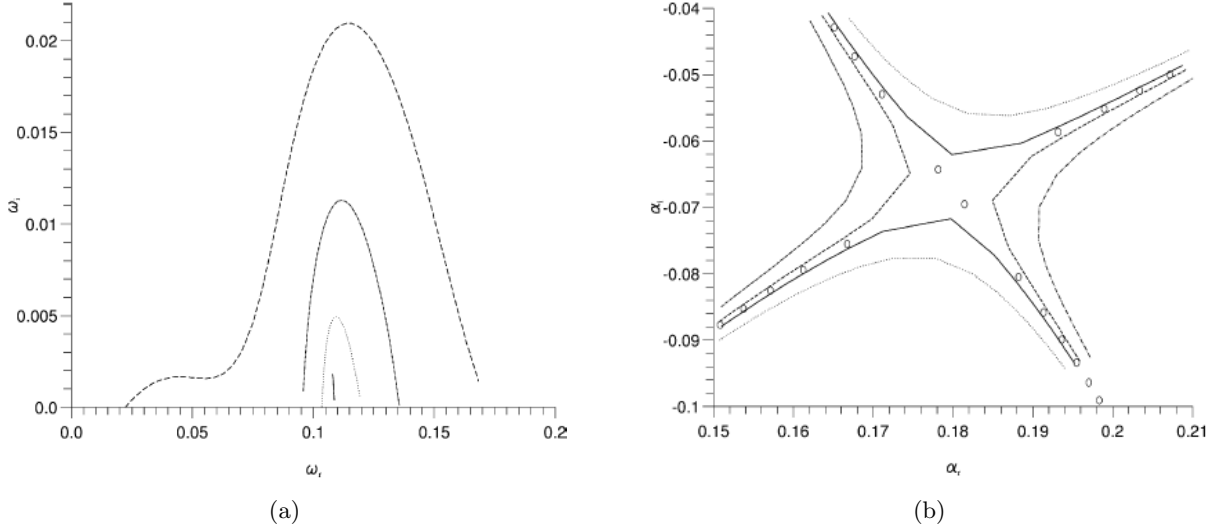


FIGURE 1.15 – Visualisation de la coalescence entre un mode TS et un mode évanescent dans une couche limite de Blasius sur une paroi compliant amortie, pour $Re = 2000$; a : dans le plan de Laplace (*branch point*); b : dans le plan de Fourier (*pinch point*) (Figures extraites de Wiplier & Ehrenstein [174])

d'amplification temporelle élevé), les deux modes coalescents se situent de part et d'autre de l'axe réel dans le plan de Fourier, avant de se rejoindre dans le demi-plan inférieur lorsque ω_i diminue. Le fait de réduire ω_i revient à abaisser le contour de Laplace dans le plan du même nom (plan complexe ω). Le mode qui, dans le plan complexe α , franchit l'axe des réels au cours de cette opération correspond à une perturbation qui se propage vers l'aval en s'amplifiant, tandis que celui qui reste dans le demi-plan inférieur correspond à une perturbation qui se propage vers l'amont en décroissant.

La méthode d'identification des instabilités absolues générées par coalescence élaborée par Brigg [16] pour la physique des plasmas, alterne analyse de stabilité temporelle (qui détermine la fréquence complexe $\omega = \omega_r + i\omega_i$ des modes propres à partir d'un nombre d'onde réel α donné) et analyse de stabilité spatiale (qui détermine le nombre d'onde complexe $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$ des modes propres partir d'une fréquence réelle ω donnée). C'est à partir de cette méthode spatio-temporelle que Brazier-Smith & Scott [14] ont mis en évidence l'existence d'instabilités absolues dans un écoulement potentiel sur paroi compliant au-delà d'une vitesse critique. Ces instabilités, susceptibles d'être absolues sur un panneau compliant amorti infiniment long, sont assimilées à un mode de divergence statique par Carpenter & Garrad [30] ainsi que Lucey & Carpenter [116]. Comme il a été dit précédemment, cette instabilité, bien que mise en évidence par analyse linéaire locale, correspond à une instabilité absolue dans le système global [174].

Dans une couche limite de Blasius, l'apparition sur paroi viscoélastique de l'instabilité absolue mise en évidence par Yeo & al [179], est attribuée par Wiplier & Ehrenstein [174] à la coalescence entre le mode TS se propageant vers l'aval de l'écoulement et le mode évanescent se propageant vers son amont. Un autre type de coalescence sur paroi compliant a été mis en évidence par Carpenter, Gaster & Willis [31] puis Carpenter & Garrad [29, 30] ; elle implique les modes TS et TWF et donne naissance à une instabilité puissante ; ce "mode transitionnel" a ensuite été détaillé par Sen & Arora [158], lesquels soulignent toutefois la difficulté d'inclure une telle instabilité dans une classification énergétique – problème déjà soulevé par Carpenter & Garrad [30]– et lui préfèrent l'appellation d'instabilité de Kelvin-Helmoltz (ou KH).

Carpenter & Davies [50], qui attribuent également l'apparition du mode transitionnel à une coalescence TS-TWF, mettent en évidence –à l'aide de la théorie potentielle– l'existence d'un autre type de coalescence impliquant l'instabilité de divergence et le mode TWF, tout en suggérant cependant qu'il pourrait s'agir d'une autre version de la coalescence précédente.

La distinction entre les différentes instabilités émergeant par coalescence n'est pas toujours évidente, puisque M.Gad-el-Hak [69], dans sa synthèse sur les connaissances relatives aux parois compliantes, précise que l'instabilité de divergence statique est très difficilement discernable du mode transitionnel.

Pour finir, signalons que des coalescences peuvent également être observées dans une couche limite tridimensionnelle sur paroi rigide ; Lingwood [107] a ainsi révélé l'existence sur disque tournant de deux types de coalescence dont l'une, qui respecte les deux critères énoncés plus hauts, est génératrice d'une instabilité absolue non-visqueuse. Cooper & Carpenter [47] ont démontré grâce à l'analyse linéaire que cette instabilité pouvait être fortement stabilisée par de faibles niveaux de compliance.

Lingwood [107] conclut que cette instabilité absolue, qui ne doit rien à l'effet Coriolis ni à la courbure du disque, est susceptible de se produire également sur une aile en flèche ; cependant, l'étude de cette configuration (voir par exemple celle de Lingwood elle-même [109]), ne parvient à mettre en évidence qu'une instabilité absolue dans le sens longitudinal et non transversal. Koch [100], qui n'observe lui non plus aucune perturbation absolument instable sur des ailes en flèche, reconnaît que la méthode employée par Lingwood et lui-même (une alternative à la méthode de Briggs nommée "Steepest-Descent" et mise au point par Gaster [72]) ne permet de conclure de façon définitive ni sur

la présence, ni sur l'absence d'instabilités absolues [100]. On notera que Bers [13] et Brevdo [15] ont abouti à la même conclusion en étendant la méthode de Briggs aux écoulements tridimensionnels ; l'existence d'une instabilité absolue y est soumise à celle d'un "double pinch point", présent à la fois dans le plan complexe α et dans le plan complexe β , qui garantit son immobilité dans les directions longitudinale et transversale. Mais ni Bers ni Brevdo n'ont pu mettre en évidence un tel phénomène sur une aile en flèche.

1.4.4 Typologies des instabilités

Plusieurs décennies d'études consacrées à l'influence de la compliance sur les écoulements incompressibles ont permis de caractériser les instabilités évoquées précédemment selon différents systèmes de classification.

Le plus simple, que l'on doit à Carpenter & Garrad [29, 30], se base sur le milieu générant l'instabilité ; les instabilités générées par la paroi y sont regroupées sous le terme de FISI (Flow Induced Surface Instabilities). Ce système présente un inconvénient : les instabilités générées par coalescence sont hybrides par nature et ne peuvent donc entrer dans l'une ou l'autre de ses catégories.

La classification due à Benjamin [11] et Landahl [105], quant à elle, catégorise les perturbations selon l'influence qu'exerce sur eux une variation d'énergie globale du système -plus concrètement, selon leur réponse à la présence de dissipation dans la paroi.

La classe A regroupe les perturbations -nommées "negative energy waves" (NEW) dans le domaine de la physique des plasma- qui se trouvent destabilisées par une dissipation d'énergie dans la paroi, comme c'est le cas des ondes TS par exemple.

A l'inverse, La classe B regroupe celles -nommées 'positive energy waves' (PEW)- dont l'amplitude se trouve réduite par un amortissement dans la paroi. On y compte principalement les TWF.

Enfin, une troisième catégorie appelée classe C regroupe les modes globalement inaffectés par la dissipation d'énergie dans la paroi, telles que les instabilités générées par coalescence (voir chapitre précédent).

La fig. 1.16 résume les différentes instabilités observables dans une couche limite incompressible en présence de parois compliantes, selon la typologie de Benjamin [11] et Landahl [105].

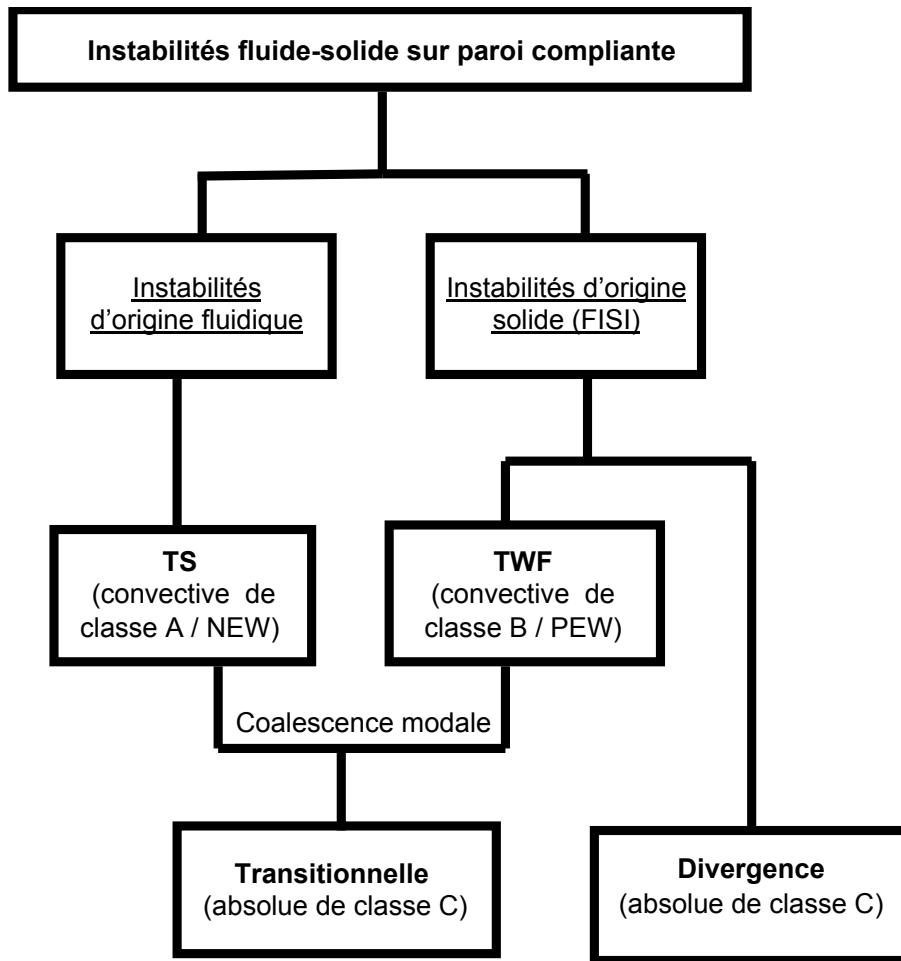


FIGURE 1.16 – Typologie des instabilités fluide-solide pour la couche limite incompressible sur paroi compliant. (d’après la figure 1 de Gad-El-Hak [69])

La troisième classification, due à Huerre & Monkewitz [135], a déjà été évoquée et catégorise les instabilités en deux familles : convectives et absolues. Rappelons que ce classement, qui n’a de sens que dans le cadre d’un écoulement parallèle, peut toutefois être généralisé aux écoulements évoluant spatialement à condition que cette évolution soit suffisamment progressive.

Chapitre 2

Formulation du problème de stabilité

La première partie de chapitre passe en revue les modélisations mathématiques de l'écoulement –issues de l'équation de Naviers-Stokes– pour les diverses configurations d'écoulement étudiées. Les équations ainsi obtenues sont alors adimensionnées et linéarisées en vue d'une résolution numérique.

Dans la seconde partie, les conditions aux limites de la couche limite sont énoncées, tant à la jonction avec l'écoulement externe qu'au contact de la paroi, et là encore des choix sont faits pour rendre compte de la réalité physique.

2.1 Equations de Navier Stokes linearisées pour les petites perturbations dans un fluide incompressible.

Si l'on néglige les forces externes et l'effet de la gravité, un fluide incompressible est gouverné par les équations de conservation de la masse et de quantité de mouvement. Pour un fluide Newtonien, ce sont les équations de Navier-Stokes qui, dans la notation d'Einstein où les composantes de $\vec{U}^*$ sont notées U_i^* ($i = 1, 2, 3$), s'écrivent (les grandeurs dotées d'un astérisque sont dimensionnées) :

$$\frac{\partial U_i^*}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{E-2.1a})$$

$$\rho^* \left(\frac{\partial U_i^*}{\partial t} + U_j^* \frac{\partial U_i^*}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial P^*}{\partial x_i} + \mu^* \frac{\partial^2 U_i^*}{\partial x_j \partial x_j} \quad (\text{E-2.1b})$$

où ρ^* est la masse volumique du fluide en kg/m^3 et μ^* sa viscosité dynamique en $kg.(m.s)^{-1}$.

On décompose alors les caractéristiques de l'écoulement (pression P^* et composantes U_i^* de la

vitesse) en une partie temporellement moyenne ($\bar{P}^*$, $\bar{U}_i^*$) et une partie fluctuante (p^* , u_i^*); cette opération est connue sous le nom de "décomposition de Reynolds". On procède ensuite à la moyenne de ces équations afin d'obtenir les équations du mouvement moyen :

$$\frac{\partial \bar{U}_i^*}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{E-2.2a})$$

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{U}_i^*}{\partial t} + \bar{U}_j^* \frac{\partial \bar{U}_i^*}{\partial x_j} + \overline{u_j^* \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j}} \right) = - \frac{\partial \bar{P}^*}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{U}_i^*}{\partial x_j \partial x_j} \quad (\text{E-2.2b})$$

Après recouplement avec les équations 2.1, les équations précédentes donnent :

$$\frac{\partial \bar{u}_i^*}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{E-2.3a})$$

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{U}_i^*}{\partial t} + \bar{U}_j^* \frac{\partial \bar{U}_i^*}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} (-\bar{P}^* \times \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial \bar{U}_i^*}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j^*}{\partial x_i} \right) - \overline{\rho u_i^* u_j^*}) = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (\text{E-2.3b})$$

δ_{ij} étant le symbole de Kronecker. Le terme $-\overline{\rho u_i^* u_j^*}$, non linéaire, est issu de la partie gauche de l'équation mais traditionnellement associé au terme de viscosité du second membre car il peut être considéré comme une contrainte; ce terme exprime des contraintes turbulentes également nommées tensions de Reynolds. L'ensemble des termes de la parenthèse du second membre constitue une matrice de contraintes moyennes $\bar{\sigma}$ englobant la pression, les contraintes de viscosité et celles dues à la turbulence.

A partir des équations 2.3, des simplifications sont ensuite possibles en fonction du type d'écoulement considéré.

2.1.1 Cas d'un écoulement laminaire

Pour un fluide newtonien de densité constante en régime laminaire, le terme $-\overline{\rho u_i^* u_j^*}$ est, sinon nul, du moins négligeable face à la viscosité du fluide. La matrice des contraintes moyennes est donc égale à :

$$\bar{\sigma} = \begin{pmatrix} -\bar{P}^* & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{P}^* & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{P}^* \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \frac{\partial \bar{U}^*}{\partial x} & \frac{\partial \bar{U}^*}{\partial y} + \frac{\partial \bar{V}^*}{\partial x} & \frac{\partial \bar{U}^*}{\partial z} + \frac{\partial \bar{W}^*}{\partial x} \\ \frac{\partial \bar{V}^*}{\partial x} + \frac{\partial \bar{U}^*}{\partial y} & 2 \frac{\partial \bar{V}^*}{\partial y} & \frac{\partial \bar{V}^*}{\partial z} + \frac{\partial \bar{W}^*}{\partial y} \\ \frac{\partial \bar{W}^*}{\partial x} + \frac{\partial \bar{U}^*}{\partial z} & \frac{\partial \bar{W}^*}{\partial y} + \frac{\partial \bar{V}^*}{\partial z} & 2 \frac{\partial \bar{W}^*}{\partial z} \end{pmatrix}.$$

Avec $\vec{U}^*(U^*, V^*, W^*)$. En tenant compte de l'équation de continuité dans le mouvement moyen $\frac{\partial \bar{U}_i^*}{\partial x_i} = 0$, l'équation 2.3 devient :

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{U}_i^*}{\partial t} + \bar{U}_j^* \frac{\partial \bar{U}_i^*}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial \bar{P}^*}{\partial x_i} + \mu \Delta \bar{U}_i^*$$

Ces équations sont alors adimensionnées en normalisant les vitesses par la vitesse de l'écoulement libre U_e , les longueurs par la longueur caractéristique L , la pression par ρU_e^2 et le temps par $\frac{L}{U_e}$. La couche limite étant suffisamment fine et le nombre de Reynolds $Re = \frac{U_e L}{\nu}$ suffisamment élevé, on obtient en tenant compte de l'équation de continuité, le système d'équations moyennées :

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{W}}{\partial z} = 0 \quad (\text{E-2.4a})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} + \bar{W} \frac{\partial \bar{U}}{\partial z} = - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \frac{1}{Re} \times \Delta \bar{U} \\ \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \bar{V}}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} + \bar{W} \frac{\partial \bar{V}}{\partial z} = - \frac{\partial \bar{P}}{\partial y} + \frac{1}{Re} \times \Delta \bar{V} \\ \frac{\partial \bar{W}}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \bar{W}}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \bar{W}}{\partial y} + \bar{W} \frac{\partial \bar{W}}{\partial z} = - \frac{\partial \bar{P}}{\partial z} + \frac{1}{Re} \times \Delta \bar{W} \end{array} \right. \quad (\text{E-2.4b})$$

En posant l'hypothèse d'un écoulement parallèle (donc où les variations de vitesse moyenne selon x et z sont négligeables par rapport aux variations selon y), on aboutit au système d'équations des perturbations :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{E-2.5a})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} + \bar{V} \frac{\partial u}{\partial y} + \bar{W} \frac{\partial u}{\partial z} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \times \Delta u \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} + \bar{V} \frac{\partial v}{\partial y} + \bar{W} \frac{\partial v}{\partial z} = - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re} \times \Delta v \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial \bar{W}}{\partial y} + \bar{V} \frac{\partial w}{\partial y} + \bar{W} \frac{\partial w}{\partial z} = - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{Re} \times \Delta w \end{array} \right. \quad (\text{E-2.5b})$$

(On considère l'ordre de grandeur des termes fluctuants inférieur à celui des termes moyens, c'est pourquoi leurs termes quadratiques sont négligés.)

Les parties fluctuantes sont alors décomposées selon les modes propres de Fourier :

$$p = \hat{p} e^{i(\alpha x + \beta z - \omega t)} \quad u = \hat{u} e^{i(\alpha x + \beta z - \omega t)} \quad v = \hat{v} e^{i(\alpha x + \beta z - \omega t)} \quad w = \hat{w} e^{i(\alpha x + \beta z - \omega t)}$$

En notant $D = d/dy$ la dérivée selon y , et $\Delta = -\alpha^2 + D^2 - \beta^2$ l'opérateur Laplacien, les équations 2.3a et 2.3b deviennent :

$$i\alpha\hat{u} + D\hat{v} + i\beta\hat{w} = 0 \quad (\text{E-2.6a})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -i\omega\hat{u} + \bar{U} \times i\alpha\hat{u} + \hat{v} \times D\bar{U} + \bar{V} \times D\hat{u} + \bar{W} \times i\beta\hat{u} = -i\alpha\hat{p} + \frac{1}{Re} \times \Delta\hat{u} \\ -i\omega\hat{v} + \bar{U} \times i\alpha\hat{v} + \hat{v} \times D\bar{V} + \bar{V} \times D\hat{v} + \bar{W} \times i\beta\hat{v} = -D\hat{p} + \frac{1}{Re} \times \Delta\hat{v} \\ -i\omega\hat{w} + \bar{U} \times i\alpha\hat{w} + \hat{v} \times D\bar{W} + \bar{V} \times D\hat{w} + \bar{W} \times i\beta\hat{w} = -i\beta\hat{p} + \frac{1}{Re} \times \Delta\hat{w} \end{array} \right. \quad (\text{E-2.6b})$$

Ces équations linéarisées sont ensuite numérisées dans leur forme primitive, avec $\hat{p}$, $\hat{u}$, $\hat{v}$ et $\hat{w}$ comme variables d'écoulement. La méthode de collocation spectrale de Chebyshev employée à cette fin (comme fréquemment dans ce domaine [88, 89, 94]), a prouvé sa validité aussi bien sur paroi rigide que compliant [119, 169, 48, 29, 30, 4].

2.1.2 Cas d'un écoulement turbulent

Les équations 2.3 restent valables lorsque le régime de l'écoulement est turbulent, avec toutefois une expression du tenseur des contraintes qui tient compte de la turbulence :

$$\bar{\sigma} = \begin{pmatrix} -\bar{P}^* & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{P}^* & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{P}^* \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2\frac{\partial \bar{U}^*}{\partial x} & \frac{\partial \bar{U}^*}{\partial y} + \frac{\partial \bar{V}^*}{\partial x} & \frac{\partial \bar{U}^*}{\partial z} + \frac{\partial \bar{W}^*}{\partial x} \\ \frac{\partial \bar{V}^*}{\partial x} + \frac{\partial \bar{U}^*}{\partial y} & 2\frac{\partial \bar{V}^*}{\partial y} & \frac{\partial \bar{V}^*}{\partial z} + \frac{\partial \bar{W}^*}{\partial y} \\ \frac{\partial \bar{W}^*}{\partial x} + \frac{\partial \bar{U}^*}{\partial z} & \frac{\partial \bar{W}^*}{\partial y} + \frac{\partial \bar{V}^*}{\partial z} & 2\frac{\partial \bar{W}^*}{\partial z} \end{pmatrix} + \rho \begin{pmatrix} -\overline{\hat{u}^2} & -\overline{\hat{u}\hat{v}} & -\overline{\hat{u}\hat{w}} \\ -\overline{\hat{v}\hat{u}} & -\overline{\hat{v}^2} & -\overline{\hat{v}\hat{w}} \\ -\overline{\hat{w}\hat{u}} & -\overline{\hat{w}\hat{v}} & -\overline{\hat{w}^2} \end{pmatrix}.$$

Les termes supplémentaires liés aux contraintes de Reynolds introduisent de nouvelles inconnues ; pour y remédier, on peut avoir recours à des relations ou des équations dites "de fermeture". La méthode la plus simple, qui permet de travailler sur les équations moyennes sans introduire d'équation supplémentaire, utilise des modèles de turbulence dits "modèles à zéro équation". Dans l'étude d'une couche limite bidimensionnelle en écoulement permanent, la contrainte turbulente principale qui intervient dans l'équation de la dynamique du mouvement moyen est $-\rho\overline{uv}$ qui sera exprimé par :

$$-\rho\overline{uv} = \mu_t \frac{\partial \bar{U}}{\partial y}$$

le coefficient μ_t étant appelé viscosité dynamique de turbulence par analogie avec la viscosité μ . μ_t ; toutefois, contrairement à celle-ci, μ_t n'est pas une propriété inhérente au fluide et peut grandement varier dans le temps et l'espace. Pour modéliser ces variation, on a recours à une longueur de mélange algébrique l_m obtenue empiriquement pour des écoulements cisailés simples ; la formule exprimant viscosité dynamique proposée par Prandtl est alors :

$$\mu_t = \rho l_m^2 \left| \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right|$$

La détermination de l_m donne lieu à plusieurs stratégies de "découpage" de la couche limite ; en effet, comme nous le verrons plus loin, le profil de vitesse dans une couche limite turbulente n'est pas autosimilaire. Ce profil est généralement modélisé en plusieurs tronçons (région de paroi, région logarithmique et région extérieure) dont chacun possède sa propre définition de l_m . Cebeci & Smith [35] propose un découpage en deux régions seulement (interne et externe) ; enfin, certains modèles proposent d'unifier la formulation de la longueur de mélange pour toute la couche limite. Ainsi, Michel [127] propose l'expression :

$$l_m = (1 - e^{-\frac{y}{A}}) \times \tanh\left(\frac{\chi y}{0.085\delta}\right) \quad (\text{E-2.7})$$

Où $\chi = 0.41$ (constante de Von Karman) et $A = 26\nu\sqrt{\frac{\rho}{\tau_w}}$ (τ_w étant la contrainte de cisaillement à la paroi)

Il est à noter que les modèles à zéro équation ne sont d'aucune efficacité dans les couches limites à fort gradient de pression adverse et dans les couches limites décollées.

Les équations d'écoulement afférentes seront détaillées dans le chapitre consacré aux écoulements turbulents.

2.2 Ecoulements dans une couche limite 2D laminaire

Dans une couche limite 2D non stationnaire, les équations de Navier-Stokes se réduisent à :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (\text{E-2.8a})$$

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{Re} \Delta U \\ \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{1}{Re} \Delta V \end{cases} \quad (\text{E-2.8b})$$

Après décomposition de Reynolds on obtient un système qui, une fois modifié en fonction de la configuration étudiée, fournira les équations d'équilibre.

2.2.1 Couche limite 2D non aspirée

Dans ce cas, les équations sont simplifiées par l'absence de vitesse moyenne normale $\bar{V}$; dans l'hypothèse d'un écoulement parallèle où $\frac{\partial \bar{U}}{\partial x} \ll \frac{\partial \bar{U}}{\partial y}$, on obtient donc :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{E-2.9a})$$

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \Delta u \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re} \Delta v \end{cases} \quad (\text{E-2.9b})$$

Soit après linéarisation :

$$i\alpha \hat{u} + D\hat{v} = 0 \quad (\text{E-2.10a})$$

$$\begin{cases} (-i\omega + i\alpha \bar{U} - \frac{\Delta}{Re})\hat{u} + (D\bar{U})\hat{v} + i\alpha \hat{p} = 0 \\ (-i\omega + i\alpha \bar{U} - \frac{\Delta}{Re})\hat{v} + D\hat{p} = 0 \end{cases} \quad (\text{E-2.10b})$$

avec $D = d/dy$ et $\Delta = D^2 - \alpha^2$

La vitesse $\bar{U}$ est obtenue grâce au profil d'écoulement ⁽¹⁾ dans la couche limite ; celui-ci est fourni par la résolution numérique d'une équation aux dérivées partielles -qui dans certains cas se simplifie en équation différentielle.

(1). Profil que suit la vitesse d'écoulement sur l'épaisseur de la couche limite pour passer d'une valeur nulle au contact de la paroi à la vitesse d'écoulement libre (cf. fig. 1.1)

2.2.1.1 Solution de Blasius au profil d'écoulement sur plaque plane à gradient de pression nul

La configuration d'écoulement visqueux la plus simple est celle d'une couche limite de fluide incompressible sur une plaque plane semi-infinie parallèle à l'écoulement (cf. fig. 1.3). La vitesse de l'écoulement externe est constante dans ce cas, quelle que soit l'abscisse x considérée : $\mathbf{U}_e(\mathbf{x}) = \mathbf{cte}$. Pour un écoulement laminaire, l'échelle caractéristique de la couche limite est égale à : $\delta(x) = \sqrt{2 \frac{\nu x}{U_e}}$; dans le sens normal à la paroi, la variable de similarité $\xi = \frac{y}{\delta(x)}$ est employée afin d'introduire la fonction de courant $\psi = \sqrt{2\nu x U_e} \times f(\xi)$ qui satisfait la continuité et fournit l'expression de la vitesse du fluide adimensionnée : $\frac{U(y)}{U_e} = f'(\xi)$ où $f' = \frac{df}{d\xi}$.

Lorsqu'on cherche une solution autosimilaire⁽²⁾ à $U(\xi)$, l'équation de conservation de la quantité de mouvement selon x fournit l'équation de Blasius :

$$f'''(\xi) + f(\xi) \times f''(\xi) = 0 \quad (\text{E-2.11a})$$

$$f(0) = 0; f'(0) = 0; f'(\infty) = 1; \quad (\text{E-2.11b})$$

C'est la résolution numérique de cette équation qui nous fournira donc le profil de vitesse adimensionnée.

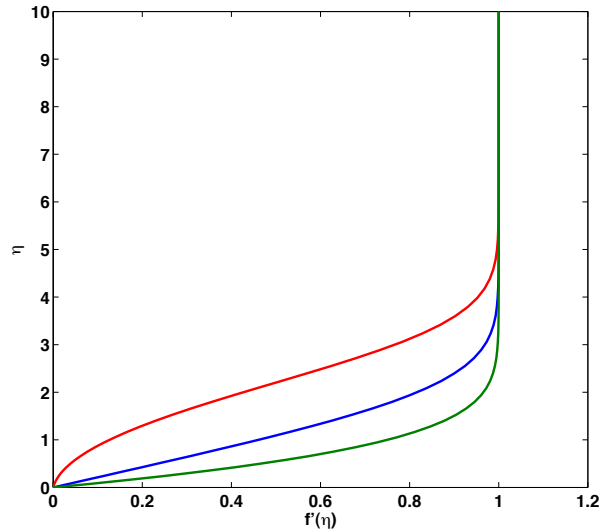


FIGURE 2.1 – Profils de vitesse dans une couche limite 2D à gradient de pression variable. En bleu : couche limite de Blasius ; en vert : couche limite de Falkner-Skan pour un gradient de pression favorable ($m=0.7$) ; en rouge : couche limite de Falkner-Skan pour un gradient de pression adverse ($m=-0.09$).

(2). Solution du profil $U(\xi)$ qui ne diffère, d'une valeur à l'autre de l'abscisse, que par un facteur d'échelle.

2.2.1.2 Solution de Falkner-Skan au profil d'écoulement bidimensionnel sur plaque plane à gradient de pression non nul

Dans le cas d'un écoulement parallèle sur une aile droite⁽³⁾, la couche limite peut être modélisée localement sous forme d'une plaque plane inclinée selon un axe perpendiculaire à l'écoulement, d'un angle $\beta_H \cdot \frac{\pi}{2}$ (cf. fig. 2.2(b)); β_H est dénommé le paramètre de Hartree.

Sur l'aile, cette inclinaison est indexée au facteur de gradient de pression $\mathbf{m} = \frac{\beta_H}{2 - \beta_H}$ (donc à l'inverse : $\beta_H = \frac{2\mathbf{m}}{1 + \mathbf{m}}$). Celui-ci varie de 1 (bord d'attaque) à 0 (point de pression minimale) sur la partie avant de l'aile (gradient de pression favorable); sur la partie arrière, $\mathbf{m}$ est négatif, ce qui correspond à un gradient de pression adverse (cf. fig. 2.2(a)). Pour une valeur de $\mathbf{m}$ fixée, la vitesse de l'écoulement externe est dépendante de l'abscisse x : $\mathbf{U}_e(\mathbf{x}) = \text{cte} \times \mathbf{x}^{\mathbf{m}}$.

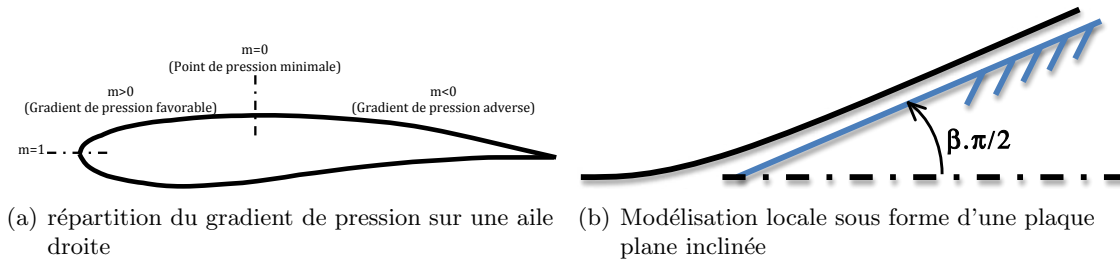


FIGURE 2.2 – Couche limite 2D sur une aile droite

Cette approche, proposée par Falkner & Skan en 1931 [58], permet l'obtention d'une solution autosimilaire pour la vitesse d'écoulement $f'(\xi) = \frac{U(y)}{U_e}$, avec pour échelle caractéristique de la couche limite : $\delta(x) = \sqrt{\frac{2}{m+1} \times \frac{\nu x}{U_e}}$ et pour valeur de la variable de similarité $\xi = \frac{y}{\delta(x)} = y \sqrt{\frac{m+1}{2} \times \frac{U_e}{\nu x}}$. La fonction de courant étant à présent $\psi = \sqrt{\frac{2}{m+1} \times \nu \cdot x \cdot U_e} \times f(\xi)$, la solution autosimilaire s'obtient donc à partir de l'équation de Falkner-Skan :

$$f'''(\xi) + f(\xi) \cdot f''(\xi) + \frac{2m}{1+m} \cdot (1 - f'^2(\xi)) = 0 \quad (\text{E-2.12a})$$

$$f(0) = 0; f'(0) = 0; f'(\infty) = 1; \quad (\text{E-2.12b})$$

On constate au passage que la solution de Blasius est un cas particulier de Falkner-Skan correspondant à $\mathbf{m}=0$, c'est à dire au point de pression minimale où le gradient de pression est nul.

(3). Aile dont le bord d'attaque est perpendiculaire à l'écoulement

2.2.2 Couche limite 2D aspirée.

Deux choses se produisent lorsqu'on applique à la couche limite une succion normale à la paroi de vitesse V_0 : d'une part l'épaisseur de la couche limite se réduit, d'autre part le profil de la vitesse moyenne s'y trouve modifié (cf. fig. 2.3) pour coller davantage à la paroi –à l'image de l'effet produit par un gradient de pression négatif; ces deux effets contribuent à retarder la transition vers la turbulence [36], comme en attestent plusieurs études de stabilité linéaire et non-linéaire [93, 65].

En gardant les mêmes hypothèses que précédemment, la vitesse V_0 étant constante, les équations d'équilibre se réduisent à :

$$\frac{\partial \bar{V}}{\partial y} = 0 \rightarrow V = V_0 \quad (\text{E-2.13})$$

$$V_0 \frac{\partial U}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \quad (\text{E-2.14})$$

Equation différentielle dont la solution fournit le profil de vitesse adimensionné [86] :

$$\frac{U}{U_\infty} = 1 - e^{\left(\frac{y \cdot V_0}{\nu}\right)} \quad (\text{E-2.15})$$

U_∞ étant la vitesse externe parallèle à la paroi. On constate que ce profil de vitesse est asymptotique ; son allure est représentée sur la fig. 2.3.

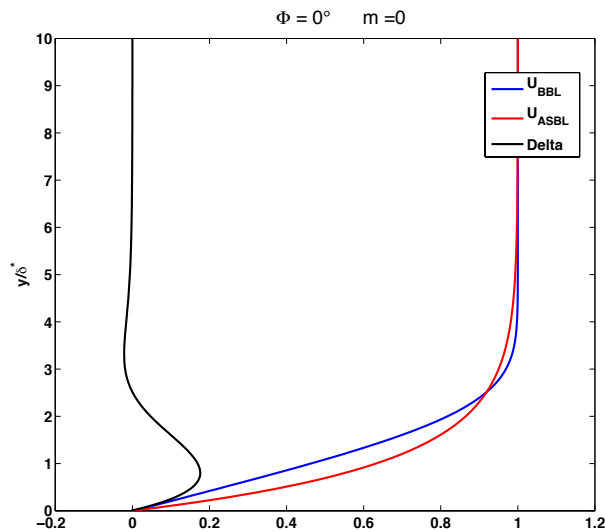


FIGURE 2.3 – Profils de vitesse dans une couche limite 2D. En bleu : couche limite de Blasius; en rouge : couche limite aspirée; en noir : différence entre les deux profils.

Il est pratique, pour les études de couches limites aspirées, d'employer l'épaisseur de déplacement δ^* comme grandeur caractéristique ; celle-ci a alors pour valeur :

$$\delta^* = \int_0^\infty \left(1 - \frac{U}{U_\infty}\right) dy = -\frac{\nu}{V_0}$$

D'où le nombre de Reynolds relatif à cette épaisseur de déplacement :

$$Re = \frac{U_\infty \cdot \delta^*}{\nu} = -\frac{U_\infty}{V_0}$$

Les équations d'équilibre dans la couche limite, en tenant compte du système du courant externe, deviennent :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{E-2.16a})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial u}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} + v \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} + \bar{V} \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial y^2} + \Delta u \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial v}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} + \bar{V} \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re} \Delta v \end{array} \right. \quad (\text{E-2.16b})$$

Soit après linéarisation :

$$i\alpha \hat{u} + D\hat{v} = 0 \quad (\text{E-2.17a})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (-i\omega + i\alpha \bar{U} + \bar{V}_0 D - \frac{\Delta}{Re}) \hat{u} + (D\bar{U}) \hat{v} + i\alpha \hat{p} = 0 \\ (-i\omega + i\alpha \bar{U} + \bar{V}_0 D - \frac{\Delta}{Re}) \hat{v} + D\hat{p} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{E-2.17b})$$

avec $D = d/dy$ et $\Delta = D^2 - \alpha^2$

2.3 Écoulements dans une couche limite 3D laminaire

Sur les ailes en flèche⁽⁴⁾, la couche limite est balayée par une vitesse transversale W , donc tridimensionnelle. Pour la modéliser, il est nécessaire de prendre en compte dans les équations du mouvement, en plus du facteur de gradient de pression m , l'inclinaison de l'aile sous forme d'un angle Λ (cf. fig. 2.4) ; celui-ci définit le lien entre les vitesses externes U_e et W_∞ : $\Lambda = \arctan\left(\frac{W_\infty}{U_\infty}\right)$.

(4). Aile dont le bord d'attaque forme un angle Λ non nul avec la direction de l'écoulement

Les équations d'équilibre deviennent donc :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{E-2.18a})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} + \bar{W} \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \Delta u \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial v}{\partial x} + \bar{W} \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re} \Delta v \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial \bar{W}}{\partial y} + \bar{W} \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{Re} \Delta w \end{array} \right. \quad (\text{E-2.18b})$$

Soit après linéarisation :

$$i\alpha \hat{u} + D\hat{v} + i\beta \hat{w} = 0 \quad (\text{E-2.19a})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (-i\omega + i\alpha \bar{U} + i\beta \bar{W} - \frac{\Delta}{Re})\hat{u} + (D\bar{U})\hat{v} + i\alpha \hat{p} = 0 \\ (-i\omega + i\alpha \bar{U} + i\beta \bar{W} - \frac{\Delta}{Re})\hat{v} + D\hat{p} = 0 \\ (-i\omega + i\alpha \bar{U} + i\beta \bar{W} - \frac{\Delta}{Re})\hat{w} + (D\bar{W})\hat{v} + i\beta \hat{p} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{E-2.19b})$$

avec $D = d/dy$ et $\Delta = D^2 - \alpha^2 - \beta^2$

2.3.0.1 Solution de Falkner-Skan-Cooke aux profils d'écoulement

Sur les fig. 2.4 et 2.5, qui illustrent la modélisation de la couche limite sur une aile en flèche, les pointillés représentent une ligne de courant externe. Dans le système de coordonnées lié à l'aile, x_w suit le sens le bord d'attaque tandis que z_w indique le sens transversal à l'écoulement et y la normale à la surface.

La fig. 2.5 illustre la répartition des vitesses dans le plan x_w-z_w . La vitesse du courant extérieur $\vec{Q}_e$ est projetée une première fois sur le repère lié à l'aile selon deux composantes $\vec{U}_e$ et $\vec{W}_e$; celles-ci permettent de calculer les vitesses dans la couche limite $\vec{U}(y)$ et $\vec{W}(y)$, lesquelles sont alors projetées à leur tour dans le repère lié à la ligne de courant pour obtenir $\vec{U}_f(y)$ et $\vec{W}_f(y)$. L'origine des tourbillons Crossflow est liée à l'inclinaison du courant externe par rapport au gradient de pression, décomposant celui-ci dans le repère lié à la ligne de courant en une composante longitudinale et une composante transversale; cette dernière illustre l'existence d'une force centrifuge associée à la courbure R de la

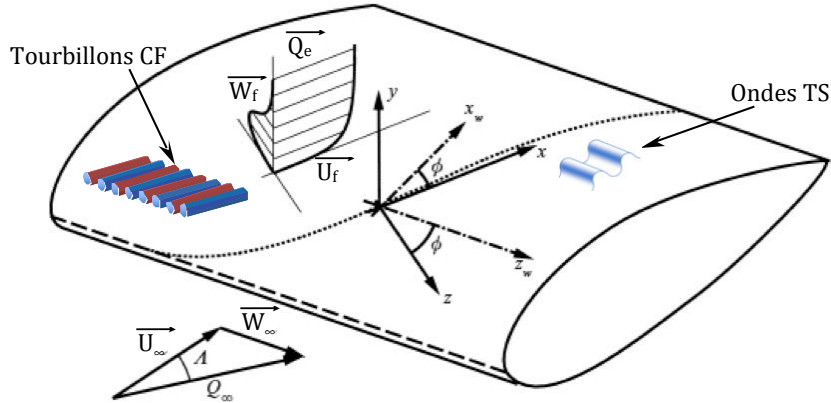


FIGURE 2.4 – Modélisation de la couche limite sur une aile en flèche de longueur infinie (d’après Corbett & Bottaro [48]).

ligne de courant : $\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{-\rho \times Q_e^2}{R}$. Or, la pression p étant constante selon y dans la couche limite –donc son gradient selon z également–, le rayon de courbure est forcément plus faible près de la paroi que sur le courant externe, puisque la vitesse du fluide y est réduite [36]. Il en découle une vitesse transversale dirigée vers le centre de la courbure, d’où le profil infléchi de W_f visible sur la figure 2.4.

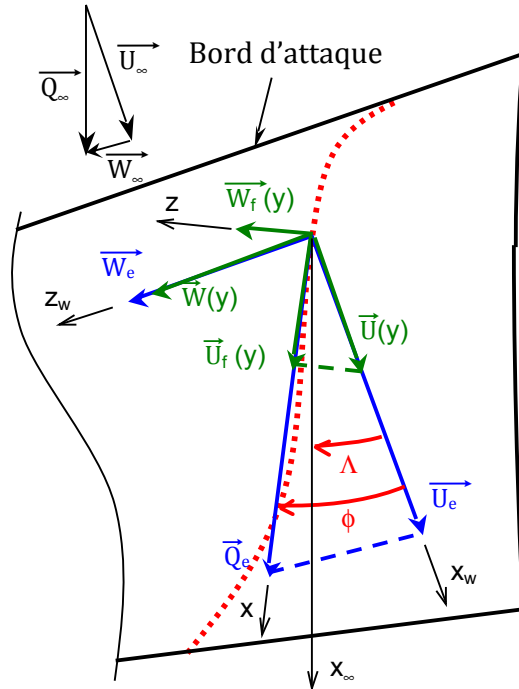


FIGURE 2.5 – Composantes de la vitesse du fluide sur une aile en flèche.

Ainsi, comme on peut le voir sur la fig. 2.6 extraite des travaux de L.M. Mack [119], le nombre de Reynolds critique du mode CF reste à peu près constant entre $\beta_h = 1$ et $\beta_h = 0.4$; or la vitesse

du fluide –et donc le nombre de Reynolds– augmente largement entre ces deux valeurs, c’est pourquoi la zone la plus dangereuse en matière de transition se situe loin des bords de l’aile ($\beta_h < 0.4$) ; la présente étude portera donc sur une région où le repère lié à la ligne de courant et celui lié au courant externe sont pratiquement confondus (voir sur fig. 2.5), ce qui permet de simplifier la modélisation en confondant les angles ϕ et Λ .

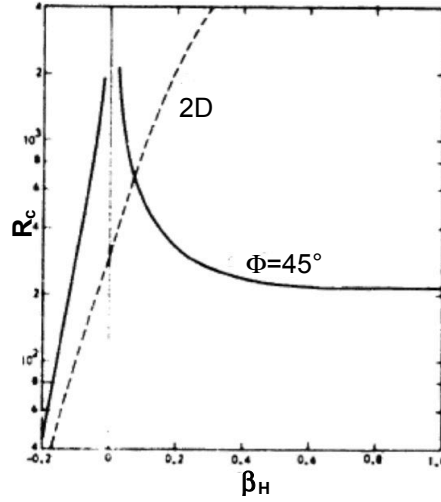


FIGURE 2.6 – Evolution du nombre de Reynolds critique de l’onde TS sur une aile droite (trait pointillé), et des tourbillons CF sur une aile en flèche (trait plein) (d’après L.M. Mack [119])

Dans une couche limite tridimensionnelle, la solution autosimilaire au profil de vitesse s’obtient en résolvant un système de deux équations. La première est celle de Falkner-Skan qui fait intervenir dans la direction x_w la fonction $f'(\xi) = \frac{U(y)}{U_e}$; la seconde, dite équation de Cooke, fait intervenir dans la direction z_w la fonction $g(\xi) = \frac{W(y)}{W_e}$ qui fournit le profil de la vitesse transversale. On obtient ainsi le système d’équations de Falkner-Skan-Cooke :

$$\begin{cases} f''' + f f'' + \beta_H(1 - f'^2) = 0 \\ g'' + f g' = 0 \end{cases} \quad (\text{E-2.20a})$$

$$f(0) = 0; f'(0) = 0; g(0) = 0; f'(\infty) = 1; g(\infty) = 1; \quad (\text{E-2.20b})$$

En choisissant de normaliser les vitesses Q_e , $U(y)$ et $W(y)$ par U_e , on obtient : $Q = \frac{Q_e}{U_e} = \frac{1}{\cos\phi}$, $\frac{U(y)}{U_e} = f'(\xi)$ et $\frac{W(y)}{U_e} = \frac{W_e}{U_e} \cdot g(\xi) = \tan\phi \cdot g(\xi)$. On obtient ainsi les composantes de la vitesse dans

le système lié à la ligne de courant et normalisées par Q [48] :

$$\begin{cases} \frac{U(y)}{U_e} = Q \cdot \cos\phi \cdot f'(\xi) \\ \frac{W(y)}{U_e} = Q \cdot \sin\phi \cdot g(\xi) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_f \cdot \cos\phi - W_f \cdot \sin\phi = Q \cdot \cos\phi \cdot f'(\xi) \\ U_f \cdot \sin\phi + W_f \cdot \cos\phi = Q \cdot \sin\phi \cdot g(\xi) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{U_f(\xi)}{Q} = f'(\xi) \cos^2(\phi) + g(\xi) \sin^2(\phi) \\ \frac{W_f(\xi)}{Q} = \sin(\phi) \cos(\phi) (g(\xi) - f'(\xi)) \end{cases} \quad (\text{E-2.21})$$

Quelle que soit la valeur de l'angle ϕ comprise entre 0 et $\frac{\pi}{2}$, on constate que le profil de W_f présente un point d'inflexion qui est à l'origine les tourbillons Crossflow.

2.4 Ecoulements dans une couche limite 2D turbulente

2.5 Conditions aux limites

2.5.1 Conditions à la limite de la jonction au courant externe

Dès lors que l'on se place à la jonction du courant externe, les effets de la viscosité sont négligeables et se trouvent donc éliminées des équations précédentes. Par ailleurs, la vitesse moyenne étant celle du courant externe, sa valeur normalisée est unitaire, et les dérivées selon y des vitesses moyennes sont négligeables en raison de leur profil asymptotique au raccordement ($D\bar{U}_{y \rightarrow \infty} = 0$; $D\bar{V}_{y \rightarrow \infty} = 0$; $D\bar{W}_{y \rightarrow \infty} = 0$).

Le système d'équations 2.4 devient donc :

$$\beta\alpha\hat{u} + D\hat{v} + i\beta\hat{w} = 0 \quad (\text{E-2.22a})$$

$$\begin{cases} -i\omega\hat{u} + i\alpha\hat{u} + \bar{V}D\hat{u} + \bar{W}i\beta\hat{u} = -i\alpha\hat{p} \\ -i\omega\hat{v} + i\alpha\hat{v} + \bar{V}D\hat{v} + \bar{W}i\beta\hat{v} = -D\hat{p} \\ -i\omega\hat{w} + i\alpha\hat{w} + \bar{V}D\hat{w} + \bar{W}i\beta\hat{w} = -i\beta\hat{p} \end{cases} \quad (\text{E-2.22b})$$

En éliminant $\hat{p}$ dans ces équations, on obtient une version tridimensionnelle de l'équation de Rayleigh :

$$(D^2 - k^2) \times (-i\omega + i\alpha + \bar{V}D + \bar{W}i\beta)\hat{v} = 0$$

Avec $D = d/dy$ et $k^2 = \alpha^2 + \beta^2$.

Les racines du second terme sont relatives aux modes visqueux, donc seules celles de $(D^2 - k^2)$,

relatives aux modes de pression, sont pertinentes à la jonction du courant externe. Elles sont de la forme $\hat{v} = Ae^{-k \cdot y}$ car $v_{y \rightarrow \infty} = 0$ et par définition, $k > 0$.

On en déduit la première condition à la limite :

$$\mathbf{D}\hat{\mathbf{v}} + \mathbf{k}\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{0} \quad (\text{E-2.23})$$

En définissant à présent le tourbillon normal $\hat{\eta}_y = \frac{d\hat{u}}{dz} - \frac{d\hat{w}}{dx}$, on obtient –à partir des équations de la quantité de mouvement selon x et z – l’équation de Squire selon laquelle $\hat{\eta}_y$ est nul à la jonction du courant externe :

$$(-i\omega + i\alpha + \bar{V}D + i\beta\bar{W})\hat{\eta}_y = 0 \rightarrow \hat{\eta}_y = 0$$

L’équation de la continuité donne quant à elle :

$$i\alpha^2\hat{u} = -\alpha D\hat{v} - i\alpha\beta\hat{w} \rightarrow ik^2\hat{u} = -\alpha D\hat{v} + \beta\hat{\eta}_y \rightarrow \hat{u} = -\frac{i\alpha}{k}\hat{v}$$

Ce qui fournit par dérivation la seconde condition à la limite :

$$D\hat{u} = \frac{\hat{u}}{\hat{v}}D\hat{v} = -\frac{\hat{u}}{\hat{v}}k\hat{v} \rightarrow$$

$$\mathbf{D}\hat{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad (\text{E-2.24})$$

Enfin, une manipulation identique de l’équation de la continuité aboutit à $\hat{w} = -\frac{i\beta}{k}\hat{v} \rightarrow$

$$\mathbf{D}\hat{\mathbf{w}} + \mathbf{k}\hat{\mathbf{w}} = \mathbf{0} \quad (\text{E-2.25})$$

Ces conditions à la limite de la jonction du courant externe sont valables pour tous les cas de couches limites envisagées dans cette étude, qui s’effectue dans l’hypothèse d’un écoulement parallèle permanent.

2.5.2 Conditions aux limites au contact de la paroi

2.5.2.1 Evolution historique de la compliance

Les diverses étapes de la modélisation des parois compliantes, dont l'historique a été établi en introduction, sont illustrées et développées dans ce paragraphe. A l'origine, le constat de Gray [83] sur les performances hydrodynamiques des cétacés a conduit à observer en détail leur épiderme. La fig. 1, vue en introduction, présente une vue schématique de l'épiderme et de la couche dermique supérieure des dauphins. Cette dernière agit comme une membrane élastique transmettant toutes les fluctuations de pression au derme, composé de tissus (les papilles dermiques) baignant dans un substrat graisseux. L'angle formé par les papilles dermiques avec la verticale varie de 10 à 80 degrés le long du corps du dauphin.

D'après les calculs de Carpenter et al. [27], l'effet retardant de cette peau de dauphin serait optimisé pour des vitesses de l'ordre de 9 m/s.

La première paroi compliante s'inspirant des propriétés de la peau de dauphin fut élaborée par Kramer [101] en 1957 et se trouve schématisée dans la fig. 2.7. Elle est constituée d'une base rigide recouverte d'une couche flexible interne, reliée à une couche flexible externe par une paroi et un réseau de plots reproduisant les papilles, l'ensemble étant constitué de caoutchouc. L'espace interne est rempli d'huile de silicone visqueuse qui tient lieu de substrat.

Cette paroi ne fut modélisée qu'en 1985 par Garrad & Carpenter [29, 30] sous forme d'une coque élastique fine et plane d'épaisseur b , soutenue par des ressorts et des amortisseurs (cf. fig. 2.8), puis employée dans le cadre d'une étude numérique par Davies & Carpenter [50, 51].

Toutefois, cette paroi de Kramer est difficile à reproduire dans le cadre d'expérimentations et c'est pourquoi on lui a souvent préféré des modèles moins élaborés, composés d'une ou plusieurs couches de matériaux viscoélastiques homogènes.

Ainsi la paroi de Gaster [73] déjà citée en introduction est composée de deux couches superposées (fig. 2.9) : une couche interne constituée d'un substrat de caoutchouc silicone flexible et une autre externe, en latex plus mince et plus rigide. Cette dernière, en limitant les déplacements tangentiels, rend la paroi moins sujette aux instabilités de surface.

Une version plus simple, illustrée fig. 2.10, est constituée d'une paroi monocouche dont le matériau peut être soit du caoutchouc silicone [40], soit un mélange de deux gels de silicone [43, 42], soit encore

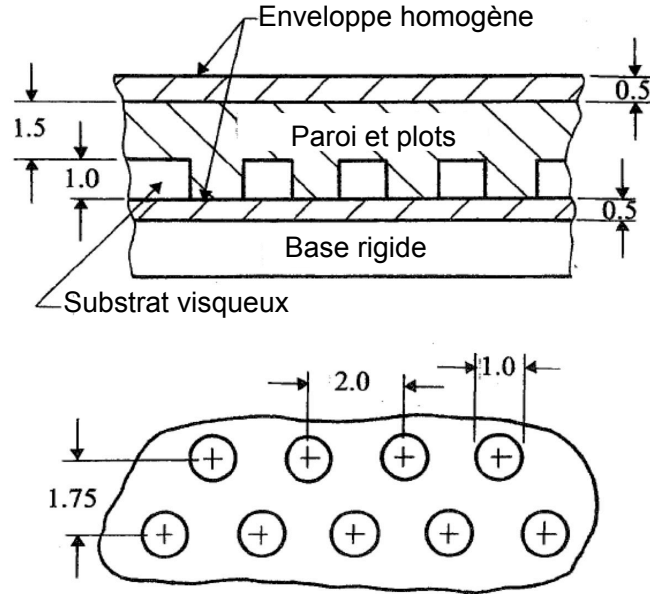


FIGURE 2.7 – Paroi compliant de Kramer (toutes les dimensions sont en mm). En haut : section transversale; En bas : coupe au niveau des plots de caoutchouc. (Figure extraite de Carpenter & Garrad [29] et basée sur les dessins de Kramer [101])

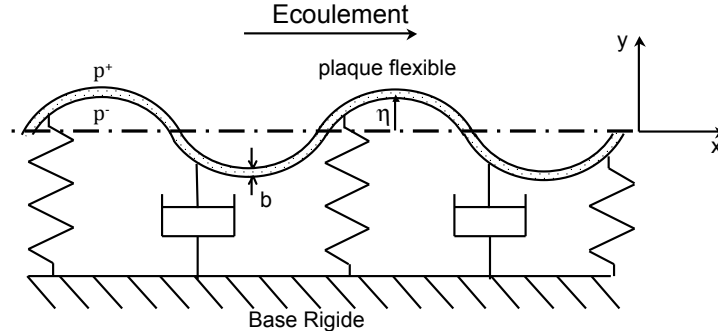


FIGURE 2.8 – Modèle surfacique établi par Garrad & Carpenter [29] et Davies & Carpenter [51]. La paroi est composée d'une plaque mince flexible reliée à une base rigide par un ensemble de ressorts et d'amortisseurs. Seul son déplacement normal η est considéré. (figure non à l'échelle)

une gélatine alimentaire ou un PVC plastisol [68].

En 1975, Grosskreutz [87] propose un modèle de paroi anisotrope (fig. 2.11) qui diminue le frottement pariétal en créant des tensions de Reynolds ($-\rho u'v'$) négatives à la paroi ($u' > 0$ et $v' > 0$ en phase ascendante, $u' < 0$ et $v' < 0$ en phase descendante), grâce à un déplacement pariétal contraint selon une direction oblique. Ce mouvement privilégié est obtenu grâce à des morceaux de caoutchouc inclinés à 45 degrés par rapport à la direction de l'écoulement, qui reproduisent la configuration des papilles dermiques du dauphin. Notons que les résultats expérimentaux obtenus avec ce type de paroi

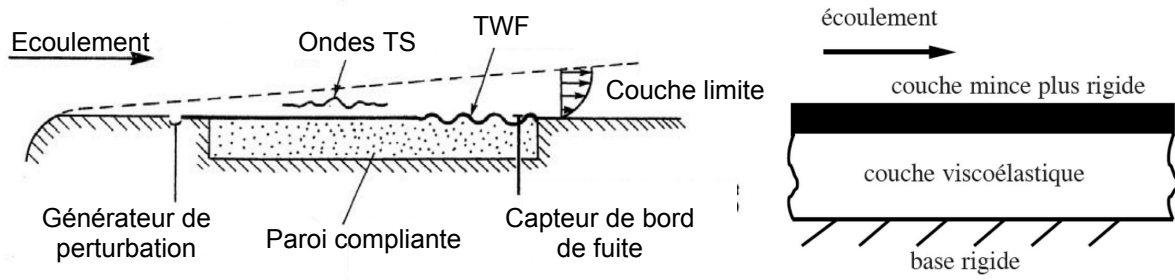


FIGURE 2.9 – A gauche : dispositif expérimental de Gaster [73] (1987). Une perturbation TS de fréquence fixée est générée en amont de la surface compliant. L’onde repérée TWF est une onde de paroi (Travelling-Wave Flutter). A droite : Modèle volumique homogène à double couche utilisé dans ce dispositif.

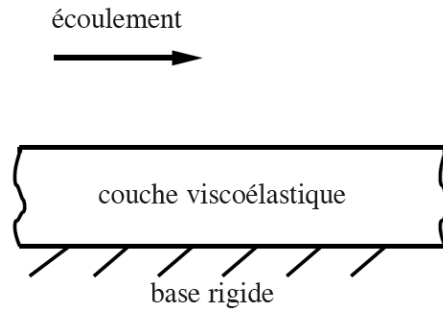


FIGURE 2.10 – Modèle volumique homogène à simple couche (d’après Gad-el-Hak [69]).

ne furent pas concluants en termes de réduction de traînée en écoulement turbulent.

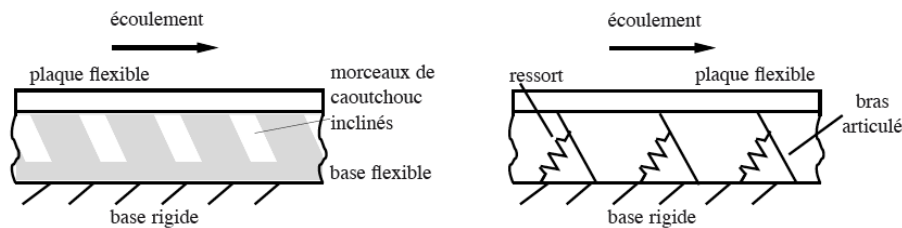


FIGURE 2.11 – Modèle anisotrope de Grosskreutz et sa modélisation (d’après Gad-el-Hak [69]).

2.5.2.2 Modélisation de la compliance

Dans la modélisation de Carpenter & Garrad [29, 30] (cf. fig. 2.8), seul est considéré le déplacement normal η de la paroi par rapport à sa position d’équilibre, linéarisé comme vu précédemment :

$$\eta = \hat{\eta} e^{i(\alpha x + \beta y - \omega t)}$$

La couche limite se développe sur une plaque isotrope d'épaisseur uniforme b et de masse volumique ρ_m , dont le plan médian correspond au plan $y = 0$; cette plaque est reliée à une base rigide et imperméable par un réseau régulier de plots, assimilés à des ressorts. On suppose, suivant le postulat de Carpenter & Davies [51] que sous l'effet du gradient de pression moyen et/ou des contraintes visqueuses moyennes, la paroi reste horizontale.

Considérant que l'épaisseur b est très supérieure à η et très inférieure à la longueur d'onde du mouvement flexural de la plaque, l'équation dynamique dimensionnée de η^* , inspirée de Davies & Carpenter [50], est :

$$\chi^* \frac{\partial^2 \eta^*}{\partial t^{*2}} + d^* \frac{\partial \eta^*}{\partial t^*} + B^* \nabla_2^4 \eta - T^* \nabla_2^2 \eta + \kappa^* \eta^* = -p^* \quad (\text{E-2.26})$$

Où $\chi^* = \rho_p b$ est la masse surfacique de la paroi en $kg.m^{-2}$ (ρ_p étant la masse volumique de la paroi), d^* son amortissement par unité de surface en $N.(m^3/s)^{-1}$, $B^* = \frac{Eb^3}{12(1-\nu_p^2)}$ sa rigidité flexurale par unité de longueur en $N.m$ (E étant le module d'Young et ν_p le coefficient de Poisson de la paroi), T^* sa tension longitudinale par unité de longueur en $N.m^{-1}$ et κ^* la raideur des ressorts par unité de surface en $N.m^{-3}$.

$\nabla_2^4 = \nabla_2^2 \times \nabla_2^2$ est l'opérateur biharmonique, avec $\nabla_2^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$. Enfin, $p^* = p^+ - p^-$ est l'écart entre les perturbations de pression à travers la paroi; en considérant la pression subpariétale uniforme, on a donc : $p^* = p^+(x, \eta, y, t)$.

Une fois adimensionnés, ces facteurs deviennent :

$$x = \frac{x^*}{\delta}; t = \frac{U_e t^*}{\delta}; \eta = \frac{\eta^*}{\delta}; p = \frac{p^*}{\rho U_e^2}; \chi = \frac{\chi^* U_e}{\rho \nu}; d = \frac{d^*}{\rho U_e}; B = \frac{B^* U_e}{\rho \nu^3}; \kappa = \frac{\kappa^* \nu}{\rho U_e^3}; T = \frac{T^*}{\rho \nu U_e}$$

ν étant la viscosité cinématique du fluide et ρ sa densité.

Avec l'adimensionnement choisi, tous les paramètres de paroi sont indépendants de δ . On suppose que les caractéristiques de l'écoulement U_e , ρ et ν sont fixées, et que Re augmente le long de la paroi dans le sens des x positifs, en même temps que la grandeur caractéristique dont il dépend.

Après linéarisation, l'équation dynamique de la paroi devient :

$$(-\omega^2 \frac{\chi}{Re} - i\omega d + \frac{B}{Re^3} k^4 + \frac{T}{Re} k^2 + \kappa Re) \hat{\eta} = -\hat{p} \quad (\text{E-2.27})$$

Avec $\mathbf{k}^2 = \alpha^2 + \beta^2$, α étant le nombre d'onde longitudinal et β the le nombre d'onde transversal.

Une exploitation de cette modélisation est fournie par les courbes neutres de Carpenter & Garrad [29] relatives au mode TS d'un écoulement de Blasius (cf fig. 1.8), pour une tension nulle et une épaisseur de paroi de 2mm.

Une autre application intéressante de cette modélisation de la compliance porte sur les membranes tendues, dont la très faible épaisseur rend négligeable la rigidité flexurale B dans la modélisation surfacique. L'équation dynamique d'une membrane se réduit alors à :

$$(-\omega^2 \frac{\chi}{Re} - i\omega d + \frac{T}{Re} k^2 + \kappa Re) \hat{\eta} = -\hat{p} \quad (\text{E-2.28})$$

Les résultats obtenus par Wiplier & Ehrenstein [173] sur un écoulement de Blasius par simulation numérique spatiale (cf. fig. 2.12) montrent que par rapport au cas rigide, une simple membrane non soutenue ($\kappa = 0$) réduit la zone d'instabilité initiale située au-dessus de $\omega = 0.05$, mais l'élargit vers les faibles fréquences.

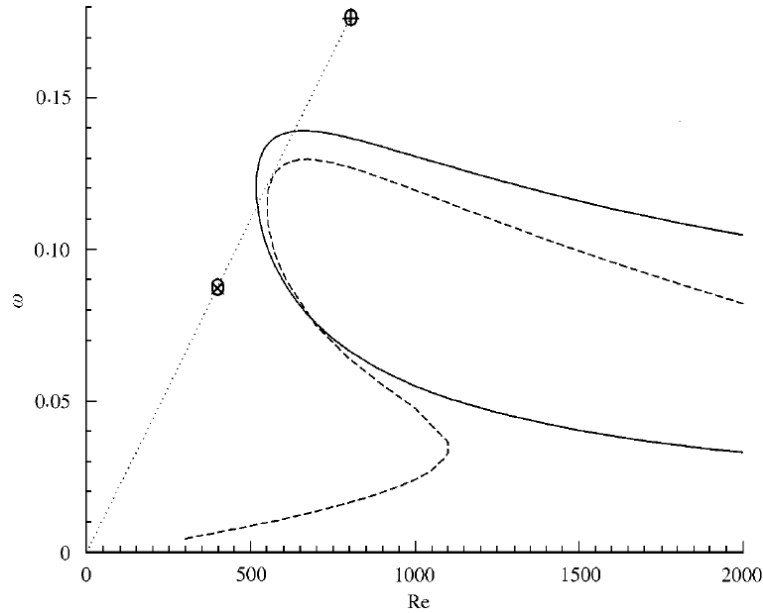


FIGURE 2.12 – Courbes neutres de l'instabilité TS ; trait plein : Paroi rigide ; trait pointillé : membrane tendue sans ressort, à $T = 8700/Re$; (extrait de Wiplier & Ehrenstein [173])

Dans une étude temporelle basée sur les paramètres de Landahl [105], Domaradzki & Metcalfe [56] ont observé cette même déstabilisation de la compliance pour des valeurs de α inférieures à 0.5 ; en revanche, lorsque la membrane est soutenue par des ressorts, cette zone –qui correspond aux instabilités

de grande longueur d'onde— disparaît [56], et l'on obtient alors une réduction de la zone d'instabilité comparable à celle d'une paroi épaisse non tendue (illustrée par la figure 1.8), mais accompagnée ici d'une augmentation du nombre de Reynolds critique.

La vitesse normale de la paroi compliant étant la dérivée du déplacement η , le non-glissement du fluide au contact (en l'absence de perméabilité) impose comme conditions aux limites à la paroi :

$$U_{y=\eta} + u = 0, \quad v = -i\omega\eta, \quad W_{y=\eta} + w = 0 \quad (\text{E-2.29})$$

En se plaçant à $y = 0$ (cf. fig. 2.8), l'utilisation d'un développement limité de premier ordre selon η permet d'exprimer les vitesses moyennes $\mathbf{U}_{y=\eta} = \eta \mathbf{U}'$ et $\mathbf{W}_{y=\eta} = \eta \mathbf{W}'$.

En intégrant l'équation dynamique 2.27, on aboutit au système suivant au contact d'une paroi compliant non perméable :

$$\hat{u} + \hat{\eta} U' = 0 \quad (\text{E-2.30})$$

$$\hat{v} = -i\omega\hat{\eta} \quad (\text{E-2.31})$$

$$\hat{w} + \hat{\eta} W' = 0 \quad (\text{E-2.32})$$

$$\left(-\omega^2 \frac{\chi}{Re} - i\omega d + \frac{B}{Re^3} k^4 + \frac{T}{Re} k^2 + \kappa Re\right) \hat{\eta} = -\hat{p} \quad (\text{E-2.33})$$

2.5.2.3 Modélisation de la permeabilité par la méthode d'homogénéisation

Considérons à présent que la paroi est poreuse, d'une perméabilité k_D suffisamment faible pour que la vitesse de passage du fluide à travers la paroi (nommée *vitesse de perméation*) ne résulte que des perturbations ; à l'état moyen, cette vitesse de perméation reste suffisamment faible pour ne pas remettre en cause l'hypothèse d'un écoulement parallèle.

Seul le passage du fluide perpendiculaire à la surface est ici pris en compte (cas d'une paroi micro-perforée). Cette perméabilité pourrait être généralisée pour des vitesses de perméation longitudinale et transversale (cf., entre autres, Whitaker [171] ou Mei and Vernescu [125]) ; elle se présenterait alors sous forme d'une matrice $\overline{\overline{K}}(3 \times 3)$ tenant compte des écoulements dans toutes les directions, et symétrique [126].

Le cas de parois poreuses rigides et isotropes délimitant un écoulement en canal est traité par Hill

and Straughan [92] ainsi que Tilton and Cortelezzi [162]. Une autre approche, adoptée par Battiato [9] pour des parois composites poreuses et poroélastiques sur un écoulement en canal, prend en compte de petits déplacements de la paroi élastique, ce qui permet de découpler analyse de l'écoulement et analyse du milieu solide. Les études de Hill & Straughan, Tilton & Cortelezzi et Battiato s'appuient sur le modèle de Brinkman d'une région poreuse adjacente au fluide, assortie de conditions d'interface. La définition de ces conditions est sujette à controverse : Beavers and Joseph [10] ont proposé une vitesse de glissement interfacial ; Ochoa-Tapia & Whitaker [134, 133] optent quant à eux pour une vitesse tangentielle continue mais une contrainte de cisaillement discontinue à l'interface (condition employée par Tilton & Cortelezzi [161, 162]) ; Cieszko and Kubik [41] enfin affirment que vitesse tangentielle et contrainte de cisaillement sont toutes deux discontinues à l'interface alors qu'à l'inverse, pour Vafai & Kim [164] ces deux grandeurs sont continues (postulat adopté par Hill & Straughan et Battiato). Ces multiples scénarios antagonistes prouvent qu'à proximité de l'interface, la vitesse et la contrainte tangentielles varient brutalement à une échelle proche du diamètre d'un pore ; l'approche adoptée ici dans ce domaine sera celle, très répandue, de Beavers-Joseph.

Equations d'écoulement

Le principe de l'homogénéisation consiste à substituer à un matériau hétérogène réel (dont l'hétérogénéité peut être soit périodique soit aléatoire), un composé homogène dont les propriétés macroscopique sont équivalentes en moyenne.

Pour cela, le milieu macroscopique est découpé en cellules V de longueur L . On divise le domaine V d'une cellule en un domaine fluide V_f et un domaine solide V_s (fig. 2.13). la porosité d'un tel milieu est définie par :

$$\phi = \frac{V_f}{V_s + V_f}$$

La variable d'échelle macroscopique (ou lente) étant x' et celle d'échelle microscopique (ou rapide) x , la périodicité est définie par le rapport entre les deux échelles : $\epsilon = \frac{x'}{x} \ll 1$. On considère généralement que l'homogénéisation devient efficace à partir de ϵ inférieur à 0,1 [8].

Les lois établies à l'échelle de la cellule, indépendantes de la période choisie, sont ensuite généralisées lorsque cette période tend vers zéro sans que la porosité ne varie (fig.2.14) ; cette opération asymptotique produit une loi macroscopique homogénéisée.

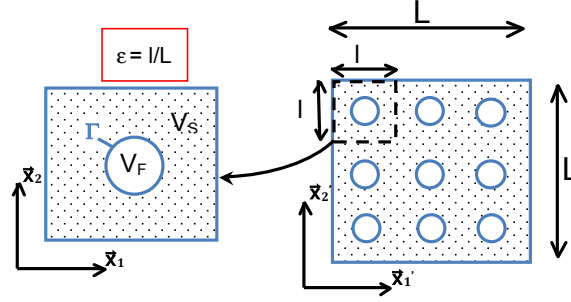


FIGURE 2.13 – Division du domaine en cellules de base

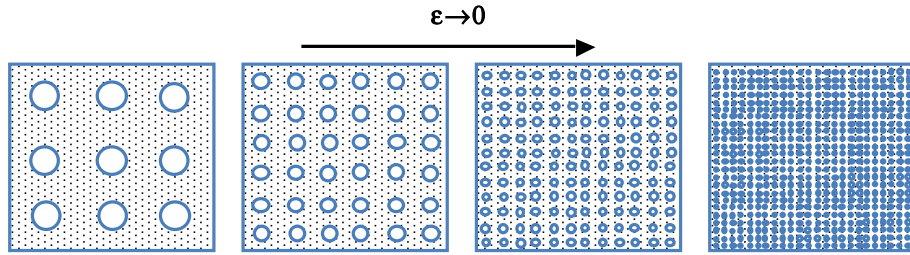


FIGURE 2.14 – Convergence de la porosité

La variation de la propriété étudiée sera lente au niveau macroscopique et rapide au niveau microscopique. Le but de l'homogénéisation est donc de substituer la courbe de variation lente à la courbe initiale (fig.2.15).

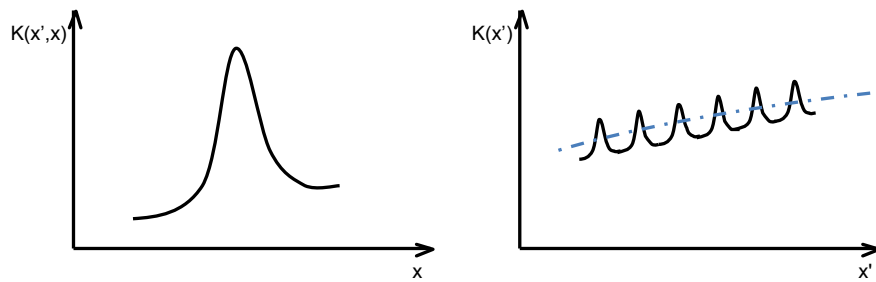


FIGURE 2.15 – variation à l'échelle microscopique et à l'échelle macroscopique

Dans le cadre de l'étude multi-échelles, la propriété étudiée (ici la perméabilité) s'exprime en fonction des deux variables d'échelle x et x' : $K(x, x') = K(x, x \times \epsilon)$ La continuité de la propriété étudiée entre les deux échelles n'est respectée qu'à condition que les variables macroscopiques soient les équivalents volumiques des flux et gradients microscopiques, et que les équations de conservation ou de comportement gardent la même structure à l'échelle microscopique et macroscopique [8].

La propriété du matériau à homogénéiser ici est la perméabilité d'une paroi artificielle ; il s'agit donc d'une hétérogénéité périodique, d'où l'usage de la technique d'Homogénéisation pour Structures Périodiques (HPS) qui utilise l'expansion multi-échelle et fut développée par Bensoussan et al. [1] et Sanchez-Palencia [151].

Considérons dans V_f l'écoulement d'un fluide newtonien incompressible de densité ρ et de viscosité dynamique μ . Les champs de pression et de vitesse sont régis par les équations de Navier Stokes :

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial x_i^*} = 0 \quad (\text{E-2.34})$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_i^*}{\partial t^*} + u_j^* \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} \right) = - \frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} + \mu \Delta u_i^* \quad (\text{E-2.35})$$

Les longueurs sont adimensionnées par l et les pressions par Δp . Selon l'assomption de Mei&Vernescu [125], le gradient de pression global et le terme de viscosité locale s'équilibrent : $\mathcal{O} \frac{\Delta p}{L} \approx \mathcal{O} \frac{U\mu}{l^2}$, donc les vitesses sont adimensionnées par $\frac{l^2 \Delta p}{\mu L}$, et le temps par $\frac{\mu L}{l \Delta p}$:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{E-2.36})$$

$$\frac{\rho l^3 \Delta p}{L^2 \mu^2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{1}{l} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{L} \Delta u_i \quad (\text{E-2.37})$$

Soit en posant $Re = \frac{\rho l^3 \Delta p}{L \mu^2} = \epsilon \frac{\rho l^2 \Delta p}{\mu^2}$:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{E-2.38})$$

$$Re \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \Delta u_i \quad (\text{E-2.39})$$

La vitesse et la pression sont alors approximées grâce à l'expansion asymptotique :

$$\begin{cases} \bar{u}_f^\epsilon(x', x, t) = \bar{u}_f^0(x', x, t) + \epsilon \bar{u}_f^1(x', x, t) + \epsilon^2 \bar{u}_f^2(x', x, t) + \epsilon^3 \bar{u}_f^3(x', x, t) + \dots \\ p_f^\epsilon(x', x, t) = p_f^0(x', x, t) + \epsilon p_f^1(x', x, t) + \epsilon^2 p_f^2(x', x, t) + \epsilon^3 p_f^3(x', x, t) + \dots \end{cases} \quad (\text{E-2.40a})$$

Avec pour dérivées première et seconde au niveau local : $\vec{\nabla} = \vec{\nabla}_x + \vec{\nabla}_{x'} \times (\vec{\nabla}_x \cdot x') = \vec{\nabla}_x + \epsilon \vec{\nabla}_{x'}$ et $\vec{\Delta} = \vec{\Delta}_{xx} + 2\epsilon \vec{\Delta}_{xx'} + \epsilon^2 \vec{\Delta}_{x'x'}$.

L'usage de ces expressions dans le cadre de l'expansion asymptotique fait apparaître des termes

que l'on classe selon le degré du facteur ϵ :

- Terme en ϵ^{-1} dans (2.35) :

$$\frac{\partial p^0}{\partial x_i} = 0 \quad \text{sur } V_f \quad (\text{E-2.41})$$

Ce dont on déduit que le terme principal de la pression ne varie pas à l'échelle d'un pore puisque p_f^0 ne dépend pas de la variable microscopique $\mathbf{x}$: $\mathbf{p}_f^0 = \mathbf{p}_f^0(\mathbf{x}', t)$.

- Terme en ϵ^0 dans (2.34) :

$$\frac{\partial u_i^0}{\partial x_i} = 0 \quad \text{sur } V_f \quad (\text{E-2.42})$$

- Termes en ϵ^0 dans (2.35) :

$$Re\left(\frac{\partial u_i^0}{\partial t} + u_j^0 \frac{\partial u_i^0}{\partial x_j}\right) = -\frac{\partial p^1}{\partial x_i} - \frac{\partial p^0}{\partial x'_i} + \Delta_{xx} u_i^0 \quad \text{sur } V_f \quad (\text{E-2.43})$$

- Termes en ϵ^1 dans (2.34) :

$$\frac{\partial u_i^0}{\partial x'_i} + \frac{\partial u_i^1}{\partial x_i} = 0 \quad \text{sur } V_f \quad (\text{E-2.44})$$

On suppose à présent que le nombre de Reynolds de l'écoulement dans le pore est très faible : $Re = \mathcal{O}(\epsilon)$. Les relations 2.38 et 2.39 constituent dès lors un problème de Stokes sur les variables u_i^0 et p^1 où le gradient de pression macroscopique $\frac{\partial p^0}{\partial x'_j}$ joue le rôle de terme de forçage. La solution, du fait de la linéarité, peut être écrite sous la forme [125] :

$$u_i^0 = -k_{ij}^f \frac{\partial p^0}{\partial x'_j}, \quad p^1 = -a_j^f \frac{\partial p^0}{\partial x'_j} + p_0^1(x, t)$$

k_{ij}^f étant un tenseur (3×3) et a_j^f un vecteur, tous deux exprimant le comportement microscopique de la partie fluide ; $p_0^1(x', t)$ est une constante d'intégration par rapport à $\mathbf{x}$.

Dans ces conditions, les équations 2.38 et 2.39 donnent un problème de Stokes auxiliaire sur les

variables k_{ij}^f et a_j^f :

$$\frac{\partial k_{ij}^f}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{E-2.45})$$

$$-\frac{\partial a_j^f}{\partial x_i} + \delta_{ij} + \Delta_{xx} k_{ij}^f = 0 \quad (\text{E-2.46})$$

En procédant de même avec la partie solide (à condition bien sûr que celle-ci soit perméable), on aboutit à des équations identiques sur les variables auxiliaires k_{ij}^s et a_j^s .

Au niveau d'une cellule, la moyenne volumique de la première composante u^0 de la vitesse s'obtient à partir de ses moyennes dans la partie solide et dans la partie fluide (toutes deux fonction du gradient de pression macroscopique, en notant que ni p^0 ni p^1 ne dépendent de $\mathbf{x}$) :

$$\langle u_i^0 \rangle = - \langle k_{ij}^s \rangle \frac{\partial p^0}{\partial x_j'} - \langle k_{ij}^f \rangle \frac{\partial p^0}{\partial x_j'} = -K_{ij} \frac{\partial p^0}{\partial x_j'} \quad (\text{E-2.47})$$

où intervient la perméabilité macroscopique homogénéisée qui s'obtient par moyenne volumique au niveau d'une cellule :

$$K_{ij} = \langle K_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \left(\int_{V_s} (k_{ij}^s) dV + \int_{V_f} (k_{ij}^f) dV \right) \quad (\text{E-2.48})$$

On définit de même, par moyenne volumique au niveau d'une cellule :

$$A_j = \langle A_j \rangle = \frac{1}{V} \left(\int_{V_s} (a_j^s) dV + \int_{V_f} (a_j^f) dV \right) \quad (\text{E-2.49})$$

La convergence de p^0 vers p a été démontrée lorsque ϵ tend vers 0 par Arbogast et Lehr [7], ainsi que celle de $\vec{u}^0$ vers $\vec{u}$, en dépit du fait que $\vec{u}^0$ soit à priori une valeur massique tandis que $\vec{u}$ tel qu'il est utilisé dans la loi de Darcy est un flux [8].

Conditions aux limites à l'interface fluide-solide Γ

Dans le cadre de cette étude, seul sera considéré le cas simple où la partie solide est imperméable ; cela correspond à la réalité physique d'un matériau imperméable doté d'un réseau discret de micro-perforations, tel que ceux obtenus par usinage laser et utilisés par exemple par Joslin et al [?]. Les

conditions aux limites se trouvent alors réduites à :

$$u_i = 0 \Rightarrow K_{ij} = 0 \quad \text{sur } \Gamma$$

Auxquelles s'ajoute naturellement la périodicité à l'échelle d'une cellule pour u_i et p , donc également pour K_{ij} et A_j .

En considérant que seul le gradient de a_j^f intervient dans les équations 2.41 et 2.42, l'unicité de la solution, liée à la linéarité du problème, peut être garantie par la contrainte suivante [125] :

$$A_j = 0 \tag{E-2.50}$$

D'où l'expression de la moyenne volumique de p^1 au niveau d'une cellule :

$$\langle p^1 \rangle = \phi p_0^1 \tag{E-2.51}$$

ϕ étant, rappelons-le, la porosité globale d'une cellule ($\phi = \frac{V_f}{V_s + V_f}$).

L'intégration volumique de l'équation 2.40 donne :

$$\left\langle \frac{\partial u_i^0}{\partial x'_i} \right\rangle + \frac{1}{V} \int_V \frac{\partial u_i^1}{\partial x_i} dV = 0 \quad \text{sur } V \tag{E-2.52}$$

Le théorème de Gauss, associé aux conditions aux limites énoncées plus haut, conduit à l'élimination du second terme. En considérant l'interchangeabilité de l'intégration selon x et de la dérivation selon x' [125], on obtient comme loi de continuité macroscopique :

$$\frac{\partial \langle u_i^0 \rangle}{\partial x'_i} = 0 \tag{E-2.53}$$

La convergence de p^0 vers p a été démontrée lorsque ϵ tend vers 0 par Arbogast et Lehr [7], ainsi que celle de $\vec{u}^0$ vers $\vec{u}$, en dépit du fait que $\vec{u}^0$ soit à priori une valeur massique tandis que $\vec{u}$ tel qu'il est utilisé dans la loi de Darcy est un flux [8]. Quant à l'unicité de cette solution, comme il a été dit plus haut, elle a été démontrée par Mei & Vernescu [126].

On obtient ainsi un problème macroscopique formé par les équations 2.43 et 2.49 et dont les lois

obtenues par intégration multi-échelles rejoignent, dans le cas d'un écoulement uniaxial où l'effet de la gravité est négligé, celles obtenue empiriquement par Darcy [49]

Application à la paroi perméable

Dans le cas présent, l'écoulement à travers la plaque se limite à la seule direction y (cf. fig. 2.16) et sa vitesse est égale à :

$$V_p = -\frac{k_D}{\rho\nu} \frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{k_D}{\rho\nu} \frac{p^*}{b}; \quad (\text{E-2.54})$$

Les conditions aux limites adimensionnées 2.29 deviennent donc :

$$u + \eta U' = 0, \quad v = \frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{k_D U_e}{\nu b} p = -i\omega\eta - ap, \quad w + \eta W' = 0. \quad (\text{E-2.55})$$

Notons au passage que le coefficient de perméabilité adimensionné $\mathbf{a} = \frac{\mathbf{k}_D \mathbf{U}_e}{\nu \mathbf{b}}$ correspond au produit de Re_δ par le nombre de Darcy $Da = \frac{k_D}{b^2}$, le tout multiplié par le rapport entre l'épaisseur de paroi b celle de la couche limite δ .

En éliminant η au profit des vitesses de perturbation, on obtient les trois conditions aux limites qui s'appliquent au fluide au contact d'une paroi perméable et compliant :

$$-i\frac{\chi}{\mathbf{Re}}\omega(\hat{\mathbf{v}} + \mathbf{a}\hat{\mathbf{p}}) + \mathbf{d}(\hat{\mathbf{v}} + \mathbf{a}\hat{\mathbf{p}}) - \frac{1}{\mathbf{U}\mathbf{Re}} \left(\frac{\mathbf{B}}{\mathbf{Re}^2} \mathbf{k}^4 + \mathbf{T}\mathbf{k}^2 + \kappa\mathbf{Re}^2 \right) \hat{\mathbf{u}} = -\hat{\mathbf{p}}, \quad (\text{E-2.56})$$

$$-i\omega\hat{\mathbf{u}} + \mathbf{U}'(\hat{\mathbf{v}} + \mathbf{a}\hat{\mathbf{p}}) = \mathbf{0}, \quad (\text{E-2.57})$$

$$-i\omega\hat{\mathbf{w}} + \mathbf{W}'(\hat{\mathbf{v}} + \mathbf{a}\hat{\mathbf{p}}) = \mathbf{0} \quad (\text{E-2.58})$$

Les études des chapitres suivants utiliseront ces conditions aux limites, qui tiennent compte à la fois des effets dynamiques de la paroi souple, du non-glissement du fluide au contact et de la vitesse de perméation due à la porosité.

2.5.2.4 Valeur dimensionnelle des paramètres de paroi

Les paramètres de l'écoulement adoptés dans cette étude sont ceux établis par Carpenter & Garrad [29, 30] pour reproduire les résultats expérimentaux de Kramer [101] dans l'eau :

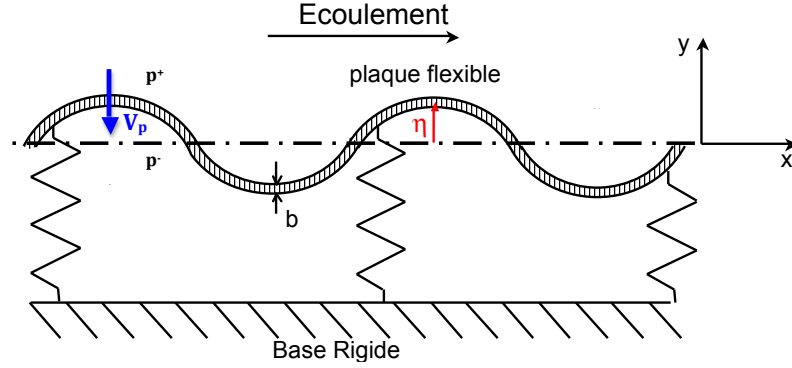


FIGURE 2.16 – Modélisation surfacique d’un revêtement compliant perméable, avec V_p comme vitesse de perméation

$$U_e = 18 \text{ m/s}, \rho = 1025 \text{ kg/m}^3, \rho_p = 945 \text{ kg/m}^3, \nu = 1.37 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, b = 2 \times 10^{-3} \text{ m}, \nu_p = 0.5.$$

L’amortissement visqueux d est nul du fait de l’absence de substrat.

On obtient avec ces paramètres : $\chi = 24226$.

Les plots supportant la paroi étant d’une hauteur de 1mm (cf. fig. 2.7 pour les autres dimensions), la raideur surfacique dimensionnée du réseau de ressorts équivalent est égale à : $\kappa^* = \frac{E}{4.4 \times 10^{-3}} = 230 \times E$, avec E en Pa, soit après adimensionnement : $\kappa = 5.27 \times 10^{-11} E$.

La rigidité flexurale dimensionnée par unité de surface s’obtient de même : $B^* = \frac{Eb^3}{12(1 - \nu_p^2)} = 8.9 \times 10^{-10} E$. Donc après adimensionnement : $B = 6.08 \times 10^6 E$.

Enfin, coefficient de perméabilité adimensionné est intentionnellement fixé à une valeur faible : $a = 6.57 \times 10^9 k_D$, avec k_D en m^2 .

Toutes les caractéristiques de la paroi dépendent donc de deux paramètres : E et k_D . Les valeurs courantes de E n’excèdent pas 10^5 Pa pour du chlorure de polyvinyle souple (PVC), $6 \times 10^5 \text{ Pa}$ pour du caoutchouc de silicone, $2 \times 10^9 \text{ Pa}$ pour du polypropylène, et $2 \times 10^{11} \text{ Pa}$ pour de l’acier.

Une augmentation de k_D représente un accroissement de la filtration à travers la paroi. La valeur de la perméabilité à l’eau dépend de la structure et de la porosité du matériau ; k_D de l’ordre de 10^{-14} m^2 pour le granit ; $8 \times 10^{-8} \text{ m}^2$ pour la mousse métallique de nickel, $10^{-8} \text{ m}^2 \div 10^{-6} \text{ m}^2$ pour le textile polyester et les mousses ceramiques. Ces chiffres donnent des coefficients a de l’ordre de $10^{-4} \div 10^4$; pour les raisons expliquées précédemment, nous limiterons la recherche paramétrique à des valeurs inférieures à : $a = 1$.

Pour finir, en admettant une longueur de plaque de l’ordre du mètre, nous adopterons des valeurs

de Re_δ allant jusqu'à 5000, ce qui couvre l'apparition des premières instabilités, aussi bien dans les couches limites bidimensionnelles que tridimensionnelles.

2.6 Validation de la modélisation choisie.

La modélisation établie dans le chapitre précédent est destinée à servir de base aux futures simulations numériques. Les équations de l'écoulement et les conditions aux limites constituent à cet effet un problème aux valeurs propres discrétisé selon y par la méthode de collocation de Tchebychev.

Dans les études temporelles, le spectre des valeurs propres de la vitesse de phase complexe $c = \frac{\omega}{\alpha}$ est ainsi calculé pour des nombres d'onde réels α et β fixés ; dans les études spatiales bidimensionnelles, ce sont les valeurs propres du nombre d'onde complexe α qui seront obtenues à partir de la fréquence réelle représentée soit par ω , soit par $F = 10^6 \frac{\omega}{Re}$.

Ces spectres de valeurs propres sont calculés avec Matlab, par simulation numérique reposant sur l'algorithme QZ, avec un nombre de points de discrétisation de l'ordre de $N=130$ pour les études temporelles et $N=250$ pour les études spatiales.

Ce chapitre est destiné à valider le modèle établi sur la base de spectres aux valeurs propres, de courbes neutres et de courbes paramétriques issus de travaux reconnus dans chacun des domaines d'études abordés par la suite.

L'essentiel de la littérature concernant les parois compliantes porte soit sur les écoulements en canal (dont le profil de vitesse et l'adimensionnement différent de ceux utilisés ici), soit sur la couche limite de Blasius. C'est dans cette dernière configuration, étudiée localement sous forme d'un écoulement sur plaque plane horizontale, que Carpenter & Garrad [29] entre autres, ont mis en évidence par analyse numérique l'effet stabilisant de la compliance sur les ondes TS. D'autres résultats issus de la littérature relative aux écoulements bidimensionnels ou tridimensionnels sur parois rigides, seront repris ici.

L'échelle de longueur caractéristique employée (sur laquelle est basé le nombre de Reynolds) peut varier d'un auteur à l'autre, ce qui donne des résultats quantitativement éloignés ; pour ne parler que des études locales, on trouve dans la littérature certaines analyses basées sur l'épaisseur de la couche limite δ (cf. par exemple Allen [4]), d'autres sur l'épaisseur de la couche limite de déplacement δ^* (Carpenter & Garrad [29, 30]) et d'autres enfin sur l'épaisseur de la couche limite de quantité de

mouvement θ (Corbett & Bottaro [48]). Dans les chapitres suivants, l'échelle de longueur adoptée sera l'épaisseur de la couche limite δ –à l'exception des parties portant sur les couches limites aspirées où l'épaisseur de déplacement δ^* est plus judicieuse, ainsi qu'il a été établi ; toutefois, dans ce chapitre, l'échelle de longueur adoptée pour tracer chaque figure sera celle choisie par les auteurs de référence, et ce afin de faciliter la comparaison.

2.6.1 Validation spatiale et temporelle du code de base (couche limite de Blasius).

La première validation porte sur deux spectres relatifs à une couche limite de Blasius, l'un obtenu par étude temporelle (fig. 2.17(b)) et l'autre par étude spatiale (fig. 2.19(b)), ainsi que sur les profils des perturbations des vitesses transversale et longitudinale du mode TS le plus instable (fig. 2.18(b)) ; Ces résultats corroborent ceux issus de l'ouvrage de référence de Schmid & Henningson [154] et représentés respectivement dans les figures 2.17(a), 2.19(a) et 2.18(a), ce qui permet d'affirmer que dans ce cas élémentaire, l'analyse linéaire de notre code est d'une précision satisfaisante.

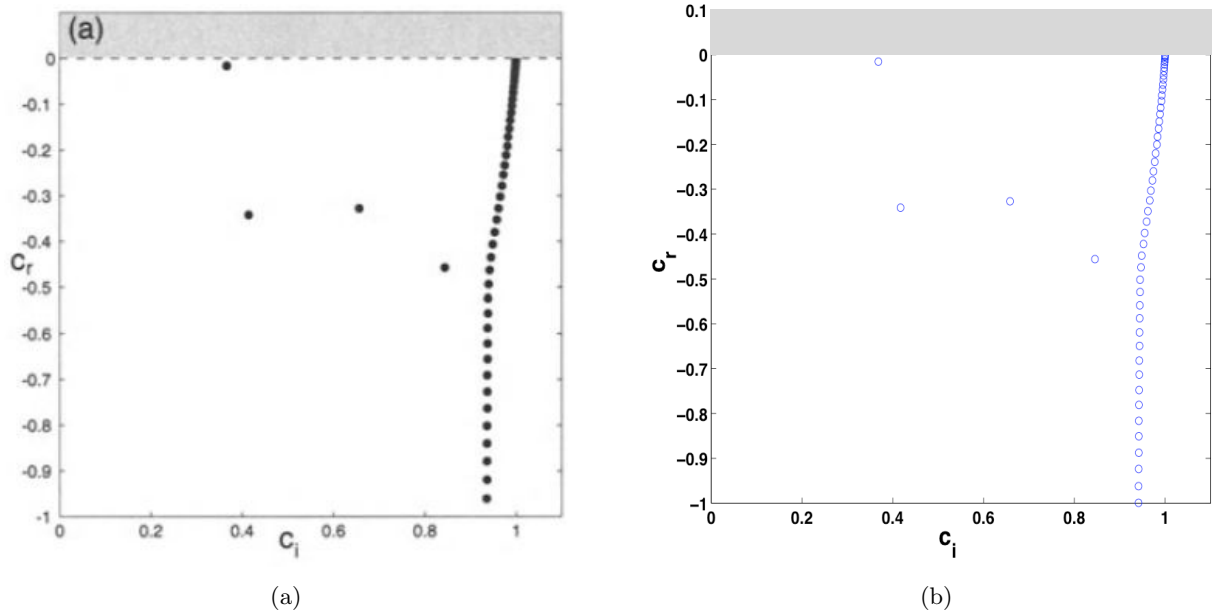
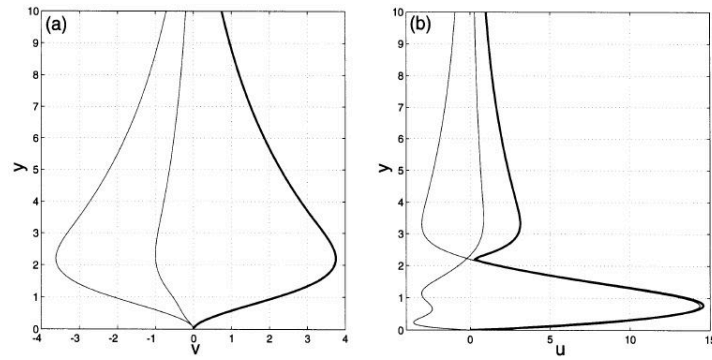
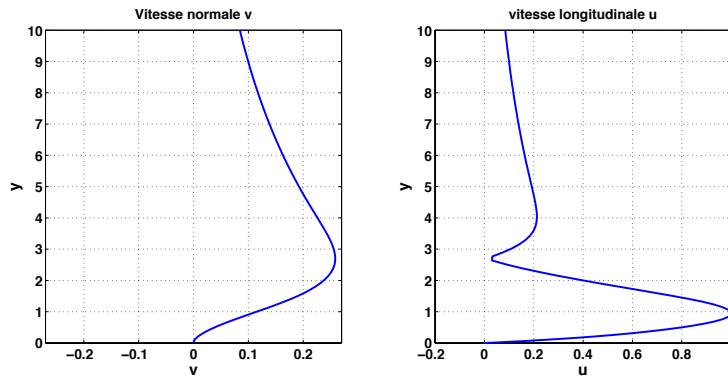


FIGURE 2.17 – Validation du spectre temporel relatif à une couche limite de Blasius ; a : Spectre issu des travaux de Schmid & Henningson [154] ; b : Spectre de validation ($Re_\delta = 500$, $\alpha = 0.2$)

Afin de confirmer l'exactitude des limites de stabilité, les courbes neutres de Carpenter & Garrad [29] de la figure 1.8 sont reproduites dans la figure 2.20. On y constate bien qu'avec la diminution du module d'Young de la paroi, la zone d'instabilité du mode TS décroît sans pour autant modifier significativement le nombre de Reynolds critique ; cette zone se divise même en deux parties pour

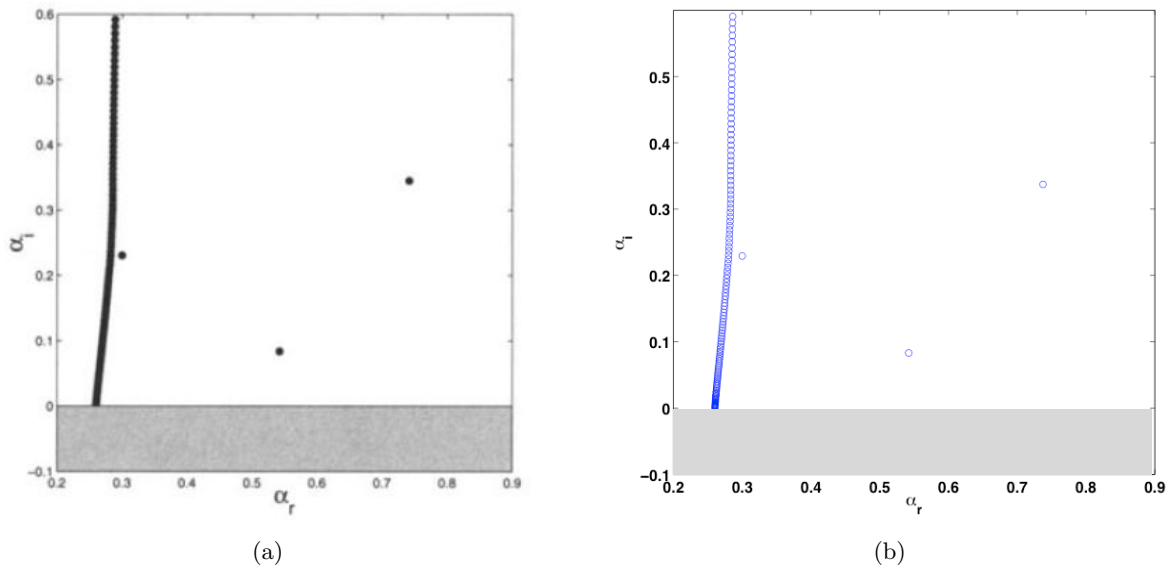


(a) Profils du mode le plus instable dans une couche limite de Blasius (d'après Schmid & Henningson [154])



(b) Profils de validation normalisés par la valeur maximale de u

FIGURE 2.18 – Validation des profils du mode TS le plus instable dans une couche limite de Blasius, pour $Re_\delta = 500$ et $\alpha = 0.2$



(a)

(b)

FIGURE 2.19 – Validation du spectre spatial relatif à une couche limite de Blasius ; a : Spectre issu des travaux de Schmid & Henningson [154] ; b : Spectre de validation ($Re_\delta = 1000$, $\omega = 0.26$)

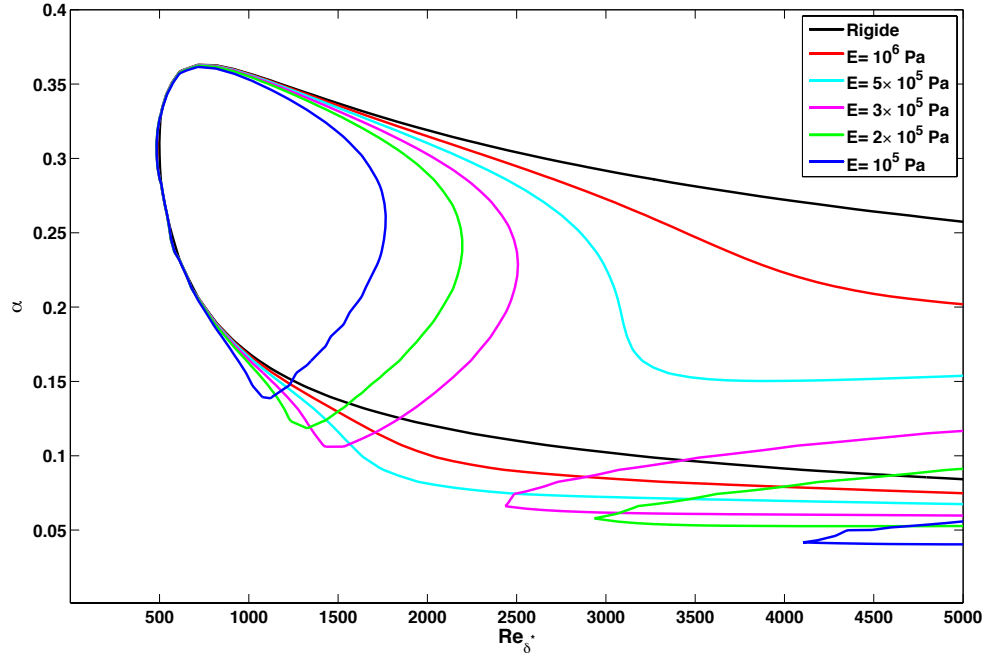


FIGURE 2.20 – Courbe de stabilité marginale d’une couche limite de Blasius, avec δ^* comme échelle de longueur (à comparer à la figure 1.8 issue de Carpenter & Garrad [29])

$E < 3 \times 10^5 Pa$. On notera que la partie située à droite (donc aux hautes valeurs de Re) ne figure pas dans les courbes neutres d’un écoulement en canal ; cette différence est attribuable aux variables d’adimensionnement choisies [50].

2.6.2 Validation du rôle du gradient de pression (couche limite de Falkner-Skan).

Pour les couches limites bidimensionnelles à gradient de pression non nul, on peut en première approche se baser sur la courbe d’évolution du nombre de Reynolds critique du mode TS en fonction de β_H produite par L.M. Mack [119] et représentée en pointillés sur la fig. 2.21(a). Cette courbe, reproduite en bleu avec une grande fidélité sur la figure 2.21(b), montre qu’un gradient de pression adverse déstabilise fortement l’onde TS, situant son lieu de plus grande instabilité vers l’arrière de l’aile.

La figure 2.22 fournit les courbes neutres du mode TS pour différentes valeurs du paramètre de Hartree correspondant à différentes positions longitudinales le long de l’aile. On notera la correspondance entre les Re critiques et la courbe en bleu de la figure la figure 2.21(b).

Une seconde validation relative aux écoulements 2D à gradient de pression non nul –par étude

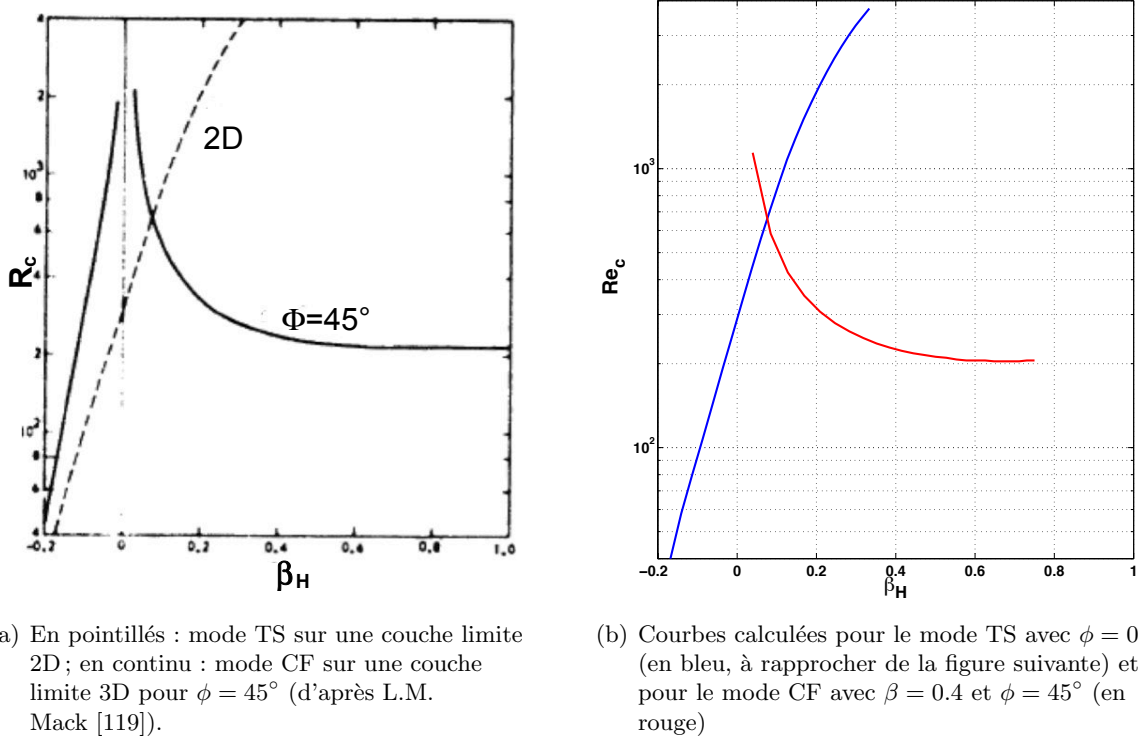


FIGURE 2.21 – Courbe d'évolution du nombre de Reynolds critique dans une couche limite sur paroi rigide en fonction du gradient de pression.

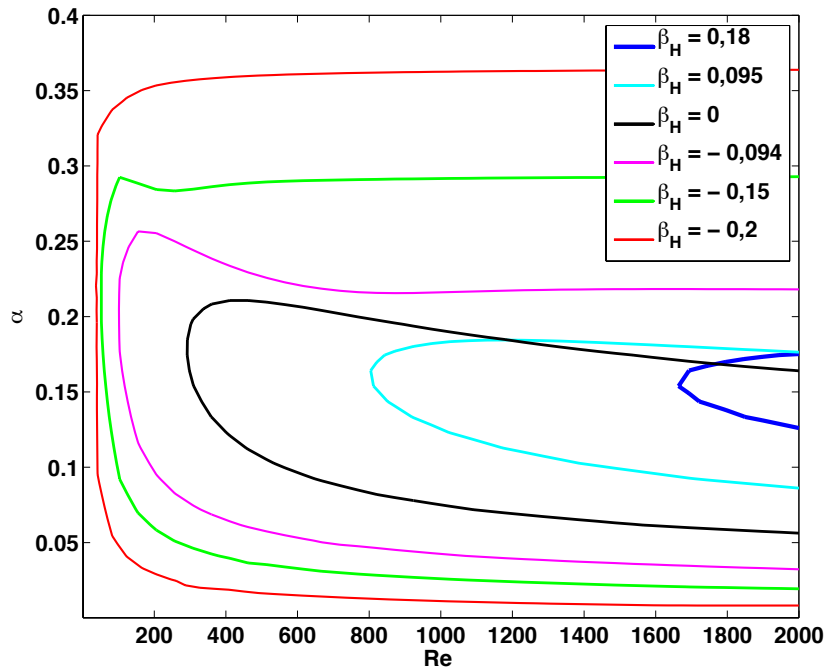


FIGURE 2.22 – Evolution de la courbe neutre temporelle du mode TS bidimensionnel sur paroi rigide en fonction du gradient de pression ($\phi = 0$, $\beta = 0$)

spatiale cette fois— s’appuie sur les courbes neutres de la figure 2.23(a) extraites des travaux de Schmid & Henningson [154]. Bien que le paramètre employé ici soit m et non plus β_H , le résultat reproduit sur la figure 2.23(b) confirme la validité de l’influence du gradient de pression dans notre modélisation.

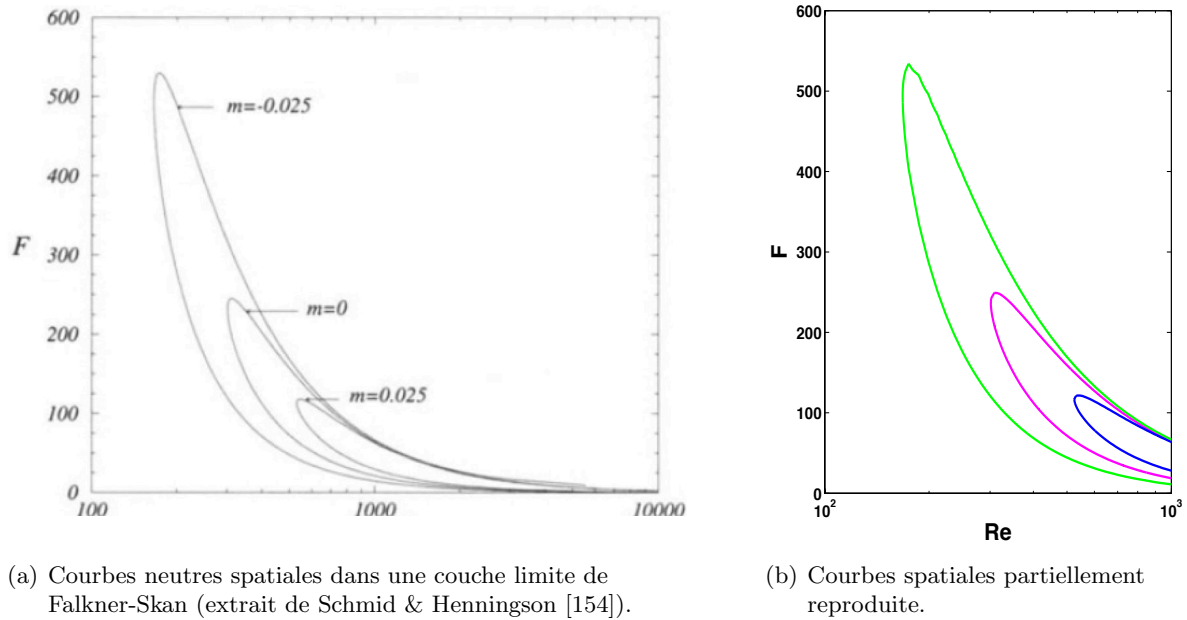


FIGURE 2.23 – Evolution de la courbe neutre du mode TS 2D sur paroi rigide, pour $m = -0.025$, $m = -0.05$ et $m = 0.025$ (rappel : $\mathbf{m} = \frac{\beta_H}{2 - \beta_H}$).

2.6.3 Validation du rôle de l’angle de flèche (couche limite de Falkner-Skan-Cooke).

Une première validation du code pour les couches limites tridimensionnelles est possible grâce à la courbe d’évolution du nombre de Reynolds critique du mode CF en fonction de β_H de L.M. Mack [119], déjà aperçue en trait continu sur la fig. 2.21(a) ; cette courbe est partiellement reproduite en rouge sur la figure 2.21(b) avec une précision satisfaisante compte tenu de l’approximation entre Λ et ϕ (cf. chapitre 2.3.0.1) qui n’est plus valable à proximité du bord d’attaque.

Cette courbe est tracée en fixant le nombre d’onde transversal à $\beta = 0.4$, qui correspond à une déstabilisation maximale —ainsi qu’il sera établi plus tard. On y observe que contrairement à l’onde TS, les tourbillons CF se trouvent déstabilisés lorsque le gradient de pression augmente, jusqu’à atteindre un nombre de Reynolds critique minimum d’environ 200 autour de $\beta = 0.5$.

La courbe d’évolution du Re critique pour le bord d’attaque en fonction de l’angle de flèche offre

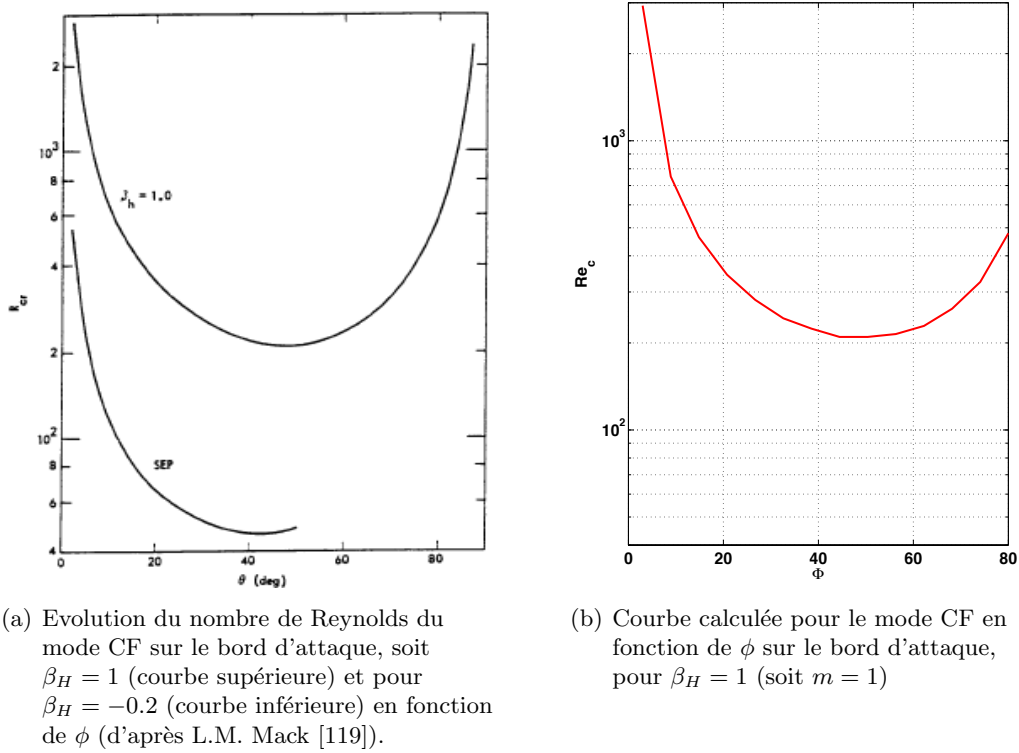
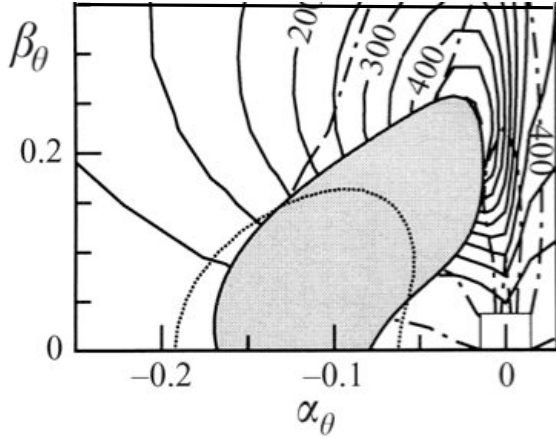


FIGURE 2.24 – Courbe d'évolution du nombre de Reynolds critique du mode CF en fonction de l'angle de flèche ϕ , sur une aile à paroi rigide.

également une bonne corrélation avec celle obtenue par Mack [119], ainsi qu'en témoignent les figures 2.24(a) et 2.24(b). On observe que l'angle de flèche pour lequel le mode CF est le plus instable se situe vers $\phi = 45^\circ$; ce constat reste valable –à quelques degrés près– pour d'autres valeurs du gradient de pression. Une rapide étude de l'équation 2.21 montre d'ailleurs que la vitesse transversale W_f est maximale pour $\phi = 45^\circ$.

Une validation du rapport entre nombres d'onde longitudinal et transversal est apportée par la reproduction sur la figure 2.25(b) de la courbe neutre tracée par Corbett & Bottaro [48] pour un gradient de pression négatif (fig. 2.25(a)).

Pour finir, d'autres corrélations sont obtenues à partir des courbes neutres de Quartapelle & Auteri [144], pour diverses valeurs du nombre d'onde transversal comprises entre 0.1 et 0.4 (fig. 2.26(a) et 2.27(a)) ; les courbes reproduites par simulation numérique (fig. 2.26(b) et 2.27(b)) présentent une excellente précision, tant pour le mode TS que pour le mode CF, ce qui entérine la modélisation choisie ainsi que le code employé pour un écoulement tridimensionnel sur paroi rigide.



(a) Courbe neutre obtenues par Corbett & Bottaro [48].

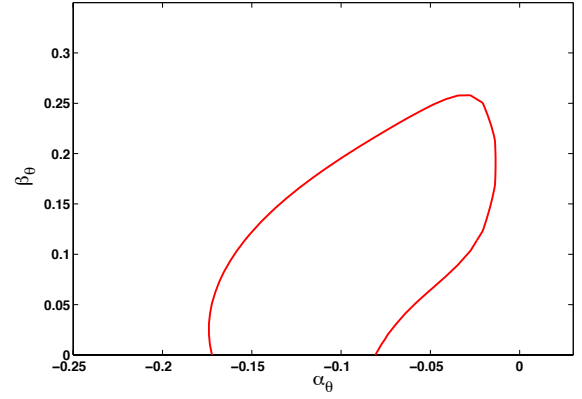
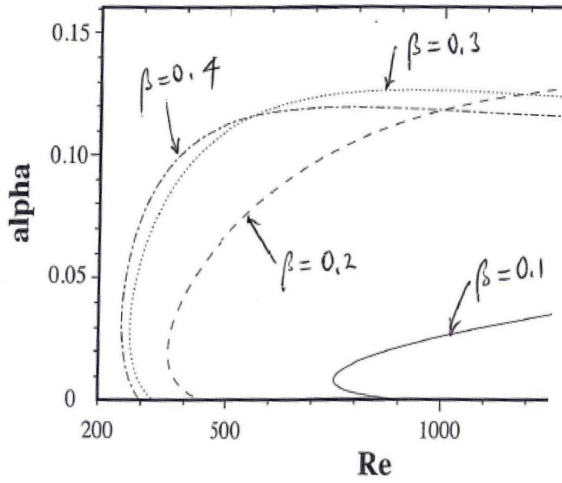

 (b) Courbe calculée avec θ comme échelle de longueur.

 FIGURE 2.25 – Courbe de stabilité marginale d’une couche limite 3D à gradient de pression négatif sur paroi rigide, pour $\phi = 45^\circ$, $m = -0.05$ et $Re = 166$.


(a) Courbes neutres obtenues par Quartapelle & Auteri [144].

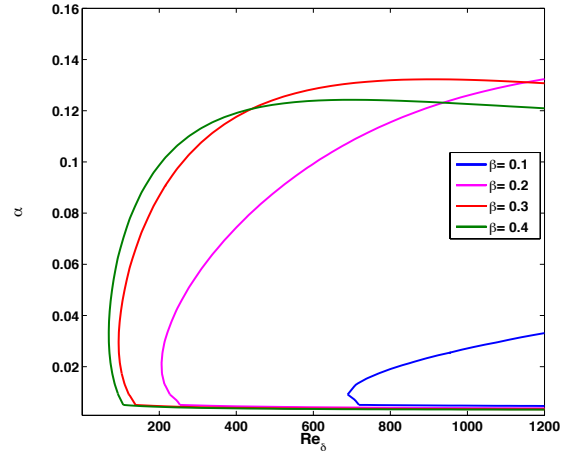
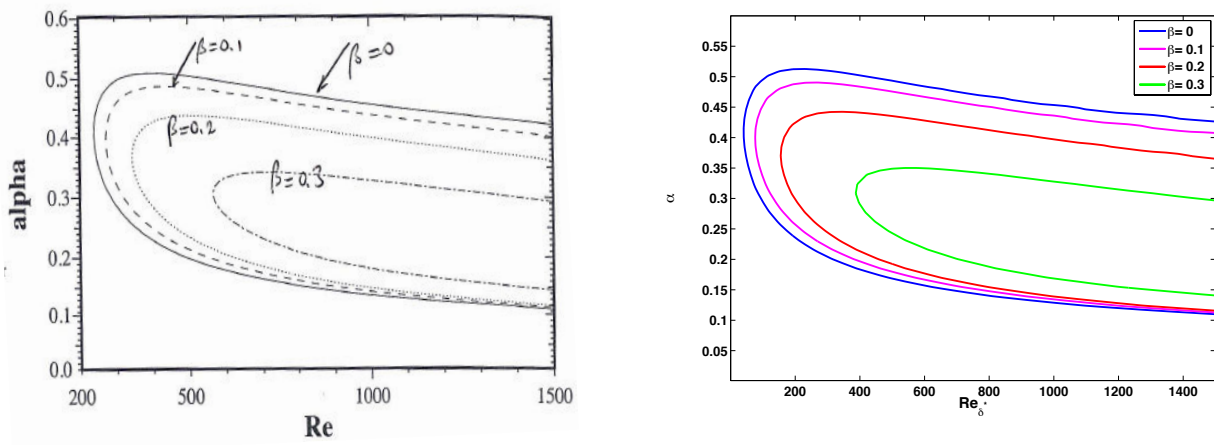

 (b) Courbes calculées avec δ comme échelle de longueur.

 FIGURE 2.26 – Courbe de stabilité marginale du mode CF dans une couche limite 3D à gradient de pression positif sur paroi rigide, pour $\phi = 30^\circ$ et $m = 0.333$.

2.6.4 Validation d’une coalescence entre deux modes d’instabilité

Le phénomène de coalescence (cf. chapitre 1.4.3) est suffisamment délicat et ses conditions de survenue suffisamment précises pour justifier une validation à part ; celle-ci repose sur les travaux de Wiplier & Ehrenstein [174] dans une couche limite de Blasius sur parois compliantes amorties. Le modèle numérique qu’ils utilisent est proche de celui choisi dans cette étude, à la différence près qu’il prend en compte la contrainte normale de viscosité σ qui est négligée dans notre étude, car d’un ordre de



(a) Courbes neutres obtenues par Quartapelle & Auteri [144].

(b) Courbes calculées avec δ^* comme échelle de longueur.

FIGURE 2.27 – Courbe de stabilité marginale du mode TS dans une couche limite 3D à gradient de pression négatif sur paroi rigide, pour $\phi = 30^\circ$ et $m = -0.048$.

grandeur dix fois inférieur à celui de la perturbation de pression p .

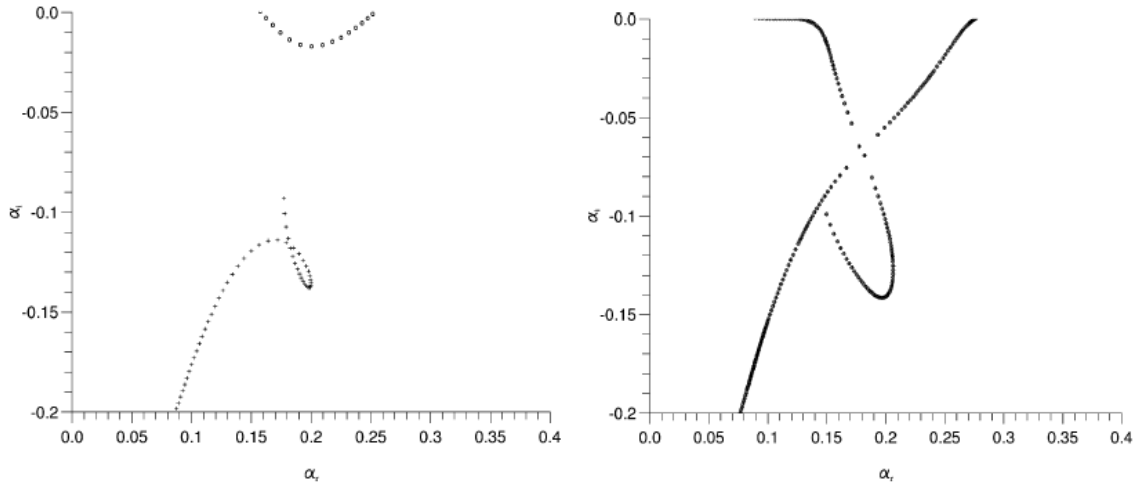
L'une des figures de Wiplier & Ehrenstein (partie droite de la figure 2.28(a)) illustre la coalescence dans le plan complexe α (pinch point) entre un mode évanescent se propageant vers l'amont et le mode TS se propageant vers l'aval. Cette coalescence ayant lieu à un taux de croissance temporel négatif ($\omega_i = 12.5 \times 10^{-3}$) et le mode TS ayant préalablement franchi l'axe réel, le résultat de la coalescence est une instabilité absolue.

En adoptant les mêmes paramètres de paroi (qui sont ceux de Carpenter & Garrad déjà évoqués, à la différence près que l'épaisseur de paroi b est ici réduite à 0.8 mm), ce pinch point est reproduit sur la partie droite de la figure 2.28(b) pour la même fréquence complexe, avec une précision satisfaisante compte tenu de la différence de modélisation évoquée ci-dessus.

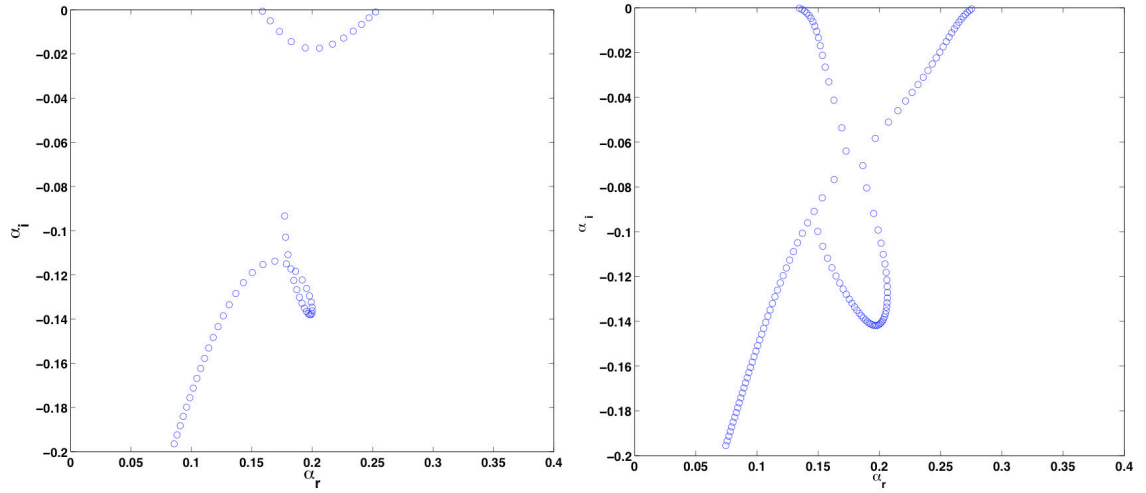
2.7 Conclusion

Le modèle développé dans cette étude combine la théorie des plaques minces isotropes et les équations de Darcy ; il fournit des conditions aux limites basées sur les équations de déplacement d'une paroi compliant et perméable.

Ces conditions, applicables dans la limite des petits déplacements et d'une faible perméabilité de la plaque, sont injectées dans des équations d'écoulement bidimensionnelles ou tridimensionnelles de



(a) Spectres spatiaux dans une couche limite aspirée (d'après Wiplier & Ehrenstein [174]).



(b) spectres spatiaux correspondants calculés.

FIGURE 2.28 – Validation de la simulation dans une couche limite aspirée sur paroi compliant et perméable; à gauche : $\omega_i = 12.5 \times 10^{-3}$; à droite : $\omega_i = 1.8 \times 10^{-3}$; Le cas de droite illustre la coalescence entre un mode TS et un mode évanescent ($Re = 2000$, $E = 0.5 \times 10^6$, $b = 0.8$ mm, $0 \leq \omega_r \leq 0.25$).

type Navier-Stokes linéarisées, ayant pour variables les perturbations de vitesse et de pression; après numérisation puis résolution par la méthode de collocation spectrale de Chebyshev, ces équations servent de base à l'analyse linéaire de la stabilité de l'écoulement. Les valeurs propres ainsi obtenues correspondent aux différents modes d'instabilité à croissance exponentielle présents dans la couche limite, et dont l'étude permet une analyse complète de la stabilité linéaire.

La comparaison des résultats, sous forme de spectres (temporels ou spatiaux), de courbes neutres ou de courbes d'évolution, avec des résultats issus de la littérature, a permis de conclure à la vali-

dité du modèle employé ainsi qu'à sa précision. Son champ d'application va maintenant être exploré dans les chapitres suivants, sur des couches limites bidimensionnelles, tridimensionnelles, aspirées ou turbulentes.

Chapitre 3

Analyse linéaire de la couche limite hydrodynamique sur une paroi poroélastique

La modélisation à présent validée va servir à analyser les couches limites incompressibles bidimensionnelles ou tridimensionnelles sur paroi poroélastique ; cette étude, dont plusieurs résultats figurent dans l'article de Pluvinaud & al. [138], porte sur un écoulement incompressible parallèle, ce qui sous-entend une perméabilité faible de la paroi. L'objectif en est de fournir des indications préliminaires quant à la stabilité des principaux modes hydroélastiques et hydrodynamiques présents dans un écoulement au contact d'un milieu poroélastique.

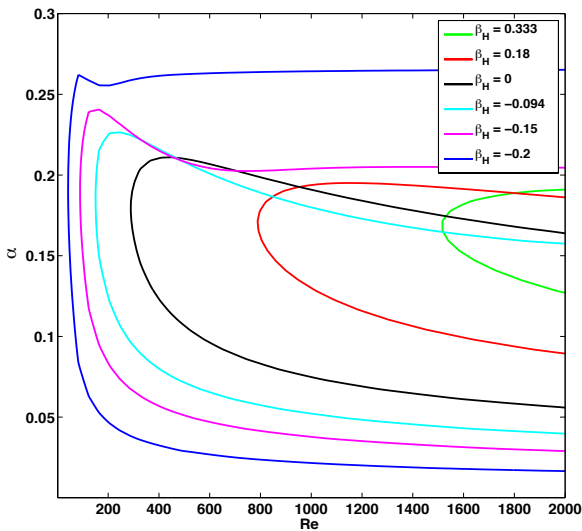
3.1 Evolution des instabilités le long d'une aile en flèche

Pour comprendre les modes dont dépend la transition sur une aile en flèche, il est important de commencer par étudier leur évolution en fonction du gradient de pression.

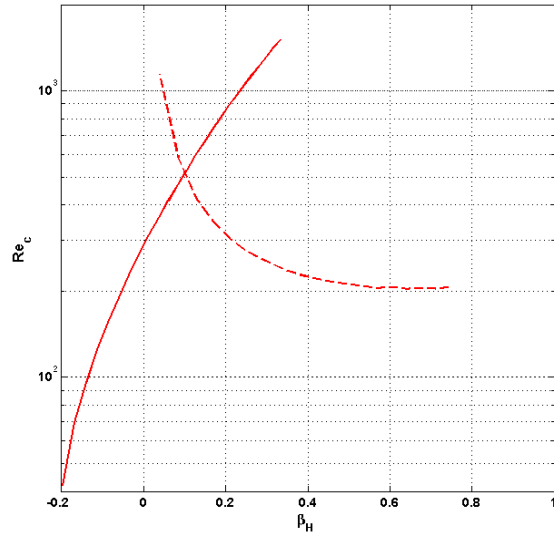
Dans toutes les simulations effectuées dans des couches limites tridimensionnelles, l'angle d'inclinaison ϕ de l'aile sera fixé à 45° pour la raison évoquée précédemment.

3.1.1 Etude du mode TS

La figure 3.1(a) illustre l'évolution longitudinale de l'instabilité TS tridimensionnelle sur une aile en flèche ; elle est obtenue par simulation numérique d'une plaque plane rigide dont l'inclinaison varie selon le gradient de pression (modélisé par son coefficient m ou par le paramètre de Hartree $\beta_h = \frac{2m}{m+1}$). Notons que la figure 3.1(a) est sensiblement différente de son équivalente bidimensionnelle sur une aile droite (cf. fig. 2.22). On observe qu'une diminution du gradient de pression entraîne, outre la baisse du nombre de Reynolds critique, un élargissement de la zone d'instabilité vers une plus grande gamme du nombre d'onde. En superposant la courbe de la figure 3.1(b) (mode TS 3D) avec la courbe rouge de la figure 2.21(b) (reproduite ici en pointillés), on constate que sur une aile en flèche le mode CF devient prépondérant en termes de transition à partir de $\beta = 0.1$, soit légèrement à l'avant du point de pression minimale.



(a) Courbes neutres du mode TS pour différentes valeur du gradient de pression.



(b) Trait plein : courbe d'évolution du nombre de Reynolds critique du mode TS ($\beta = 0$) en fonction du gradient de pression ; trait pointillé : Courbe du mode CF ($\beta = 0.4$).

FIGURE 3.1 – Evolution du mode TS sur paroi rigide en fonction du gradient de pression dans une couche limite tridimensionnelle pour $\phi = 45^\circ$.

3.1.2 Etude du mode CF

La figure 3.2 montre les courbes neutres du mode CF le long de l'aile en flèche ; naturellement, les nombre de Reynolds critique de ces tracés se situent sur la courbe en pointillés de la figure 3.1(b). On

constate ici que c'est l'augmentation du gradient de pression qui provoque, outre une diminution du nombre de Reynolds, l'élargissement de la zone d'instabilité en termes de nombre d'onde.

Cette même figure révèle que lorsque le gradient de pression augmente, le nombre d'onde longitudinal correspondant à Re critique cesse d'être nul pour atteindre 0.05, ce qui est à priori incompatible avec la notion d'onde transversale ; ceci s'explique par une asymétrie dans la distribution de l'instabilité par rapport à l'angle d'onde $\epsilon = \tan^{-1} \frac{\beta}{\alpha}$, dûe à la vitesse transversale [119].

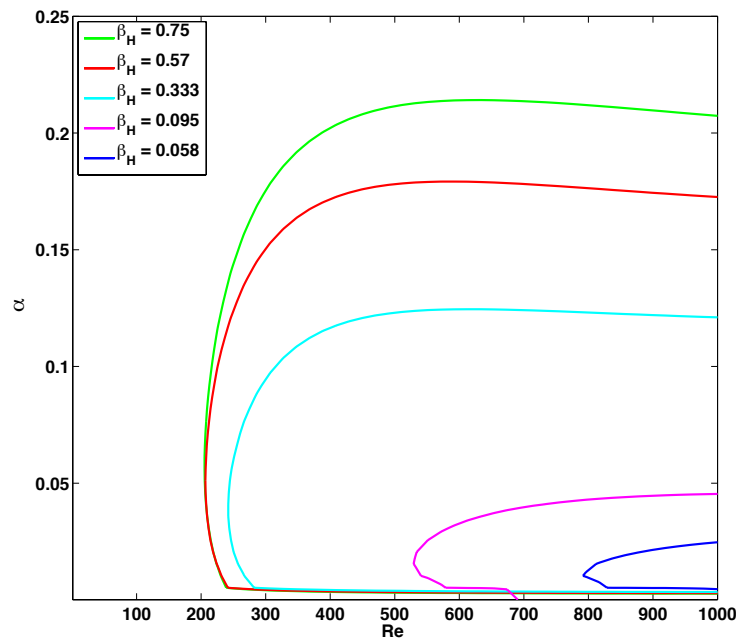


FIGURE 3.2 – Courbes neutres du mode CF dans une couche limite tridimensionnelle pour $\phi = 45^\circ$, $\beta = 0.4$ et différentes valeurs du gradient de pression.

Les courbes de stabilité marginale du mode CF sont tracées dans la figure 3.2 en fixant β à sa valeur la plus déstabilisante (valeur offrant le Re_c le plus faible). Celle-ci a été fixée à $\beta = 0.4$, ce qui correspond à une valeur moyenne ; en effet, on peut voir sur la figure 3.3 que dans la zone où le mode CF est prépondérant, le Re critique minimal varie entre $\beta = 0.5$ et $\beta = 0.3$.

3.2 Influence de la perméabilité.

Comme il a été dit préalablement, l'amortissement sera assuré par le passage du fluide à travers la paroi perméable ; or, l'effet de cette dissipation énergétique sur une instabilité détermine la place de celle-ci dans la classification de Benjamin [11] et Landahl [105]. Rappelons également que seules les faibles perméabilités ($a \leq 1$) seront envisagées dans cette étude, afin notamment de préserver

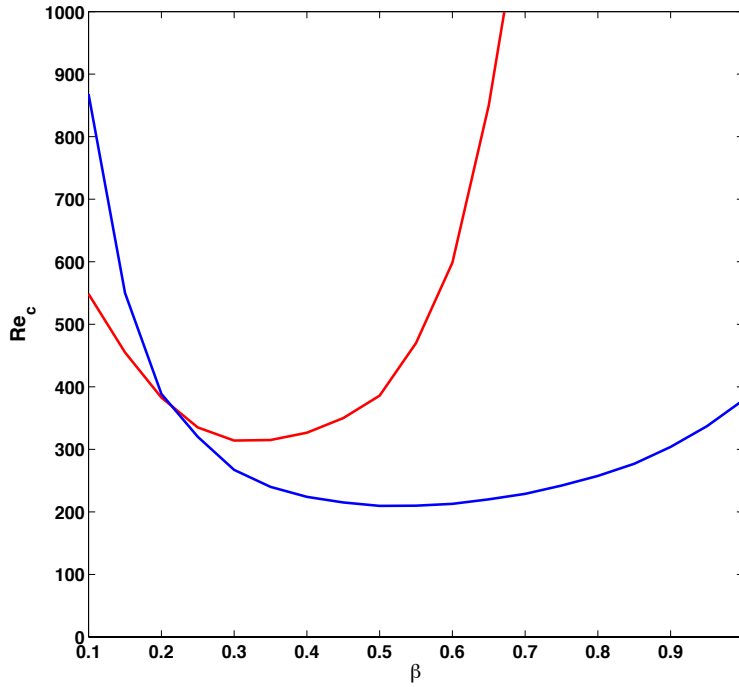


FIGURE 3.3 – Evolution du nombre de Reynolds critique du mode CF en fonction du nombre d'onde transversal pour $\phi = 45^\circ$; en bleu : $m = 1$; en rouge $m = 0.1$.

l'hypothèse d'un écoulement parallèle et d'éviter l'apparition du mode de divergence statique.

En termes de nombre de Reynolds critique, on constate sur la figure 3.4(a) que la dissipation exerce un effet déstabilisant sur les deux principales instabilités hydrodynamiques. Quantitativement, cette déstabilisation est nettement marquée pour les ondes TS (ainsi que l'ont constaté Chang et al. [37], Hill & Straughan [92], ou encore Tilton & Cortelezzi [161] dans un écoulement en canal avec différents modèles théoriques), ce qui valide leur appartenance aux NEW ou perturbations de classe A ; pour les modes CF, la diminution du Re critique est beaucoup plus faible alors que la perméabilité utilisée est dix fois supérieure. Cette faible sensibilité des modes CF à la dissipation, les apparente typologiquement à des perturbations de classe C.

La figure 3.4(b) révèle quant à elle que l'amortissement dû à la perméabilité a pour effet d'augmenter la fréquence critique des modes TS et CF –même si ce n'est plus le cas à proximité du point de décollement ; ici encore, la perméabilité employée pour le mode CF est dix fois supérieure à celle du mode TS, et dans les deux cas l'effet est nettement marqué.

Nous allons à présent étudier plus précisément l'effet de la perméabilité sur les deux modes hydrodynamiques en un point précis de l'aile où ils cohabitent ; le point choisi correspond à un facteur de

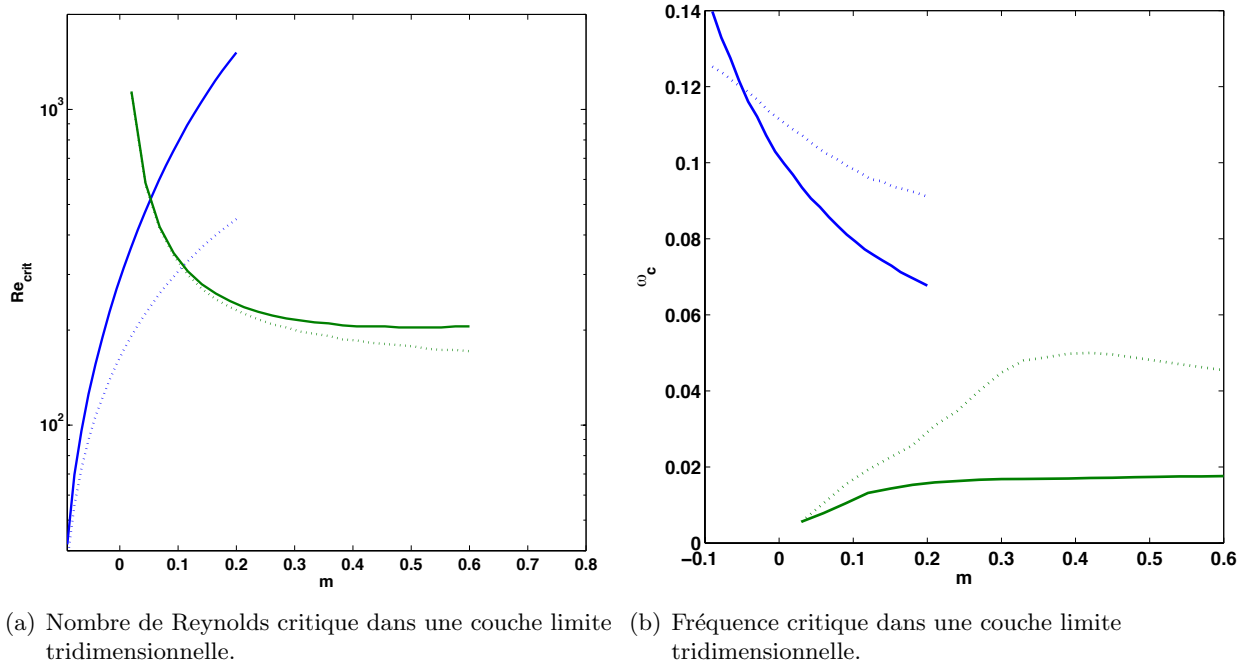


FIGURE 3.4 – Influence de la perméabilité sur les courbes d'évolution du nombre de Reynolds critique et de la fréquence critique sur une aile en flèche à $\phi = 45^\circ$; Traits pleins : modes TS (en bleu) et CF (en vert), sur paroi imperméable ; traits pointillés : mode TS (en bleu) sur paroi perméable avec $a = 0.1$, et CF (en vert) sur paroi perméable avec $a = 1$. On rappelle que le facteur de gradient de pression est lié au paramètre de Hartree par : $m = \beta/(2 - \beta)$.

gradient de pression de $m = 0.2$, soit $\beta_H = 1/3$.

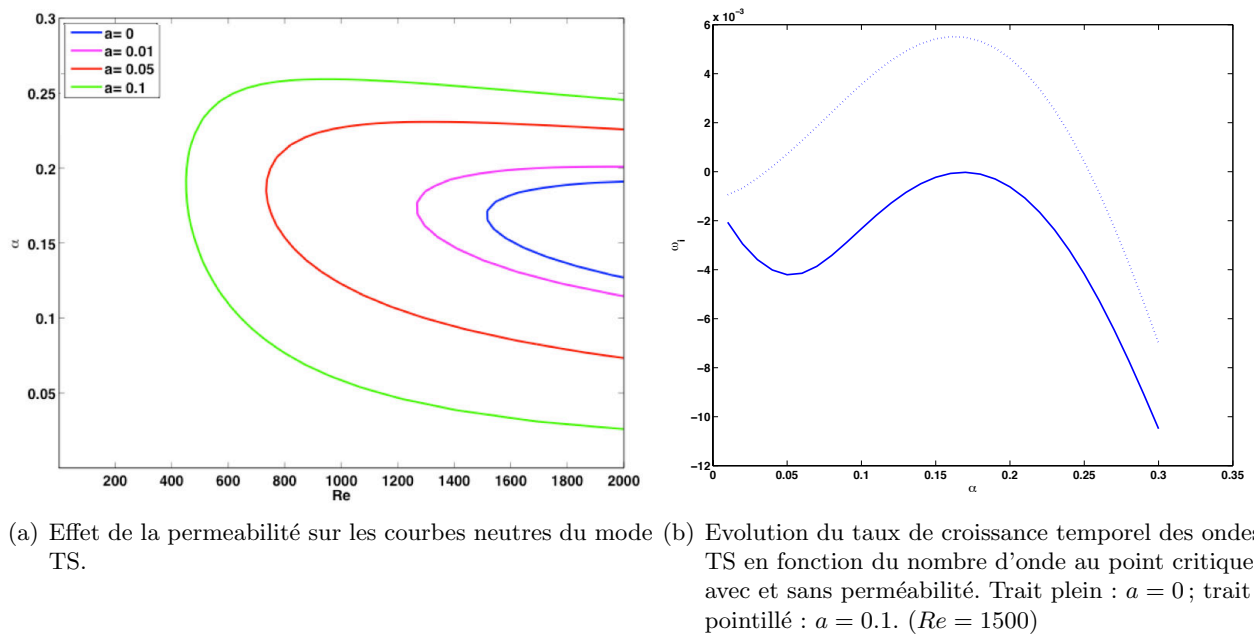
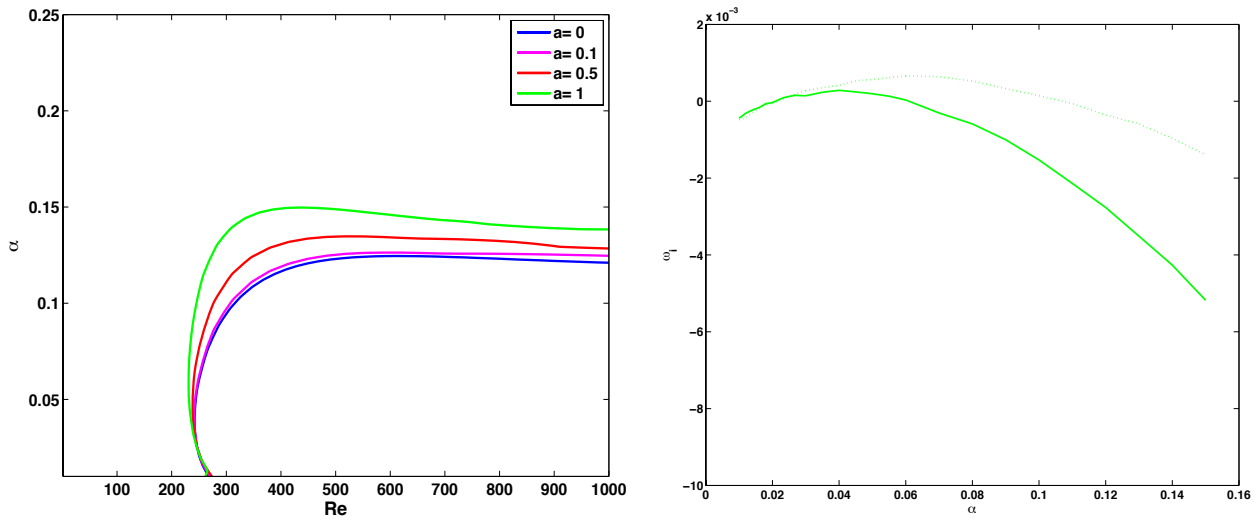


FIGURE 3.5 – Influence de la permeabilité sur le mode TS 3D ($m = 0.2$, $\phi = 45^\circ$ et $\beta = 0$)

Les courbes neutres des figures 3.5(a) et 3.6(a) illustrent l'évolution des modes hydrodynamiques en fonction de la perméabilité. Sans surprise, la zone d'instabilité du mode TS tridimensionnel (fig. 3.5(a)) se trouve considérablement élargie en termes de nombre d'onde tandis que son Re critique diminue. La figure 3.5(b) montre l'élévation du taux de croissance pour toutes les longueurs d'onde, lorsque a passe de 0 à 0.1.



(a) Effet de la perméabilité sur les courbes neutres du mode CF. (b) Evolution du taux de croissance temporel des tourbillons Crossflow en fonction du nombre d'onde au point critique, avec et sans perméabilité. Trait plein : $a = 0$; trait pointillé : $a = 1$. ($Re = 250$)

FIGURE 3.6 – Influence de la perméabilité sur le mode CF ($m = 0.2$, $\phi = 45^\circ$ et $\beta = 0.4$)

Pour les modes CF (fig. 3.6(a)) –et malgré une plus forte perméabilité–, on retrouve la variation quasi-nulle du Re critique évoquée ci-dessus, accompagnée d'un léger accroissement de la zone d'instabilité. L'élévation du taux de croissance lorsque $a = 1$ (fig. 3.6(b)) concerne uniquement les nombres d'onde supérieurs à 0.04, et se trouve là encore atténué par rapport aux effets observés sur les ondes TS.

Les profils des deux perturbations hydrodynamiques aux points critiques des courbes neutres ci-dessus sont représentés sur les figures 3.7(a) et 3.7(b), avec et sans perméabilité. On y note que l'influence globale de la perméabilité est mineure.

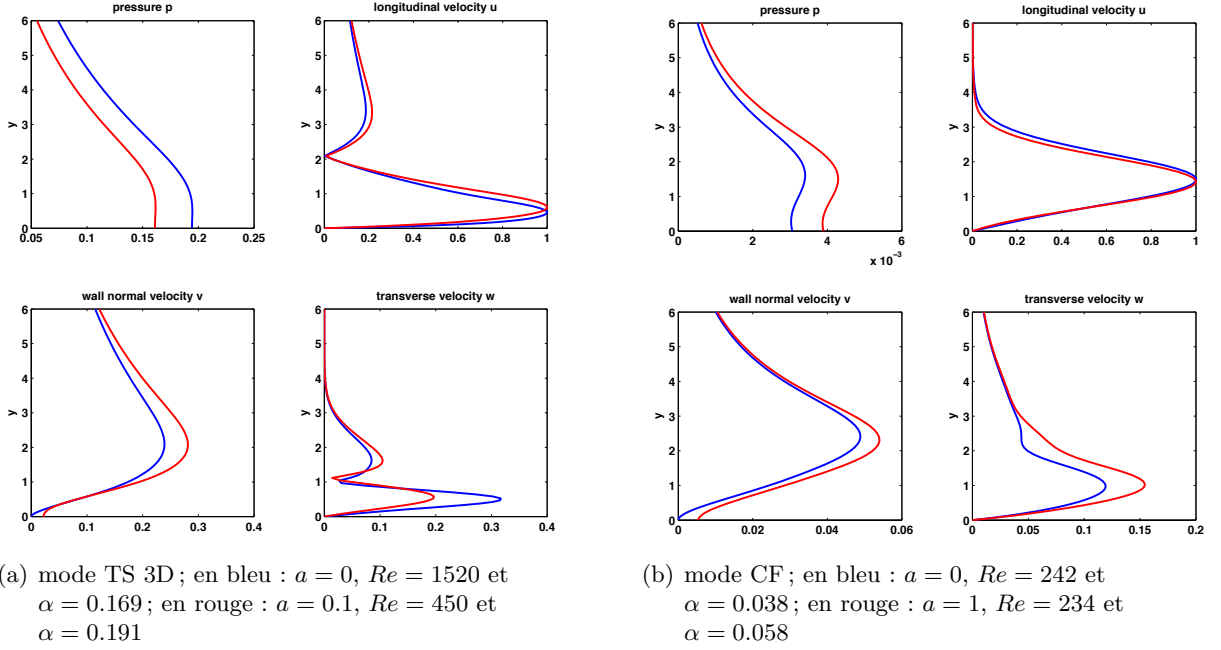


FIGURE 3.7 – Profils des perturbations hydrodynamiques dans une couche limite tridimensionnelle, aux points critiques des courbes des figure 3.5(a) et 3.6(a).

3.3 Paroi compliant.

3.3.1 Effets de la compliance sur une couche limite de Blasius

L'influence de la compliance sur les couches limites a fait l'objet d'études plus fournies que celle de la perméabilité. Pour les couches limites de Blasius, ces effets ont été renseignés notamment par Carpenter & Garrad [29, 30], Allen [4] ou encore Al Musleh & Frendi [130]. Leur conclusion générale est que la compliance stabilise les ondes TS bidimensionnelles tout en provoquant l'apparition d'ondes de paroi hydroélastiques de type FISL. Ce constat est confirmé par les courbes en trait plein des figures 3.8 et 3.10 ; pour $E \leq \times 3 \times 10^5$, on retrouve sur les courbes neutres du mode TS 2D –et en dépit du fait que l'échelle de longueur utilisée ici soit δ et non plus δ^* – la division de la zone d'instabilité déjà observée par Carpenter & Garrad [29] (cf. fig. 1.8). La figure 3.9 présente les profils des perturbations du mode TS 2D au point critique de la courbe neutre, ainsi que l'influence de la perméabilité sur ces profils ; la principale altération visible réside dans le profil de la vitesse normale v , dont la valeur à la paroi cesse d'être nulle.

On remarque dans la figure 3.10, les trois zones d'instabilité repérées I, II et III qui constituent la courbe neutre des modes FISL, et dont les surfaces augmentent avec la compliance. La région centrale,

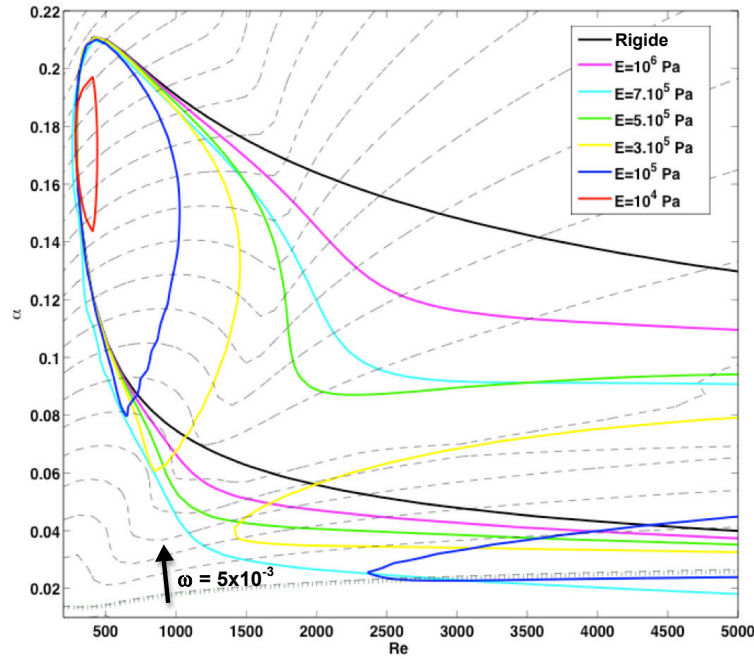


FIGURE 3.8 – Traits continus : Courbes neutres du mode TS dans une couche limite de Blasius pour différents modules d'Young de la paroi ; traits pointillés : isolignes de fréquence pour $E = 3 \times 10^5$, ω croissant dans le sens de la flèche avec un pas de 4×10^{-3} ($\phi = 0^\circ$, $m = 0$, $\beta = 0$)

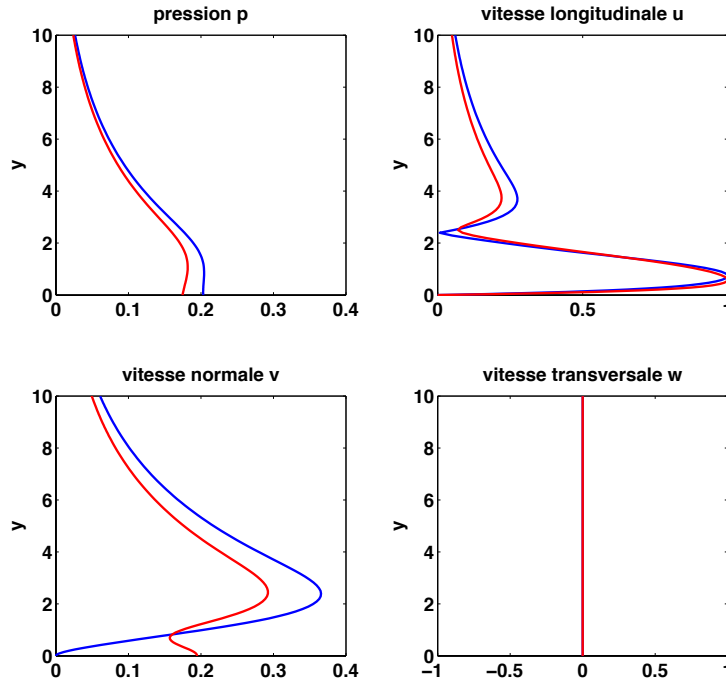


FIGURE 3.9 – Profils des perturbations du mode TS dans une couche limite de Blasius au point critique. En bleu : $a = 0$; en rouge : $a = 1$ ($Re = 300$, $\alpha = 0.18$, $\phi = 0^\circ$, $m = 0$, $\beta = 0$)

notée I, présente un taux de croissance plus élevé que les zones latérales II et III (cf. partie droite de la figure 3.12). Selon Carpenter & Garrad [29, 30], cette même zone correspond au mode TWF

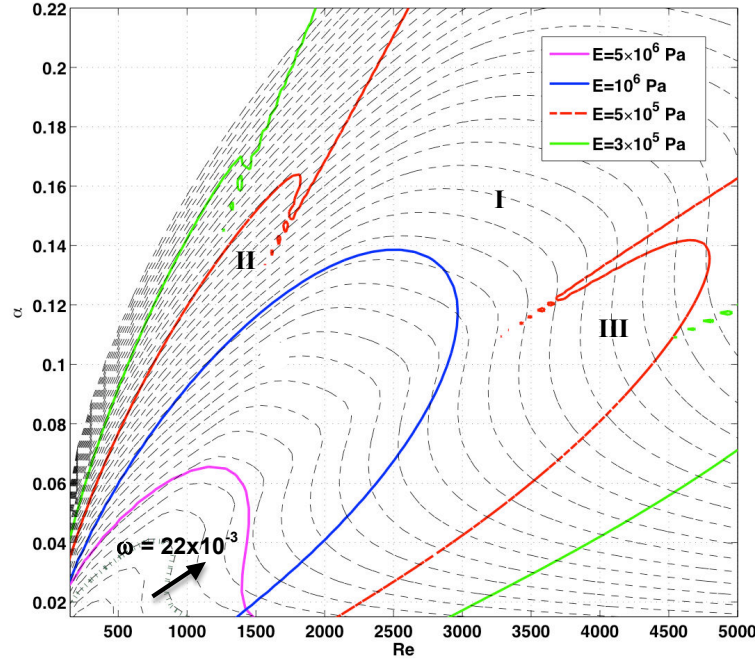


FIGURE 3.10 – Traits continus : Courbes neutres du mode TWF sur une couche limite de Blasius pour différents modules d'Young de la paroi ($\phi = 0^\circ$, $m = 0$, $\beta = 0$) ; traits pointillés : isolignes de fréquence pour $E = 3 \times 10^5$, ω croissant dans le sens de la flèche avec un pas de 5×10^{-3} .

dont la vitesse de phase est proche de la vitesse du courant libre (cf. fig. 1.10) ; de fait, l'étude du mode correspondant révèle que sa vitesse de phase reste toujours proche de (et inférieure à) l'unité. Les modes correspondant aux zones II et III –également hydroélastiques– possèdent quant à eux des vitesses de phases supérieures à la vitesse du courant libre. On constate d'ailleurs sur la figure 3.11 que le profil du mode I diffère sensiblement de celui des modes II et III.

En dépit de ces différences, les trois modes s'apparentent de par leur vitesse de phase à des instabilités convectives de type PEW ; il sera d'ailleurs vérifié dans le chapitre suivant que la présence de dissipation dans la paroi exerce un effet stabilisant sur eux, même si l'on observe sur la figure 3.11 que la forme de leurs profils ne s'en trouve pas significativement affectée.

La figure 3.12 livre un aperçu de l'évolution de la stabilité lorsque le nombre d'onde balaie une plage allant de 0.02 à 0.2, pour $Re = 1500$ et $E = 5 \times 10^5 Pa$. On y trouve la confirmation que le mode TS (en bleu) prédomine pour $\alpha < 0.15$ –avec une légère rupture dans l'accroissement de du taux de croissance pour $\alpha = 0.08$, qui préfigure la division de la courbe neutre en deux zones distinctes qui a lieu à partir de $E = 3 \times 10^5 Pa$. Le mode FISI, quant à lui, couvre une zone d'instabilité allant au-delà de $\alpha = 0.15$ et divisée en trois pics distincts (voir le détail sur la partie droite de la figure

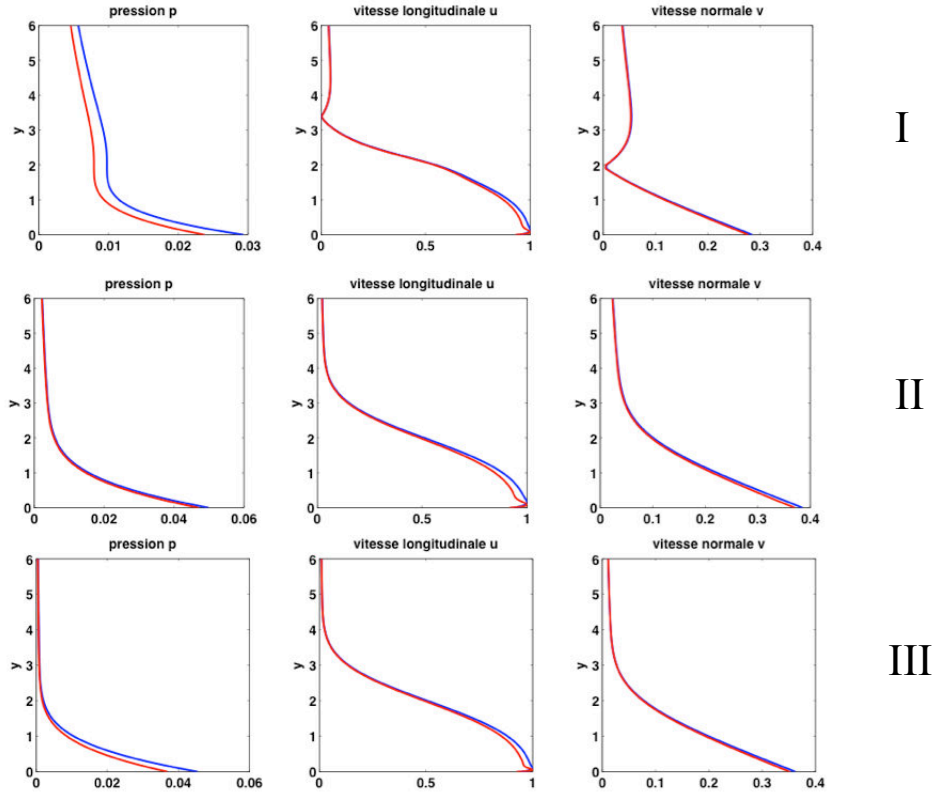


FIGURE 3.11 – Profils des modes TWF dans la region I (à $Re=2500$), II (à $Re=1200$) et III (à $Re=4000$). En bleu : $a = 0$; en rouge : $a = 1$ (autres paramètres : $\alpha = 0.12$, $E = 5 \times 10^5 Pa$, $\phi = 0$, $m = 0$, $\beta = 0$).

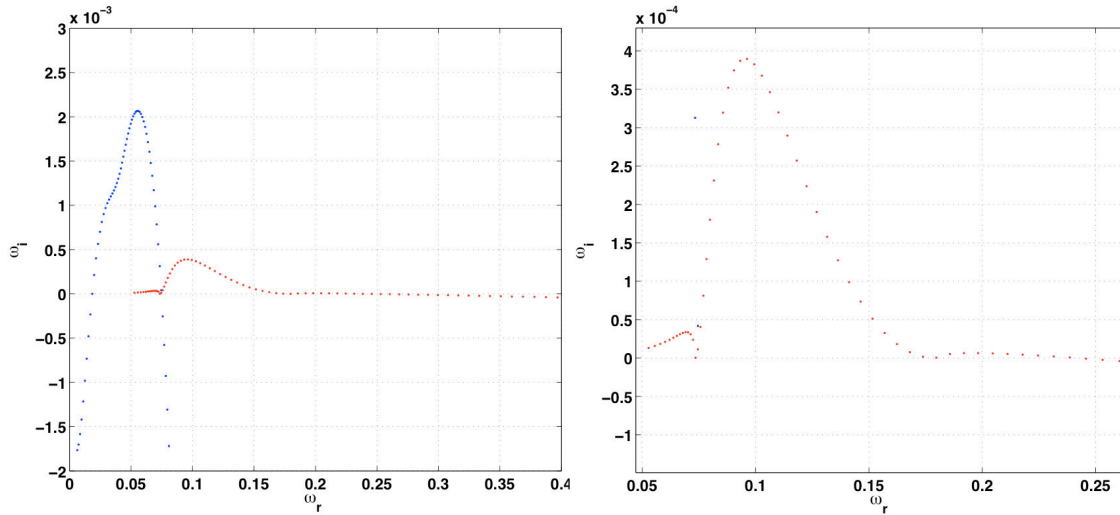
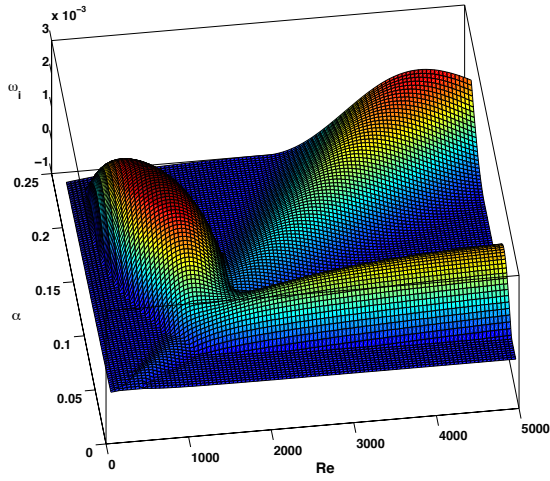


FIGURE 3.12 – Spectre temporel dans la couche limite de Blasius pour $0.02 < \alpha < 0.2$. En bleu : mode TS ; en rouge : mode FISI. Les deux instabilités évoluent de la gauche vers la droite ($Re = 1500$, $E = 5 \times 10^5 Pa$, $\phi = 0$, $m = 0$, $\beta = 0$).

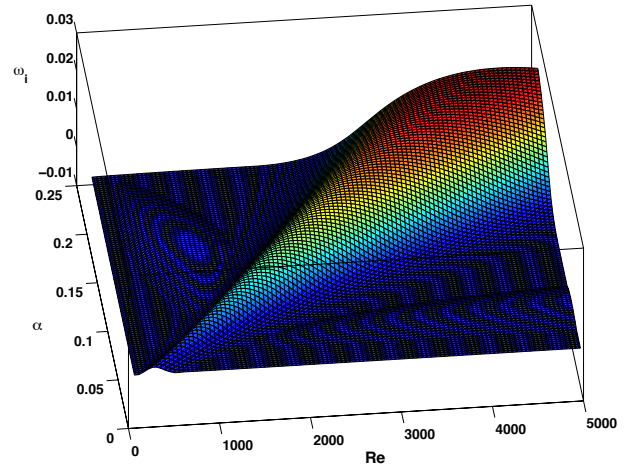
3.12). Ceux-ci représentent bien entendu, de gauche à droite, les trois zones III, I et II de la figure 3.10 et confirment une nette prédominance de l'instabilité de la zone I en termes de taux de croissance.

Pour finir, une vue globale des instabilités de la couche limite de Blasius est donnée par les figures 3.13(a) et 3.13(b), pour $E = 5 \times 10^5 Pa$ et $E = 3 \times 10^5 Pa$ respectivement. On constate que dans le premier cas, l'onde TS et l'insabilité TWF de la zone I sont du même ordre de grandeur, cette dernière s'imposant seulement pour de hautes valeurs de Re et α .

Dans le second cas en revanche, la plus grande flexibilité se traduit par une nette augmentation du mode TWF de la région I, au regard duquel l'onde TS est maintenant inférieure d'un ordre environ. Les modes TWF des régions II et III, quant à eux, conservent un taux de croissance négligeable par rapport à celui de la région I, même avec de fortes compliances.



(a) Vue globale pour $E = 5 \times 10^5 Pa$



(b) Vue globale pour $E = 3 \times 10^5 Pa$

FIGURE 3.13 – Evolution du taux de croissance des modes TS et TWF dans une couche limite de Blasius lorsque la compliance augmente.

3.3.2 Effets de la compliance sur une couche limite tridimensionnelle

L'influence de la compliance sur les modes CF et TWF dans une couche limite tridimensionnelle est illustrée par les courbes de stabilité marginale des figures 3.14, 3.15 et 3.17. La partie gauche de la figure 3.14 confirme que le nombre de Reynolds critique du mode CF est peu affecté par la compliance, ce qui s'explique par le faible couplage entre la paroi élastique et les tourbillons CF quasi-statiques ; en revanche, pour de très faibles valeurs du module d'élasticité ($E \leq 100 Pa$), la zone d'instabilité décroît tandis qu'une seconde zone à vitesse de phase plus élevée apparaît à des valeurs de α plus grandes. Cette seconde zone possède un taux de croissance bien plus forte, comme en témoigne le spectre représenté à droite de la figure 3.14. Ces résultats sont à mettre en perspective du fait que

de telles valeurs du module d'Young correspondent davantage à une membrane peu tendue qu'à une paroi épaisse de type Kramer, et que pour des compliances aussi fortes, l'hypothèse d'un écoulement parallèle n'est plus vérifiée, ainsi que l'ont démontré Ehrenstein & Rossi [57].

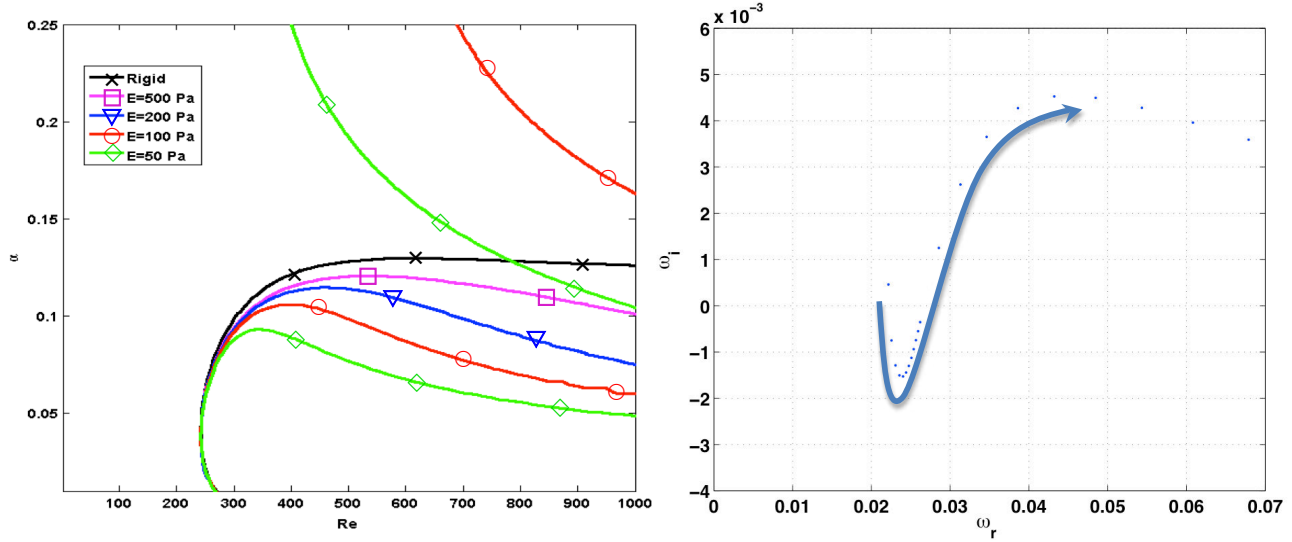


FIGURE 3.14 – A gauche : variation des courbes neutres du mode CF lorsque le module élastique E décroît dans le plan $Re - \alpha$; à droite : spectre temporel de l'évolution du mode CF entre $\alpha = 0.05$ et $\alpha = 0.15$, pour $E = 50$ Pa et $Re = 900$. ($\beta = 0.4$ $\phi = 45^\circ$, $m = 0.2$).

La figure 3.15 propose une vision d'ensemble dans le plan $Re - \beta$ des instabilités transversales sur une aile en flèche; on y constate la quasi-insensibilité des modes CF lorsque le module d'Young varie, tandis que les modes hydroélastiques sont prévisiblement déstabilisés par l'augmentation de la compliance, à la fois en termes de Re critique et de gamme du nombre d'onde transversal.

Ce résultat rejoint qualitativement les études de Cooper & Carpenter [46] sur disque tournant (cf. fig. 1.9); ces derniers distinguent trois catégories de perturbations qu'ils désignent comme Type I (perturbations non-visqueuses, comprenant les tourbillons CF), Type II et Type III. Dans cette dénomination, la zone CF de la figure 3.15 correspond à une perturbation de Type I, tandis que la zone TWF correspond à une perturbation de Type II –à ceci près qu'elle croît continûment lorsque E diminue, tandis que les perturbations de Type II finissent par se stabiliser sous l'effet Coriolis [34, 46]. Les perturbations de Type II, réputées délicates à définir, ont déjà été évoquées dans le chapitre 1. Décrites par Carpenter & Thomas [34] comme visqueuses et de faible intensité, elles n'apparaissent dans les simulations sur disque tournant que si l'effet Coriolis est pris en compte. Leur forme stationnaire n'est pas déterminante en termes de transition puisqu'elle se manifeste à des nombres de Reynolds critiques plus élevés que les perturbations de Type I. Lingwood [107], qui a mis en évidence ces

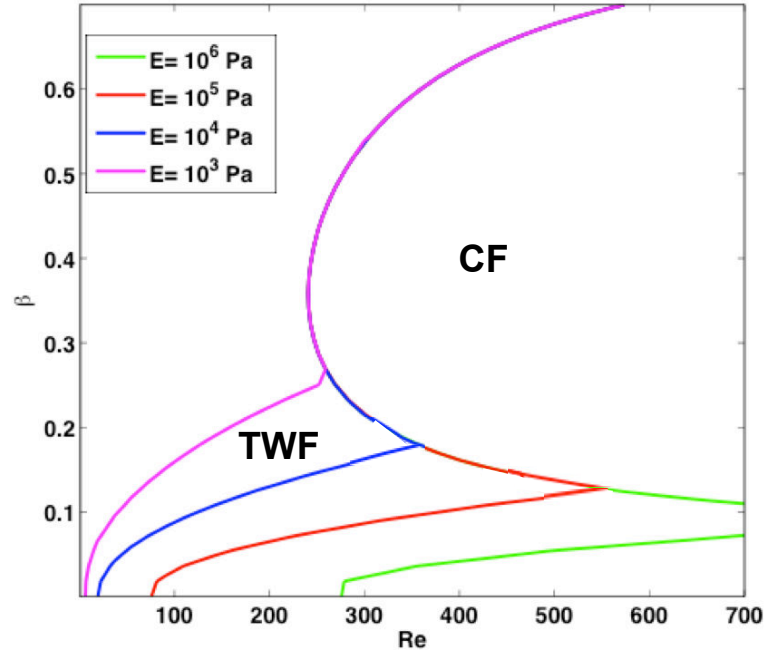


FIGURE 3.15 – Variation des courbes neutres du mode CF lorsque le module élastique E décroît dans le plan $Re - \beta$ pour $\alpha = 0.05$ ($\phi = 45^\circ$, $m = 0.2$)

perturbations de Type II dans ses expérimentations, note une possibilité de coalescence avec des perturbations de Type I. Le produit de cette coalescence connaît une croissance algébrique qui, selon les simulations numériques de Davies & Carpenter [52] est dominée par la croissance exponentielle des perturbations de Type I.

Le spectre temporel à gauche de la figure 3.16 illustre l'évolution des deux modes CF et TWF lorsque β varie entre 0.05 et 0.6 (toutes les valeurs des modes ne se trouvent pas sur la figure, qui a été agrandie pour des raisons de visibilité). Comme le montre la partie droite de cette même figure, le mode FISI, prédominant aux faibles valeurs du nombre d'onde transversal, voit son taux de croissance temporel décroître jusqu'à devenir négatif pour $\beta = 0.17$ environ; cependant, le mode Crossflow devient à son tour instable dans la plage $0.23 < \beta < 0.55$, avec un taux de croissance maximal du même ordre de grandeur que celui du mode TWF.

On retrouve l'évolution du mode TWF en fonction de E (cette fois dans le plan $Re - \alpha$) sur la figure 3.17 (le nombre d'onde transversal est maintenu à la valeur de 0.4 pour permettre le lien avec les courbes du mode CF de la figure 3.14). Pour de très fortes compliances, on constate que la zone d'instabilité (colorée en vert pour $E = 100Pa$) se décale vers les faibles nombres de Reynolds tout en s'affinant.

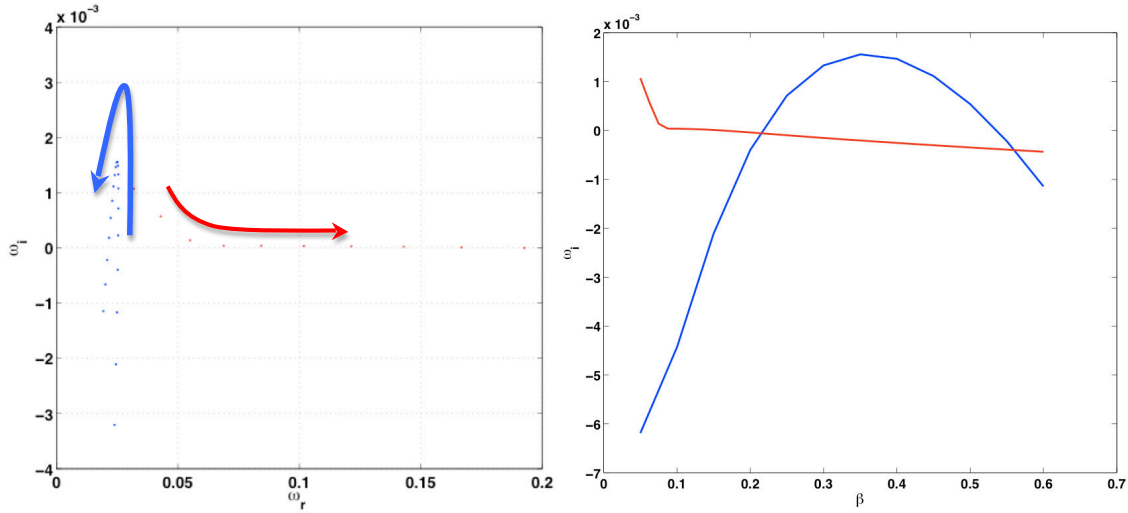


FIGURE 3.16 – A gauche : spectre temporel dans la couche limite tridimensionnelle pour $0.05 < \beta < 0.6$ (détail) ; en bleu : mode CF ; en rouge : mode FISI ; les deux modes évoluent dans le sens des flèches. A droite : courbe d'instabilité des deux modes sur le même intervalle ($Re = 300$, $E = 10^4$ Pa, $\phi = 45^\circ$, $m = 0.2$, $\alpha = 0.05$).

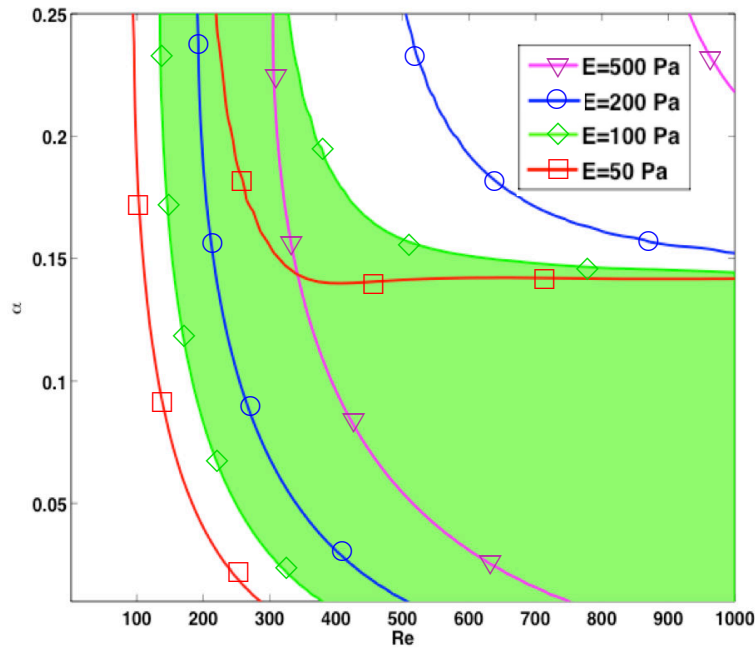


FIGURE 3.17 – Effet de la variation du module d'Young sur le mode TWF dans une couche limite tridimensionnelle. ($\phi = 45^\circ$, $m = 0.2$, $\beta = 0.4$). La région instable correspondant à $E = 100$ Pa est colorée pour une meilleure compréhension.

Les profils des modes CF et TWF aux points critiques sont représentés sur les figures 3.18(a) et 3.18(b) pour une élasticité de 100 Pa ; comme on le constate, l'influence de la perméabilité est pratiquement nulle sur les formes des vitesses du mode CF comme sur ceux des ondes hydroélastiques.

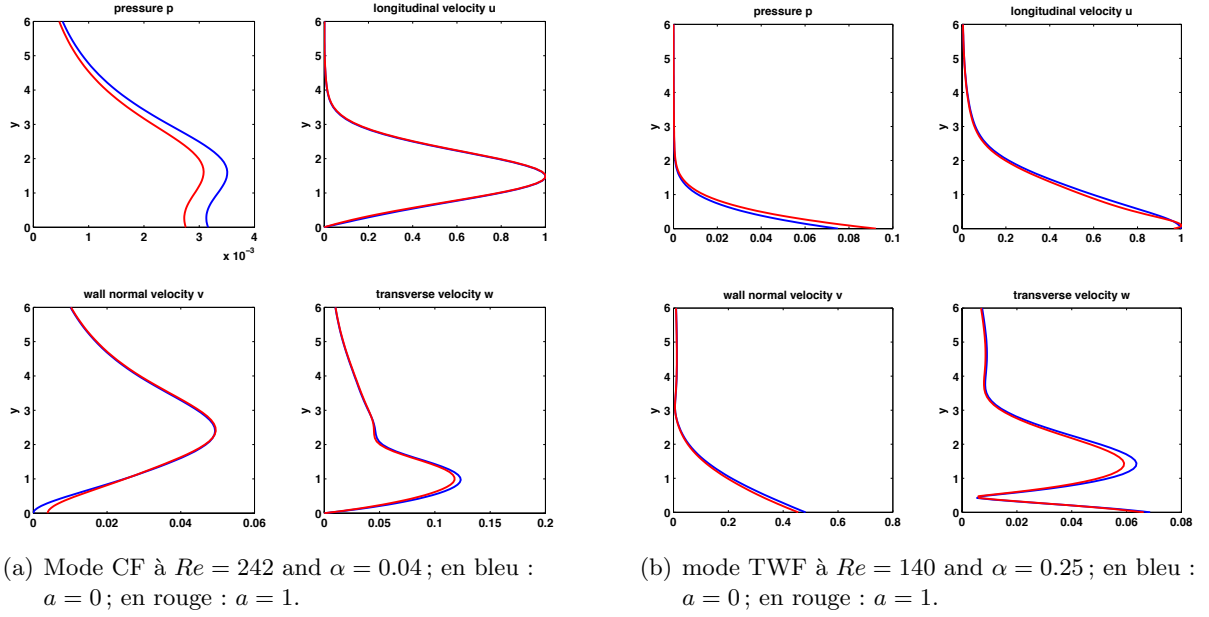


FIGURE 3.18 – Profils des modes CF et TWF aux points critiques ($E = 100 Pa$, $\phi = 45^\circ$, $m = 0.2$, $\beta = 0.4$).

3.4 Parois poroélastiques

On appelle ici paroi poroélastique une paroi compliant garnie d'un réseau de pores débouchants qui permettent au fluide de la traverser. Dans ces conditions, l'amortissement des oscillations de la paroi est assuré par le passage de ce fluide à travers les pores (cf. fig. 2.16) ; la loi de filtration à travers la paroi, de type loi de Darcy, est fournie par l'équation 2.50. L'effet dissipatif ainsi obtenu est un amortissement semblable à celui du substrat visqueux d'une paroi de Kramer, avec une différence toutefois : la densité est la même des deux côtés de la paroi, ce qui élimine le "terme supplémentaire" qui apparaît en aérodynamique dans l'équation dynamique de la paroi du fait de la différence de densité entre fluide et substrat [26].

3.4.1 Effets de la poroélasticité sur une couche limite de Blasius

Selon la littérature (cf. chapitre I), on peut s'attendre à ce que la perméabilité stabilise les TWF qui sont des instabilités de classe B [105, 12, 29, 30] tout en déstabilisant les modes TS, qui sont quant à eux de classe A [29, 30, 175, 158]. De fait, les figures 3.19 et 3.20 présentent, pour une couche limite de Blasius, des évolutions des modes hydrodynamique et hydroélastique conformes à cette assertion. Sur la figure 3.19, la zone d'instabilité initiale (pour $a = 0$) est divisée en deux du fait de la

compliance (cf. courbe en jaune de la figure 3.8, pour $E = 3 \times 10^5 \text{ Pa}$). On observe que l'accroissement de la perméabilité augmente la zone instable tout en réduisant sensiblement le nombre de Reynolds critique des modes TS. L'explication physique de cette déstabilisation réside dans l'augmentation des contraintes de Reynolds qu'engendre la dissipation à proximité de la paroi, et du transfert d'énergie qui en découle depuis le courant principal.

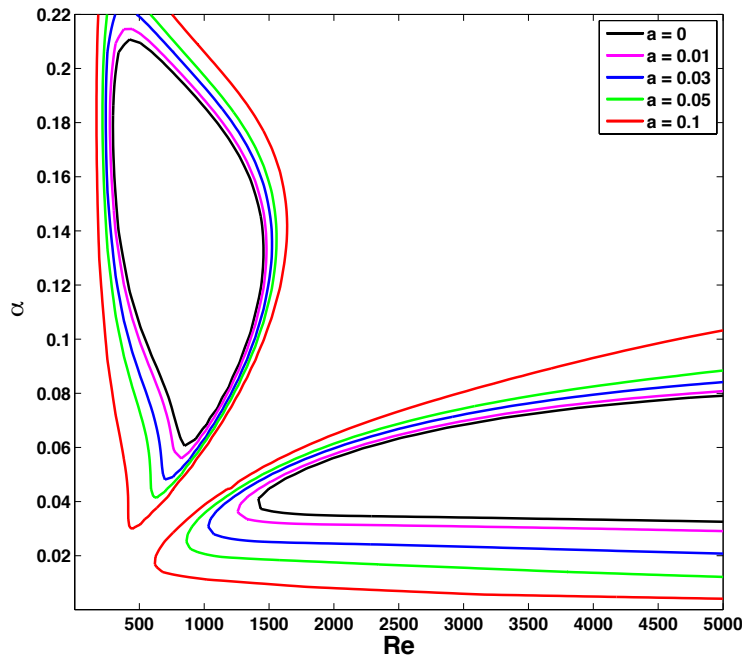


FIGURE 3.19 – Courbes neutres des modes TS pour différentes valeurs du coefficient de perméabilité a dans une couche limite de Blasius sur paroi compliant ($\phi = 0^\circ$, $m = 0$, $\beta = 0$, $E = 3 \times 10^5 \text{ Pa}$).

En gardant la même gamme de perméabilité, la figure 3.20 présente l'évolution des modes FISI dans une couche limite de Blasius. Le résultat observé rejoint les remarques précédentes quant aux trois zones, à savoir que la zone I (zone centrale) se révèle d'une nature différente des zones II et III. En effet, la perméabilité stabilise essentiellement ces deux dernières –allant jusqu'à les faire entièrement disparaître pour $a \geq 0.3$ – tandis que l'aire de la zone I varie très peu. Ce constat permet d'identifier les modes associés aux zones II et III comme des instabilités de classe B.

En ce qui concerne le mode associé à la zone I, sa faible sensibilité à la dissipation semblerait l'apparenter à la classe C, mais sa vitesse de phase proche de la vitesse du courant libre contredit cette hypothèse puisque, selon Gad-el-Hak [69], toutes les perturbations hydroélastiques de classe C sont absolues. Il semblerait donc que le transfert irréversible d'énergie vers la paroi affecte bel et bien cette perturbation, mais que la forme "en V" de sa zone d'instabilité minimise visuellement cet effet sur la

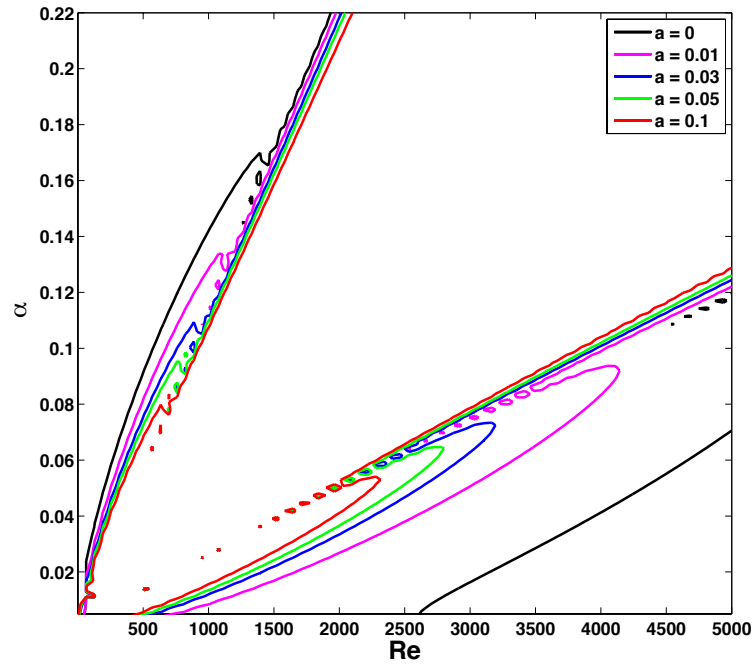


FIGURE 3.20 – Courbes neutres des modes TWF pour différentes valeurs du coefficient de perméabilité a dans une couche limite de Blasius sur paroi compliant ($\phi = 0^\circ$, $m = 0$, $\beta = 0$, $E = 3 \times 10^5 \text{ Pa}$).

figure 3.20.

L'effet de la perméabilité sur les TWF des zones II et III est particulièrement spectaculaire pour $a \leq 0.05$, valeurs auxquelles on observe une réduction des aires d'instabilité de ces modes de l'ordre de 80% ; de plus, le fait de se limiter à ces très faibles valeurs de a présentent deux avantages : d'une part réduire l'impact déstabilisant de la dissipation sur les modes TS, d'autre part conserver un écoulement parallèle.

3.4.2 Effets de la poroélasticité sur une couche limite tridimensionnelle

L'effet de la poroélasticité sur les modes Crossflow est visible sur les courbes de stabilité marginale de la figure 3.21, issues de la courbe rouge de la figure 3.14 (donc pour une paroi très flexible, à $E = 100 \text{ Pa}$). Ainsi qu'il a été constaté sur la courbe d'évolution de la figure 3.4(a), le nombre de Reynolds critique reste quasiment identique lorsque a augmente. La zone d'instabilité globale est elle aussi globalement invariable pour les modes CF de basse fréquence comme pour ceux de haute fréquence, ce qui correspond au comportement attendu d'une instabilité de classe C. Cette faible sensibilité des modes Crossflow à la perméabilité provient du fait que cette dernière ne modifie pratiquement pas l'écoulement de base (tout au moins pour les faibles valeurs de a considérées), et n'agit donc pas

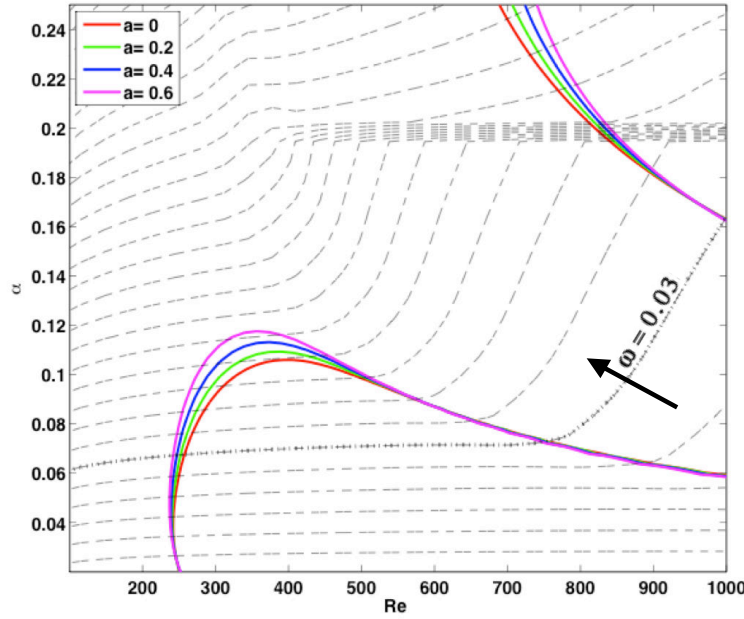


FIGURE 3.21 – Traits continus : courbes neutres du mode CF pour différentes valeurs de a ($\phi = 45^\circ$, $m = 0.2$, $\beta = 0.4$, $E = 100 \text{ Pa}$). Traits pointillés : isolignes de fréquences pour $a = 0$, ω croissant dans le sens de la flèche avec un pas de 5×10^{-3} . Les lignes horizontales autour de $\alpha = 0.2$ pour $Re \leq 400$ proviennent d'un artifice du code, à l'interface entre deux modes ayant des fréquences différentes.

directement sur les instabilités issues d'un point d'inflexion du profil de vitesse, dont font partie les tourbillons Crossflow.

Ce constat est confirmé par les courbes neutres du mode CF dans le plan $Re - \beta$, représentées sur la figure 3.22 ; on y voit en revanche que l'effet de la perméabilité sur les ondes hydroélastiques semble plus marqué, tant pour la réduction de la zone d'instabilité que pour l'accroissement de Re critique.

Une analyse des seuls modes FISI tridimensionnels dans le plan $Re - \alpha$ le confirme : la perméabilité permet une stabilisation conséquente de ces modes (cf. fig. 3.23) ; en effet, le nombre de Reynolds double presque lorsque le coefficient de perméabilité passe de 0 à 0.4.

3.5 Conclusions

L'analyse temporelle linéaire de la stabilité a permis d'étudier l'effet des caractéristiques de la paroi sur les perturbations présentes dans une couche limite parallèle incompressible. Malgré la simplicité de l'approche, les résultats obtenus fournissent une idée générale de la manière dont la compliance et la perméabilité se combinent pour modifier la stabilité de l'écoulement sur une aile droite ou en flèche ; ces résultats ont des implications sur les techniques de contrôle passif basées sur les parois

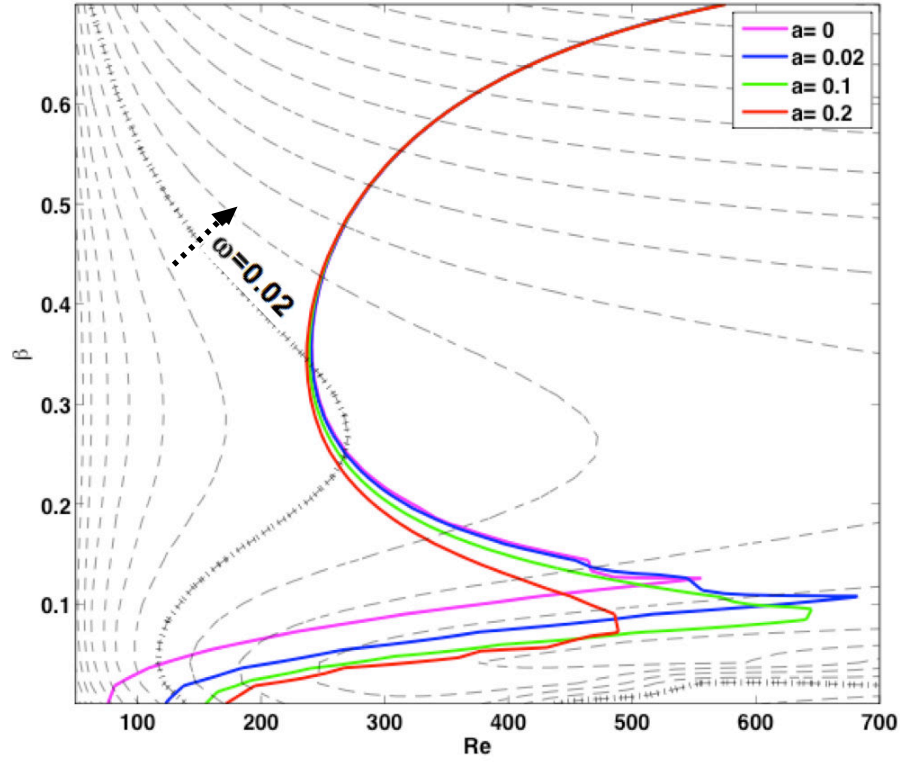


FIGURE 3.22 – Traits continus : Courbes neutres des modes CF et TWF pour différentes valeurs de a ($\phi = 45^\circ$, $m = 0.2$, $\alpha = 0.04$, $E = 100 Pa$). Traits pointillés : isolignes de fréquences pour $a = 0$, ω croissant dans le sens de la flèche avec un pas de 1×10^{-3} .

poroélastiques, largement employées dans les approches biomimétiques.

La perméabilité s'est ainsi révélée déstabilisante pour les modes hydrodynamiques, de façon marquée pour les ondes TS et beaucoup moins marqué pour les tourbillons Crossflow. En ce qui concerne la compliance, son effet stabilisant sur les modes TS [29, 30] s'est vérifié sur les ailes droites comme sur les ailes en flèche, ainsi que son rôle dans l'apparition des modes hydroélastiques de type TWF. En revanche, les tourbillons Crossflow, décisifs en ce qui concerne la transition sur les ailes en flèche, ne se révèlent sensible à la diminution du module d'Young de la paroi que lorsque celui-ci atteint des valeurs très faibles.

Toutefois, le résultat le plus édifiant en termes de contrôle de la transition réside dans l'effet stabilisant de la perméabilité sur les modes FISI, dont l'apparition peut être significativement retardée même lorsque a reste faible –qu'il s'agisse d'une couche limite 2D ou 3D. La valeur optimale du coefficient de perméabilité se situe ainsi vers $a = 0.03$, ce qui correspond à une porosité très raisonnable de $K_D = 2.5 \times 10^{-13} m^2$.

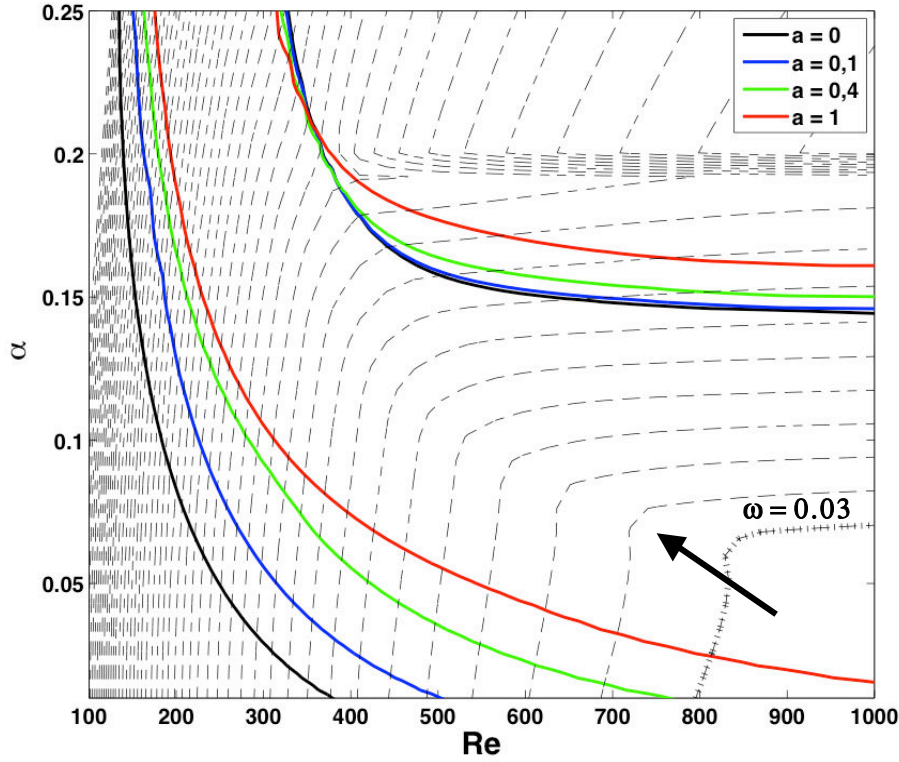


FIGURE 3.23 – Traits continus : Courbes neutres du mode TWF pour différentes valeurs de a dans une couche limite tridimensionnelle. Traits pointillés : isolignes de fréquences pour $a = 0$, ω croissant dans le sens de la flèche avec un pas de 5×10^{-3} ($\phi = 45^\circ$, $m = 0.2$, $\beta = 0.4$, $E = 100 Pa$). Les lignes horizontales autour de $\alpha = 0.2$ pour $Re \leq 400$ sont un artifice du code, à l'interface entre deux modes ayant des fréquences différentes.

Ce constat, associé à la quasi insensibilité des modes CF envers la dissipation d'énergie, fait de la perméabilité une solution prometteuse en termes de retardement de transition dans les couches limites tridimensionnelles sur paroi compliant. La compliance peut en effet être envisagée pour stabiliser les modes hydrodynamiques tandis que la perméabilité retarde et atténue l'apparition des modes FISI. Naturellement, une étude détaillée des taux de croissance de ces instabilités tridimensionnelles ainsi que de leur sensibilité à la perméabilité, permettra de compléter ces résultats.

Chapitre 4

Analyse linéaire d'une couche limite aérodynamique aspirée sur une paroi poroélastique

L'objet de ce chapitre, qui s'inspire des travaux de Pluvinage & al. [139] est d'étudier, à travers l'analyse spatiale de la stabilité linéaire, l'impact d'une paroi perméable et compliant sur la couche limite aspirée d'un écoulement parallèle incompressible. Le contrôle des écoulements laminaires par utilisation d'une couche limite aspirée (ou ASBL, pour Asymptotic Suction Boundary Layer) est une technique couramment étudiée et employée pour améliorer les performances aérodynamiques. Cette méthode, qui a fait ses preuves pour retarder la transition vers la turbulence [97], ne permet pas en revanche de relaminariser un écoulement déjà turbulent car les vitesses de succion nécessaires nécessiteraient un trop grand apport d'énergie.

Il a longtemps été admis que le seuil de la transition vers la turbulence dans une couche limite aspirée se situait à une valeur du nombre de Reynolds basé sur la couche limite de déplacement de $Re_{\delta^*} = 54000$ (cf. par exemple les travaux de Hocking [93] ou ceux plus récents de Fransson et Alfredsson [65]); cette valeur est exceptionnellement haute puisqu'elle est deux ordres de grandeur au-dessus de celle d'une couche limite de Blasius pour la même vitesse de courant externe. Toutefois, une telle stabilisation n'a jamais été observée expérimentalement et la transition a même parfois été constatée à des nombre de Reynolds de l'ordre de $Re \approx 300$ (Schlatter & Orlu 2011).

De précédents travaux portant sur des couches limites aspirées au moyen de rainures longitudinales, de panneaux poreux ou d'un réseau discret de trous ont été menées par, entre autres, Pfenninger & Groth [137], Reynolds & Saric [150] ou MacManus & Eaton [121]. Une revue générale des résultats obtenus expérimentalement en soufflerie avec différents types de surface est fournie par Gregory [85], ainsi qu'une discussion sur les applications pratiques de ces travaux en aéronautique. Tous ces travaux ont en commun de poser le postulat d'une perméabilité de paroi négligeable, or nous verrons dans ce chapitre que même une faible perméabilité exerce une influence capitale sur la transition vers la turbulence.

Au terme de recherches à la fois expérimentales et numériques, MacManus & Eaton [121] ont abouti à la conclusion qu'une succion appliquée à travers un réseau discret de trous peut déstabiliser l'écoulement en induisant des tourbillons co-rotatifs longitudinaux. Dans leurs études, le rapport entre le diamètre des perforations et l'épaisseur de la couche limite était assez élevé puisqu'il avoisinait l'unité. Un meilleur contrôle peut être assuré par l'usage de panneaux de succion, qui permettent une distribution quasi-uniforme de la vitesse normale à la paroi.

Une étude théorique et expérimentale sur l'effet d'une couche limite aspirée sur la transition a été effectuée par Fransson [67] en soufflerie. Une aspiration uniforme a été appliquée dans une couche limite d'épaisseur quasiment constante sur une longueur de 1800 mm , et les mesures ainsi effectuées ne s'accordent pas toujours avec les résultats obtenus en matière de stabilité linéaire.

Outre la perméabilité, les effets aéroélastiques sont également importants pour les applications aéronautiques ; ainsi, nous verrons que l'interaction entre aspiration de la couche limite et compliance de la paroi peut s'avérer d'une importance capitale pour définir l'apparition des instabilités aérodynamiques.

Dans ce chapitre, l'analyse de stabilité linéaire spatiale est utilisée préférentiellement à l'analyse temporelle, principalement dans un but de comparaison avec des travaux antérieurs.

4.1 Le modèle

La figure 4.1 représente schématiquement une couche limite aspirée à une vitesse de succion V_0 , sur une paroi poreuse.

La continuité et la quantité de mouvement de l'écoulement sont alors régies par les équations

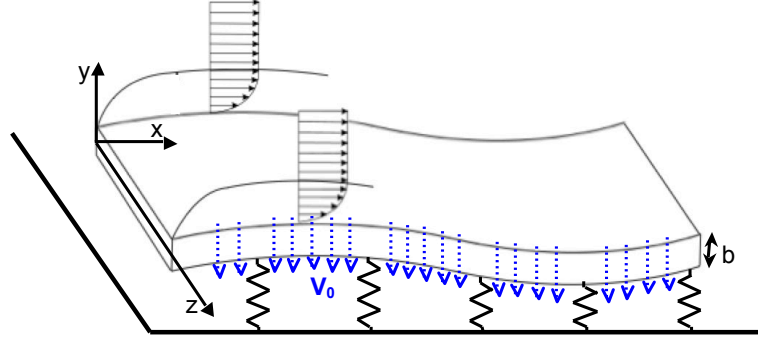


FIGURE 4.1 – Représentation schématique du problème considéré.

exposées dans le chapitre 2.2.2, tandis que les conditions aux limites sont régies par la version bidimensionnelle des équations 2.56 et 2.57 (pour un amortissement d et une tension de paroi T nuls) :

$$i \frac{\chi}{Re} \omega(\hat{v} + a\hat{p}) + \frac{1}{U'Re} \left(\frac{B}{Re^2} \alpha^4 + \kappa Re^2 \right) \hat{u} = \hat{p}, \quad (\text{E-4.1})$$

$$-i\omega\hat{u} + U'(\hat{v} + a\hat{p}) = 0, \quad (\text{E-4.2})$$

Où $\chi = \frac{\rho_p U_e b}{\rho \nu}$ est la masse surfacique adimensionnée de la paroi, $B = \frac{B^* U_e}{\rho \nu^3}$ sa rigidité flexurale adimensionnée ($B^* = \frac{Eb^3}{12(1-\nu_p^2)}$ étant la rigidité flexurale par unité de longueur en N.m, E le module d'Young et ν_p le coefficient de Poisson de la paroi), $\kappa = \frac{\kappa^* \nu}{\rho U_e^3}$ la raideur des ressorts adimensionnée et $a = \frac{k_D U_e}{\nu b}$ le coefficient de perméabilité adimensionné.

Encore une fois, l'adimensionnement choisi suppose que la vitesse de l'écoulement externe U_e est fixée et que Re augmente le long de la paroi dans le sens des x positifs en agissant sur la vitesse d'aspiration V_o (qui doit toutefois rester faible devant U_e pour que les équations restent valides).

Dans la limite d'une paroi rigide, les équations ci-dessus donnent $\hat{u} = \hat{v} + a\hat{p} = 0$ au contact de la paroi, une condition initialement proposée par Gustavsson [90], mais jamais mise en pratique.

4.2 Comparaison avec les résultats expérimentaux de Fransson & Alfredsson

Afin de valider notre modèle nous nous référons aux résultats obtenus en soufflerie par Fransson & Alfredsson [65] ; le fluide considéré est de l'air ($\rho = 1.225 \text{ kg m}^{-3}$, $\nu = 1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$) qui s'écoule à une vitesse $U_e = 5 \text{ m s}^{-1}$ sur une plaque épaisse poreuse de module d'young $E = 974 \text{ MPa}$, coefficient

de Poisson $\nu_P = 0.5$ et perméabilité isotrope $k_D = 3.7 \times 10^{-12} \text{ m}^2$ (cf. fig. 4.2).

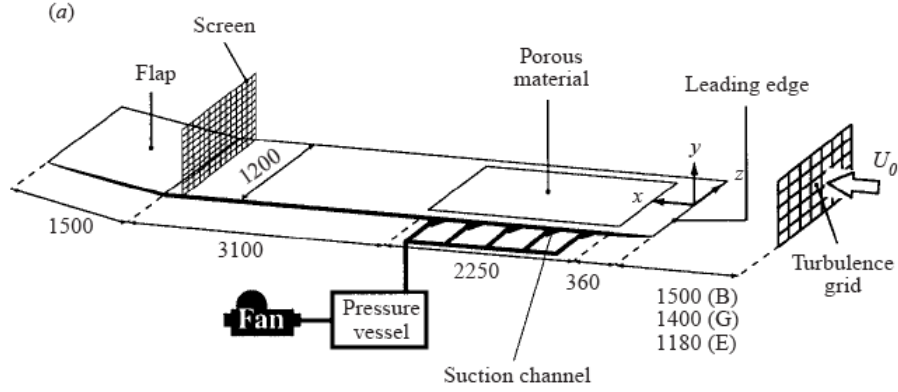


FIGURE 4.2 – Vue simplifiée du dispositif expérimental de Fransson & Alfredsson (d'après Fransson & Alfredsson [65]).

En adoptant une densité de $\rho_p = 945 \text{ kg m}^{-3}$, la masse adimensionnée de la paroi est $\chi = 8.23 \times 10^5$, sa rigidité flexurale $B = 4.4 \times 10^6 E$ et le coefficient de perméabilité $a = 3.854 \times 10^{-4}$. On voit que la rigidité flexurale B dépend de la valeur dimensionnée de E en Pascal, mais utilisée ici sans unité ; il est en effet utile de connaître la relation liant B à E afin d'étudier l'influence du module d'Young sur la stabilité comme on le fera par la suite.

La plaque utilisée pour les essais est supportée par des barres profilées en T, distantes l'une de l'autre d'une longueur $M = 50 \text{ mm}$ comme on peut le voir sur la figure 4.3. Aux points de contact avec les barres la déflexion de la plaque est nulle, alors qu'à égale distance entre deux barres, la déflexion maximale a été mesurée à une valeur de $50 \mu\text{m}$ pour un différentiel de pression de $\Delta P = 1500 \text{ Pa}$ de part et d'autre de la plaque.

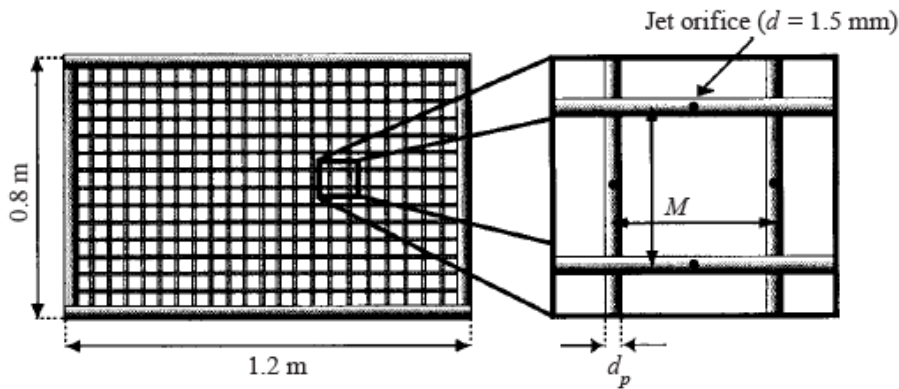


FIGURE 4.3 – Vue de dessus de la grille supportant la plaque perméable dans le dispositif expérimental de Fransson & Alfredsson (d'après Fransson & Alfredsson [65]). $M = 50 \text{ mm}$ et $d_p = 5 \text{ mm}$.

La valeur de $50 \mu m$ est en accord avec la valeur théorique qui peut être calculée sur le modèle d'une plaque simplement posée entre appuis et soumise à la flexion sous l'effet d'une pression répartie de manière constante. Dans un tel cas, la théorie [39] prédit une déflexion maximale à équidistance des appuis de $\frac{5h\Delta PL^4}{384EI}$ (h étant la profondeur de la plaque), avec $I = \frac{b^3h}{12}$, i.e. $46 \mu m$. La raideur équivalente des ressorts $\kappa^* = \frac{6.4 E b^3}{L^4} = 3.3 \times 10^7 N m^{-3}$ est ainsi définie, avec sa valeur adimensionnée correspondante $\kappa \approx 3$. En adoptant les valeurs rapportées par Fransson & Alfredsson [65], la plaque peut être considérée comme totalement rigide.

4.2.1 Comparaison en termes de nombre d'onde

La formule de la fréquence adimensionnée F traditionnellement utilisée pour calculer numériquement les courbes neutres d'une couche limite est : $F = 10^6 \frac{\omega_r}{Re}$. Ces courbes neutres, pour deux plaques rigides perméable et imperméable, sont représentées sur la figure 4.4 ; on voit que même un faible coefficient de perméabilité suffit à déstabiliser la couche limite tout en augmentant la valeur de la fréquence critique des onde TS.

Fransson & Alfredsson [65] ont effectué des mesures stables à $Re = 347$ et $F = 59$. La figure 4.5 présente l'évolution des parties réelle et imaginaire du nombre d'onde α lorsque la perméabilité varie de 0 à 1 dans les mêmes conditions d'expérimentation.

Les lignes pointillées horizontales du graphique correspondent aux valeurs mesurées $\alpha_r = 0.043$ et $\alpha_i = 0.015$; elles sont, respectivement, plus grande et plus faible que les valeurs de référence calculées pour $a = 0$ par Fransson & Alfredsson.

On voit sur la figure la figure 4.4 que lorsque a cesse d'être nul ($0 \leq a \leq 0.15$), les valeurs théoriques de α_r et α_i s'orientent dans la direction de leurs valeurs expérimentales. Pour obtenir une meilleur concordance qualitative, il faudrait sans doute tenir compte du champ de perturbation sous-jacent la paroi poreuse (qui est ici négligé), voire changer de modèle pour l'écoulement à travers la plaque, en tenant compte par exemple des effets inertiels.

Toutefois, les tendances qualitatives révélées ici grâce à la prise en compte de la perméabilité en comparaison des expérimentations minutieuses de Fransson & Alfredsson, sont un encouragement à approfondir la question sur la base du présent modèle.

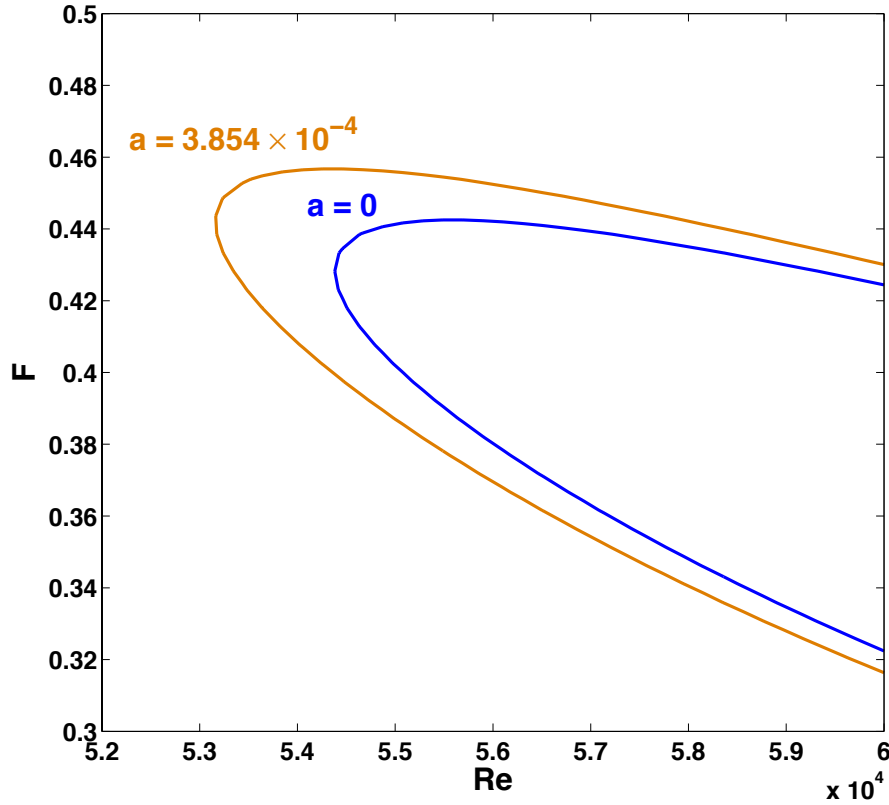


FIGURE 4.4 – Courbes de stabilité marginale pour une surface rigide avec $a = 0$ dans les conditions de Fransson & Alfredsson ($a = 3.854 \times 10^{-4}$, $\kappa = 2.94$). Ces courbes restent identiques lorsque κ augmente.

4.2.2 Influence de la perméabilité de la surface

La perméabilité k_D est traditionnellement comprise entre $2 \times 10^{-17} m^2$ (béton) et $10^{-6} m^2$ (mousses métalliques) [95] ; cette valeur dépend de la porosité ainsi que de la structure du matériau. Le paramètre adimensionné a sera ainsi compris, en adoptant les paramètres de Fransson & Alfredsson [65], dans un intervalle $[2 \times 10^{-9}, 10^2]$. Toutefois, la limite supérieure de a sera prise à 1 dans les calculs suivants ; cette faible perméabilité permet non seulement de garder la vraisemblance physique du modèle de Darcy, mais également d'assurer l'hypothèse d'un écoulement parallèle.

L'influence de a sur les courbes de stabilité marginale du mode TS est représentée sur la figure 4.6(a), dans le cadre d'une paroi rigide.

La courbe neutre correspondant ci-dessus à $a = 0.1$ est détaillée dans la figure 4.7 pour plusieurs valeurs de α_i , superposée à des isolignes de α_r .

On constate que l'augmentation de a produit une déstabilisation extrêmement rapide, tant en

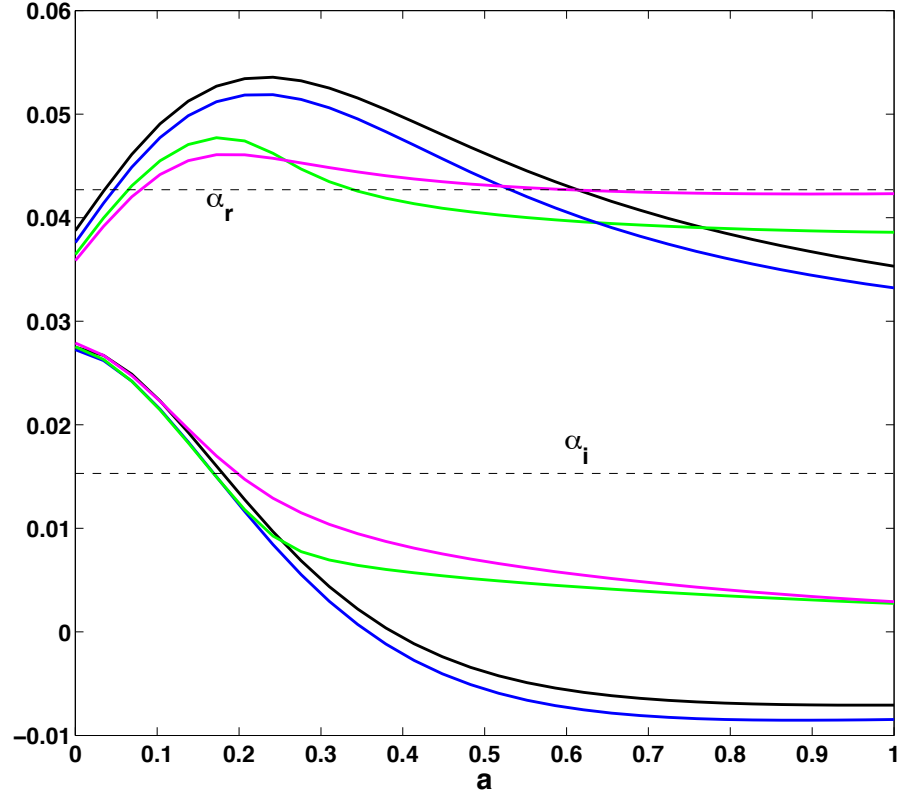
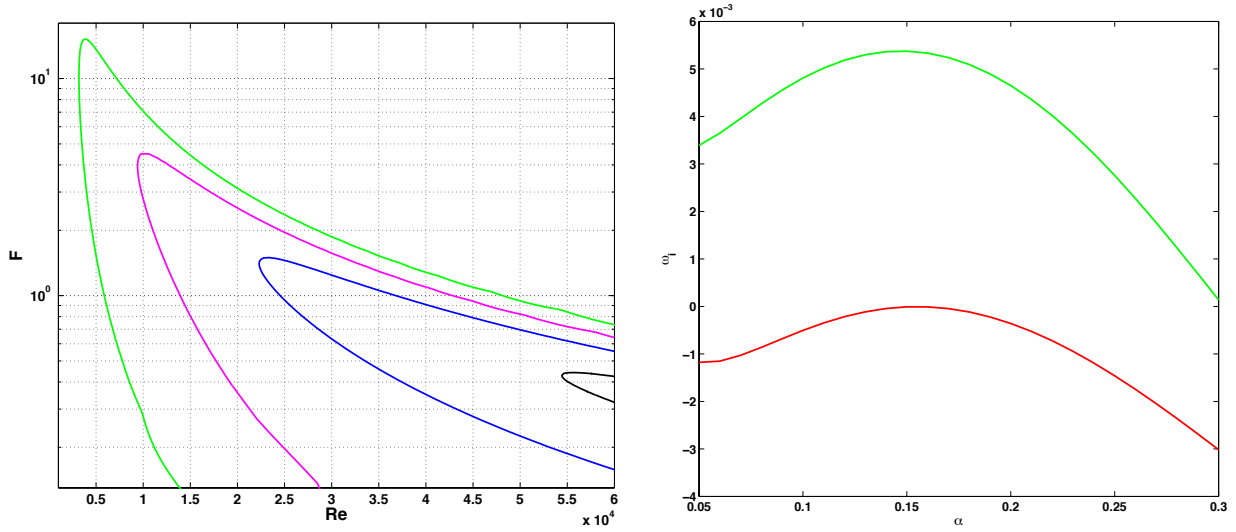


FIGURE 4.5 – Variation des parties réelle (courbes du haut) et imaginaire (courbes du bas) de α pour différentes valeurs de l'élasticité E dans les conditions d'expérimentation de Fransson & Alfredsson : $Re = 347, F = 59, \kappa = 2.94$; en noir : paroi rigide ; en bleu : $E = 2 \times 10^5$ Pa ; en vert : $E = 8 \times 10^4$ Pa ; en violet : $E = 5 \times 10^4$ Pa. Les parties réelle et imaginaire de la valeur trouvée expérimentalement par Fransson & Alfredsson sont indiquées par des traits pointillés.

termes de nombre de Reynolds que d'étendue des fréquences déstabilisées. Ce constat est développé dans la figure 4.8(a) qui révèle l'impressionnante évolution du nombre de Reynolds critique ainsi que de la fréquence critique lorsque a passe de 0 à 1 ; conjointement, l'influence de la perméabilité dans ces mêmes limites sur le nombre d'onde est illustré dans la figure 4.8(b) (les valeurs critiques sont repérées par un indice c)

Pour un coefficient de perméabilité de $a = 1$, Re_c descend en-dessous de 70 avec une fréquence critique correspondante supérieure à 10^3 . Le comportement du nombre d'onde, en revanche, est moins prévisible puisqu'après une première augmentation pour $0 \leq a \leq 0.04$, il chute brutalement jusqu'à $a = 0.2$ et remonte ensuite avec l'augmentation de la perméabilité. Toutes ces fluctuations restent cependant circonscrites à l'entourage de $\alpha_r = 0.15$.

Ces résultats montrent clairement qu'il est fondamental de tenir compte des effets de la perméabilité dans toute étude portant sur la stabilité des couches limites aspirées sur une surface poreuse. Dans la



(a) Courbes neutres du mode TS pour diverses valeurs de a ; en vert : $a = 0.1$; en bleu : $a = 0.05$; en noir : $a = 0.02$. (b) Evolution du taux de croissance temporel du mode TS en fonction du nombre d'onde au point critique, avec et sans perméabilité. En rouge : $a = 0$; en vert : $a = 0.1$. ($Re = 54380$)

FIGURE 4.6 – Influence de la perméabilité sur le mode TS.

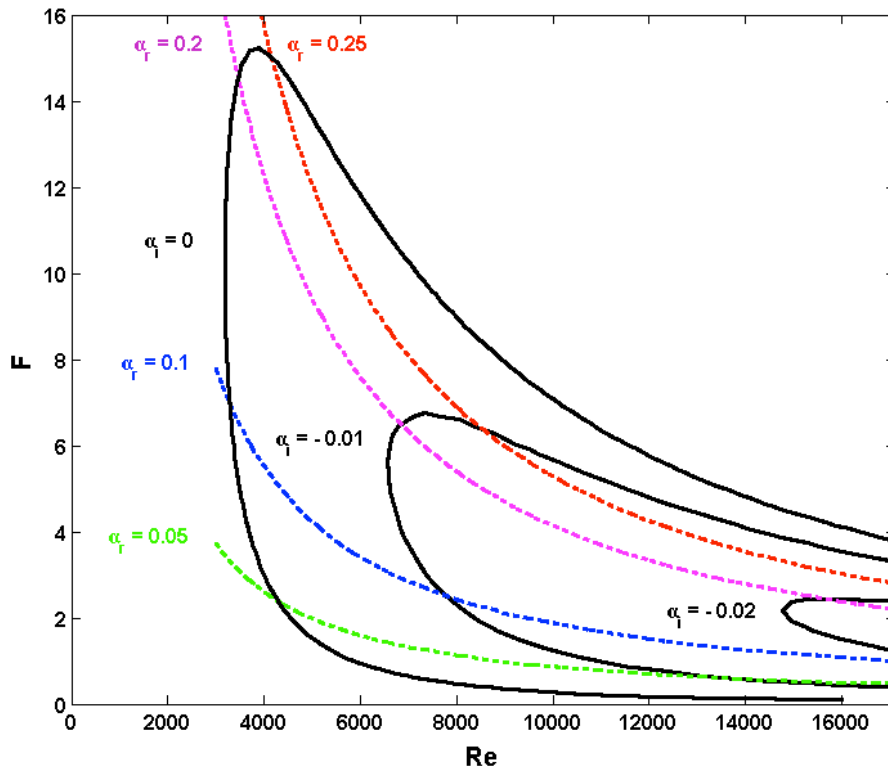


FIGURE 4.7 – En noir : Courbe neutre spatiale et courbes d'isolignes des taux de croissance spatiale du mode T-S pour $a = 0.1$; en couleurs : isolignes des nombres d'ondes.

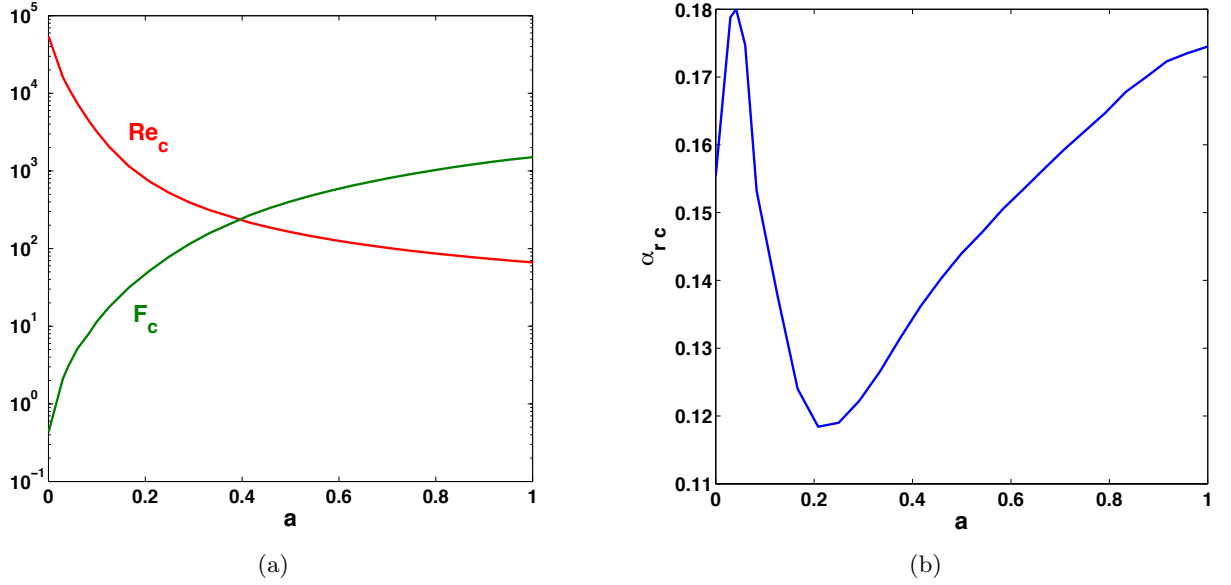


FIGURE 4.8 – Evolution de caractéristiques critiques du mode TS en fonction de la perméabilité a ; a : Nombre de Reynolds critique et fréquence critique ; b : Nombre d'onde critique.

plupart des cas, il est approximatif de considérer comme nulle la perturbation de vitesse normale à la paroi pour $y = 0$, car même une faible valeur du paramètre de perméabilité a entraîne de grandes modifications dans la stabilité du courant.

4.3 Effet de la compliance et de la perméabilité sur les modes TS

Ainsi qu'il a été montré dans le chapitre 3, la diminution de l'élasticité de la paroi conduit à une stabilisation des modes TS dans une couche limite de Blasius. On constate la même influence de la compliance dans une couche limite aspirée sur paroi imperméable, comme l'illustre la figure 4.9. Le module d'Young influe ici à la fois sur la valeur de B et de κ , tous deux dépendants linéairement de E .

En revanche, l'effet combiné de la porosité et de la flexibilité de la paroi, visible dans la figure 4.10, est plus inattendu. Pour $a = 0.1$, la diminution du module d'Young provoque une légère déstabilisation des ondes TS, ce qui contredit le postulat [69] qu'une perturbation de classe A est "forcément stabilisée par un transfert irréversible d'énergie du fluide vers la paroi". On constate toutefois sur la partie droite de la figure 4.10 que le taux de croissance spatial de l'onde TS varie très peu lorsque le module d'Young diminue.

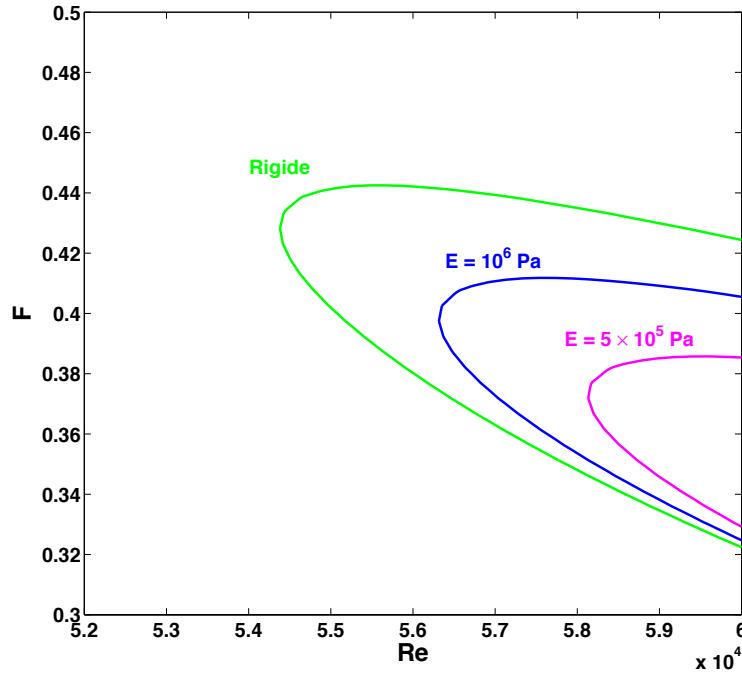


FIGURE 4.9 – Stabilisation du mode TS sur une paroi imperméable par action de la compliance pour trois compliances de paroi différentes ($a = 0$).

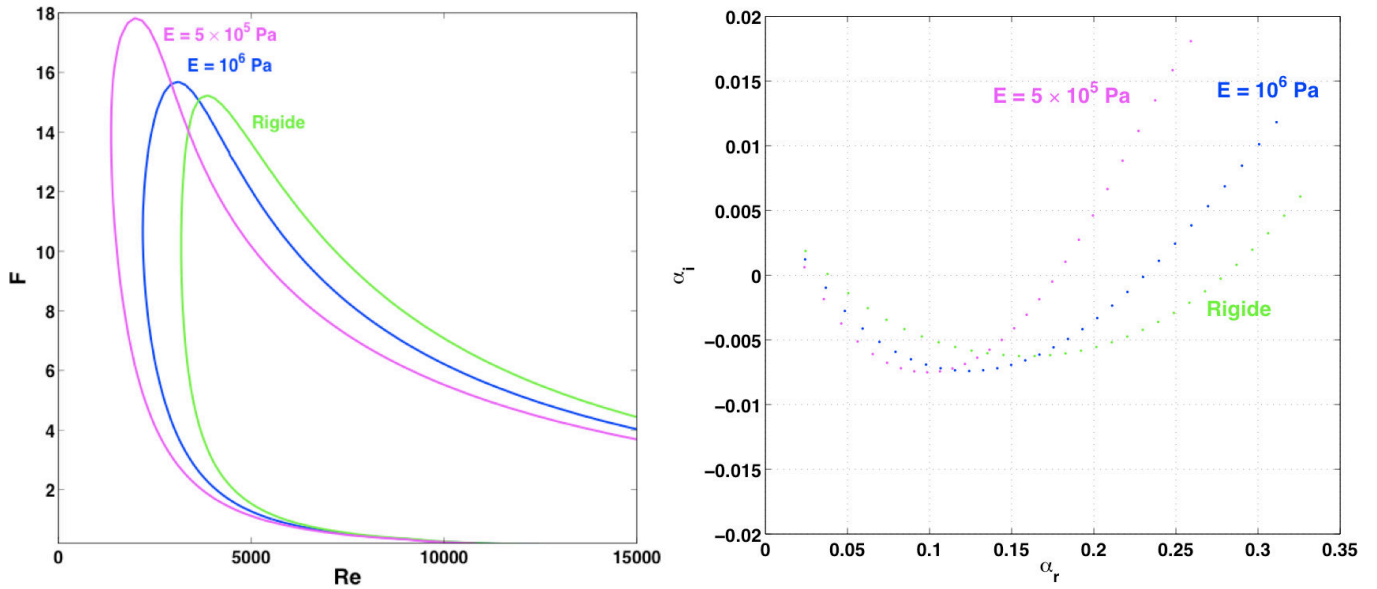


FIGURE 4.10 – A gauche : effet de la compliance sur la courbe neutre du mode TS pour trois compliances de paroi différentes, avec $a = 0.1$; à droite : spectre spatial associé à l'évolution du taux de croissance spatial pour $Re = 5000$ et $1 < F < 16$ (soit $0.005 < \omega_r < 0.08$).

Cet effet déstabilisant est attribuable à l'action combinée de la compliance et de la perméabilité de la paroi. Il existe un seuil au-delà duquel la compliance cesse d'être un facteur d'atténuation des modes TS, pour devenir déstabilisante ; on peut voir sur la figure 4.11, par superposition des courbes

de Re_c pour des flexibilités de paroi $E \rightarrow \infty$ et $E = 10^6 Pa$, que ce seuil se situe autour de $a = 0.033$.

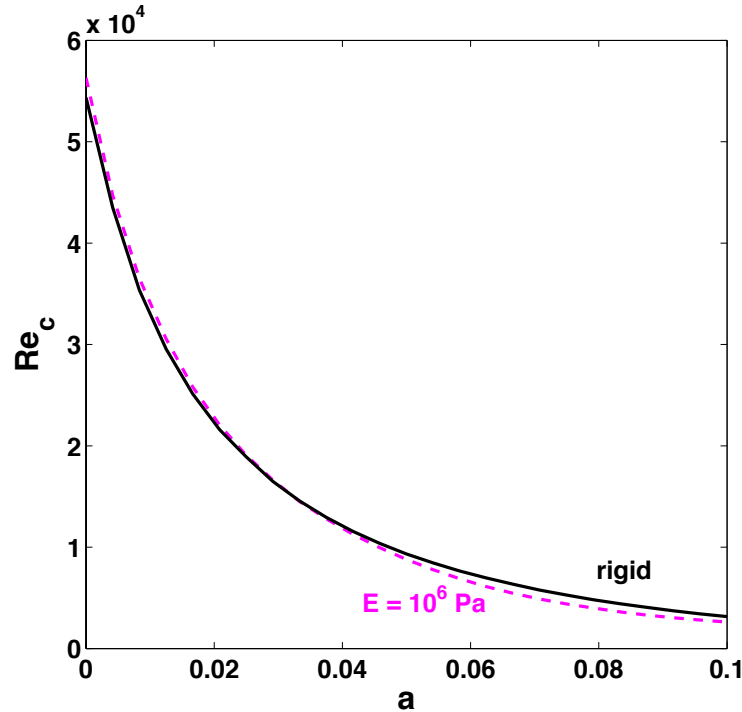


FIGURE 4.11 – effet combiné de la perméabilité et de la compliance sur le nombre de Reynolds critique du mode TS.

Le principal constat est que la compliance n'exerce pas une influence déterminante sur les conditions critiques du mode TS d'une couche limite aspirée, en comparaison avec l'impact de la perméabilité. En revanche, la flexibilité de la paroi peut engendrer des modes aéroélastiques potentiellement dangereux, dont traite le paragraphe suivant.

4.4 Instabilité absolue

Parvenu à ce stade, il paraît intéressant d'étudier l'éventualité d'une instabilité absolue –c'est-à-dire se propageant simultanément en amont et en aval de son point d'apparition– sous l'effet d'une coalescence entre deux modes convectifs. La présence de ce type d'instabilité dans les couches limites de Blasius, rappelons-le, a été démontrée théoriquement par Carpenter & Garrad [30] puis expérimentalement Lucey et al. [114],

L'approche asymptotique de Briggs [16], déjà évoquée précédemment, est appliquée ici ; cette démarche, qui alterne analyse de stabilité temporelle et spatiale pour mettre en évidence la coalescence

à la fois dans le plan de Laplace et celui de Fourier, est détaillée par Schmid & Henningson [154].

Nous adoptons pour les simulations une vitesse de courant libre $U_\infty = 40 \text{ m s}^{-1}$ (donc bien supérieure à celle des expérimentations de Fransson & Alfredsson [65] qui était de 5 m s^{-1}) afin de correspondre aux essais en soufflerie qui ont lieu à Orléans. La dépendance fonctionnelle envers les paramètres E et b reste inchangée, donc χ varie toujours avec b tandis que B et κ restent proportionnels à $E b^3$. Le fait d'écrire de façon explicite la dépendance à b permet de montrer que l'épaisseur de la paroi affecte l'apparition de l'instabilité absolue. Ainsi, pour une vitesse de courant libre de $U_\infty = 5 \text{ m s}^{-1}$, l'existence d'une instabilité absolue serait assujettie à une épaisseur de plaque inférieure à 0.1 mm ; le fait d'adopter une vitesse de courant plus importante permet ainsi d'utiliser une épaisseur de plaque plus conforme aux valeurs réelles.

Considérons donc une plaque souple et poreuse en élastomère ($E = 10 \text{ MPa}$) d'épaisseur $b = 2 \text{ mm}$; lorsque $Re = 28000$ et pour une faible perméabilité de $a = 0.4$, il est possible en abaissant le contour d'inversion temporel dans le plan de Laplace de mettre en évidence un *branch point* à $\omega_0 = 5.96 \cdot 10^{-2} + 8.08 \times 10^{-3} i$, comme on peut le voir sur la figure 4.12.

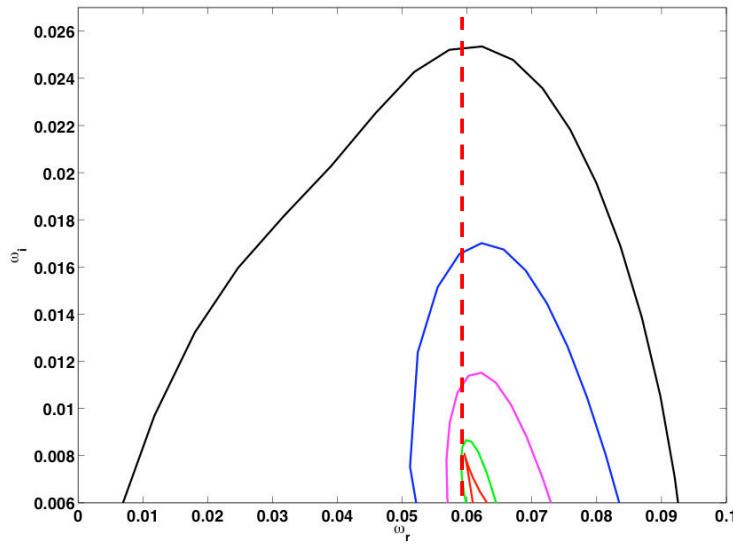


FIGURE 4.12 – Courbes obtenues dans le plan de Laplace pour la perturbation la plus instable, en faisant varier α_r entre 0 et 0.4; en noir : $\alpha_i = 0$; en bleu : $\alpha_i = -0.05$; en violet : $\alpha_i = -0.1$; en vert : $\alpha_i = -0.15$; en rouge : $\alpha_i = -0.189$; le *branch point* est obtenu pour $\alpha_i = -0.189$, à $\omega_0 = 5.96 \cdot 10^{-2} + 8.08 \times 10^{-3} i$ ($E = 10 \text{ MPa}$, $Re = 28000$ et $a = 0.4$).

Ce point est associé à une singularité dans le plan de Fourier, correspondant au pincement du contour d'inversion spatial dit *pinch point*, lequel se situe à $\alpha_0 = 0.1808 - 0.189 i$ (fig. 4.13).

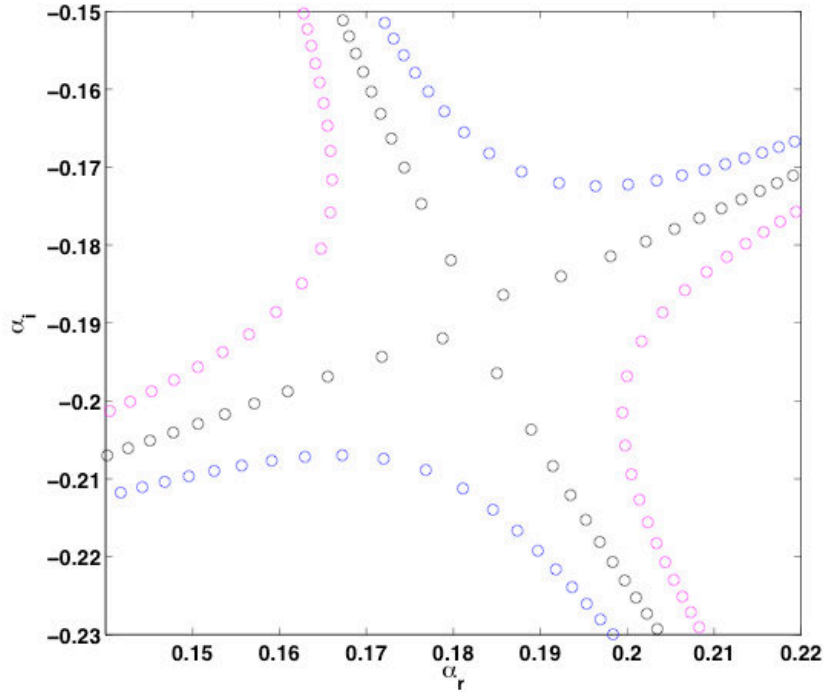


FIGURE 4.13 – Spectres tracés dans le plan de Fourier en faisant varier ω_r entre 5.9×10^{-2} et 6×10^{-2} ; en violet : $\omega_i = 7.98 \times 10^{-3}$; en noir : $\omega_i = 8.08 \times 10^{-3}$; en bleu : $\omega_i = 8.18 \times 10^{-3}$; le *branch point* se situe à $\alpha_0 = \mathbf{0.1808 - 0.189i}$ ($E = 10 \text{ MPa}$, $Re = 28000$ et $a = 0.4$).

Pour autant qu'il est possible de comparer ce *pinch point* à celui de l'instabilité absolue identifiée dans une couche limite de Blasius par Wiplier & Ehrenstein [174] (cf. fig. 1.15) dans leurs conditions optimales respectives, on constate que le nombre d'onde est identique tandis que le taux de croissance spatial est presque trois fois supérieur en valeur absolue ($\alpha_i = -0.189$ au lieu de -0.067).

On observe sur la figure 4.12 que la coalescence survient pour une valeur positive de ω_i , ce qui signifie que l'instabilité qui en résulte bénéficie d'une amplification temporelle; il s'agit là du premier critère (dit critère de Bers [13]) pour identifier une instabilité absolue.

Une autre observation peut être faite sur la figure 4.12 en traçant une ligne verticale à partir du *branch point* (ligne en pointillés rouges); cette ligne verticale, donc à ω_r constant, croise la courbe en noir (courbe à $\alpha_i = 0$) en un seul point, ce qui signifie qu'en augmentant la valeur de ω_i à partir du point de coalescence, une seule intersection de mode aura lieu avec l'axe réel α ; ce constat, qui correspond au second critère nécessaire à l'apparition d'une instabilité absolue, est confirmé dans le plan de Fourier lorsqu'on augmente ω_i à partir du *pinch point* (fig. 4.14).

Par identification, le mode repéré 1 qui traverse l'axe $\alpha_i = 0$ apparaît comme un mode TS (donc convectif, se propageant en s'amplifiant vers l'amont) et celui repéré 2 comme un mode qualifié d'éva-

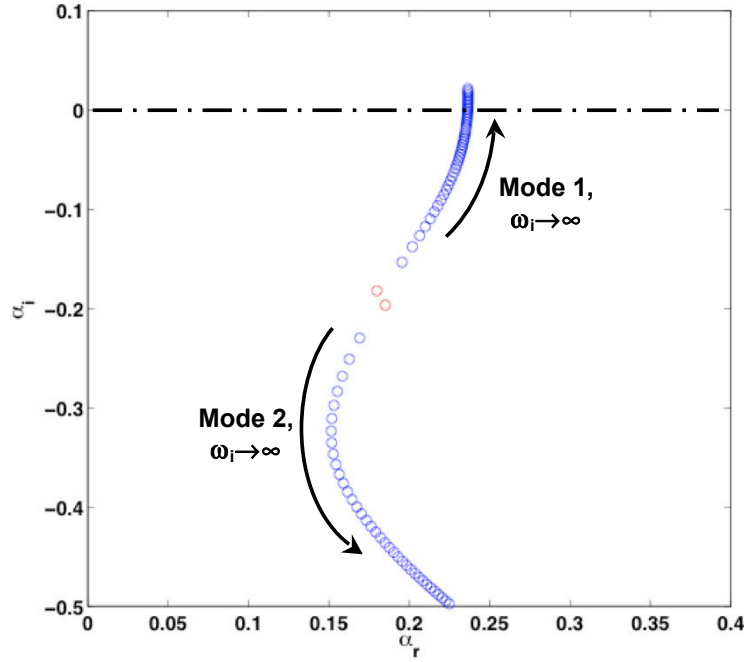


FIGURE 4.14 – Evolution des deux modes coalescents à partir du *pinch point* lorsque le taux de croissance temporel augmente ($E = 10 \text{ MPa}$, $Re = 28000$ et $a = 0.4$).

nescent par Wiplier & Ehrenstein [174] (onde amortie se propageant vers l'aval). Pour s'en assurer, les profils de ces perturbations sont représentés sur la figure 4.15. Ces profils correspondent aux conditions de tracé du *branch point* avant abaissement du contour d'inversion temporel (donc pour $\alpha_i = 0$) ; ils confirment que le mode 2 s'apparente à l'onde hydroélastique spatialement amortie –dite évanescence– et le mode 1 à une onde TS. En connaissance de ces éléments, on peut affirmer par similitude avec les conclusions de Lucey & Carpenter [116] que la perturbation résultante est assimilable à un mode de divergence statique.

La figure 4.16 montre l'effet du nombre de Reynolds sur le taux de croissance de l'instabilité absolue générée par coalescence. Celle-ci apparaît assez rapidement ($Re \approx 3000$) et connaît une amplification maximale autour de $Re = 30000$.

Etonnamment, lorsque le nombre de Reynolds continue d'augmenter, le taux de croissance temporel de la perturbation décroît jusqu'à devenir négatif vers $Re = 3 \times 10^5$, ce qui signifie qu'au-delà de cette valeur la perturbation sera convective. Lorsque la plaque est plus rigide ($E = 30 \text{ MPa}$), la plage de Re permettant l'apparition d'une instabilité absolue se réduit et se décale vers des nombres de Reynolds plus bas. Un constat similaire a été fait par Wiplier & Ehrenstein [174] dans une couche limite de Blasius, avec un substrat visqueux comme élément dissipatif.

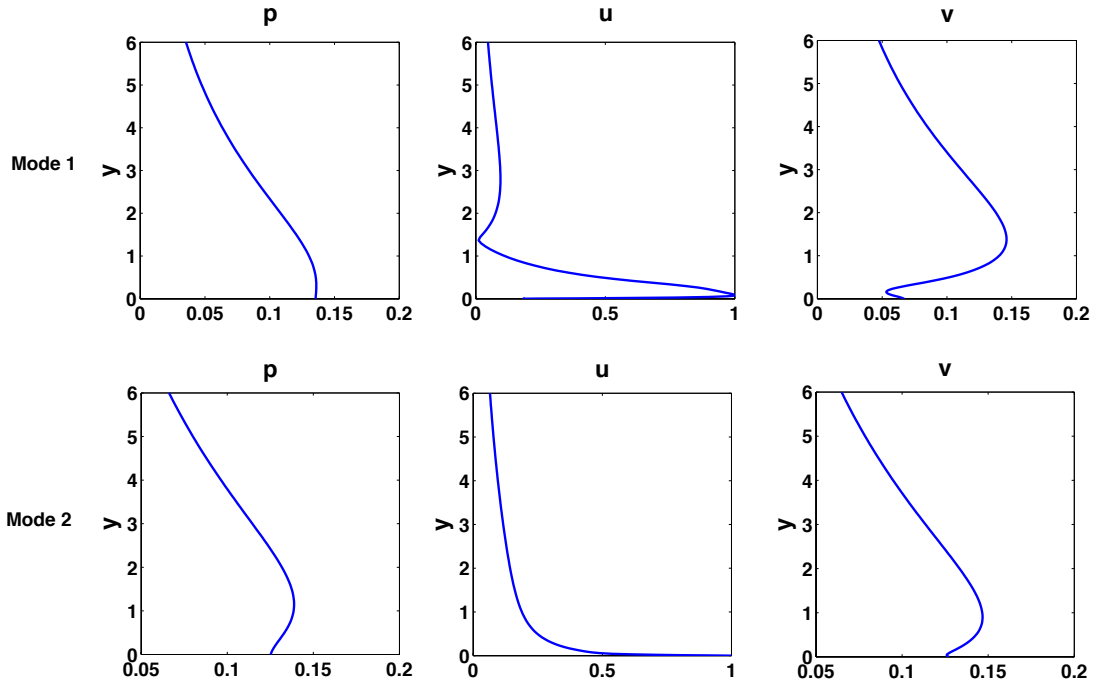


FIGURE 4.15 – Module des profils de perturbation des modes 1 et 2 avant abaissement du contour d'inversion de Laplace. Ligne du haut : mode 1 ; ligne du bas : mode 2 ($E = 10 \text{ MPa}$, $Re = 28000$, $a = 0.4$ and $\omega = 74 \times 10^{-3} + 32.6 \times 10^{-3} i$).

L'influence de la perméabilité est illustrée sur la figure 4.17. L'aspect le plus surprenant de cette courbe est que le mode absolument instable existe même pour $a = 0$, alors que plusieurs études (cf. par exemple Landahl [105] ou Carpenter & Garrad [30]) ont conclu que l'apparition de ce mode sur une plaque infinie est soumise à la présence d'amortissement, cependant que sur une plaque infinie les effets de bord peuvent pallier à l'absence d'amortissement.

Pour interpréter physiquement ce phénomène, Lucey & Carpenter [116] suggèrent que l'amortissement –ou les effets de bord– a pour conséquence de briser l'équilibre entre rigidité hydrodynamique et forces de restauration. Nous constatons ici que la succion exerce le même effet déstabilisant sur l'écoulement et suffit à provoquer l'émergence d'une instabilité absolue.

De plus, on constate sur la plaque semi-rigide comme sur celle plus souple, que l'apparition de la perméabilité a d'abord un effet amplifiant sur le taux de croissance temporelle de l'instabilité absolue, avant de la stabiliser dans un second temps.

Ainsi, la porosité exerce sur l'écoulement un effet comparable à celui de la dissipation : en petite quantité elle freine la propagation des ondes de surface et favorise ainsi le transfert d'énergie du fluide

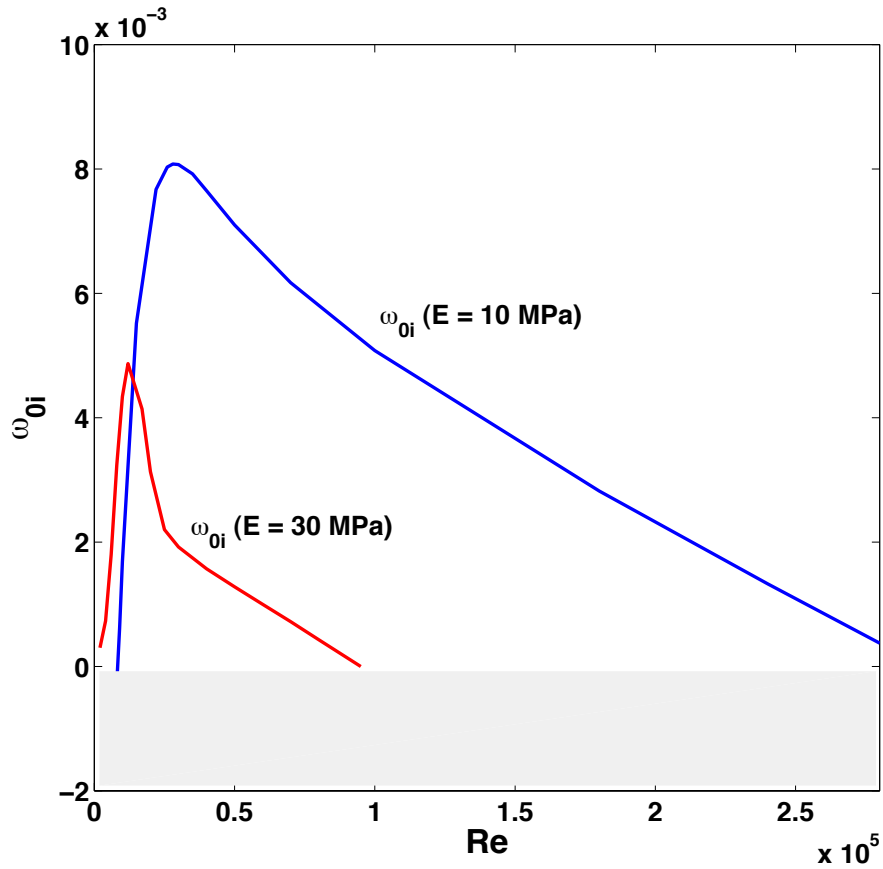


FIGURE 4.16 – Evolution du taux de croissance de l'instabilité absolue pour une paroi souple en bleu ($E = 10\text{MPa}$) et plus rigide en rouge ($E = 30\text{MPa}$) en fonction de Re ($a = 0.4$).

vers la paroi ; à plus forte dose, elle amortit et limite la croissance du mode de divergence statique [116].

4.5 Conclusions

L'aspiration des couches limites fait l'objet d'applications technologiques dans le domaine du contrôle des écoulements sur des ailes et fuselages d'avions, qui peuvent admettre un certain degré de compliance et de porosité. Il est donc important de comprendre l'effet combiné de la succion et de la flexibilité de la paroi sur l'apparition et la croissance des différents modes d'instabilité.

Des conditions aux limites prenant en compte la compliance et la porosité de la paroi ont donc été employées ici pour la première fois avec une couche limite aspirée, et l'influence déstabilisante du coefficient de perméabilité a sur les ondes TS a été démontrée. En comparaison, l'élasticité de la paroi exerce une influence mineure sur la transition –stabilisante pour de faibles valeurs de a puis déstabilisante au-delà d'un seuil de perméabilité.

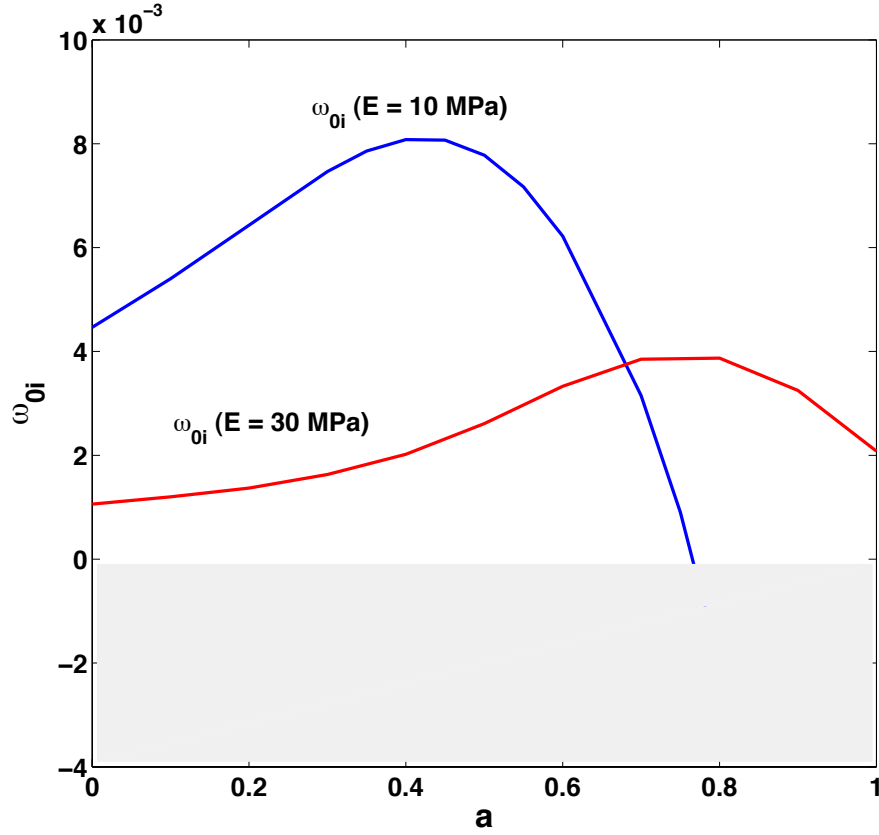


FIGURE 4.17 – Evolution du taux de croissance de l'instabilité absolue pour une paroi souple en bleu ($E = 10 \text{ MPa}$) et semi-rigide en rouge ($E = 30 \text{ MPa}$) en fonction de a ($Re = 28000$).

La possible existence d'instabilités absolues a également été démontrée ; celles-ci proviennent de la coalescence entre un mode hydroélastique évanescent amorti vers l'aval et un mode TS amplifié vers l'amont. Le résultat de cette coalescence est une instabilité de divergence quasi-statique, qui contamine la couche limite sur de larges plages de nombre de Reynolds et de perméabilité, et que favorise la compliance de la paroi.

Il a été suggéré auparavant [105, 116, 50] qu'une dissipation dans la paroi était nécessaire à l'apparition du mode de divergence statique sur une plaque compliant infinie. Preuve a été faite ici que la dissipation ne s'avère pas nécessaire dans le cas d'une couche limite aspirée, car il apparaît que la succion est suffisante à créer la déstabilisation nécessaire.

Chapitre 5

Analyse linéaire de la couche de mélange turbulente de l'écoulement à travers une canopée

Le mouvement des plantes sous l'effet d'un écoulement constitue depuis peu une source d'intérêt scientifique [62, 64] du fait de son influence sur la croissance des végétaux (thigmomorphogénèse), ainsi que sur le transport des sédiments, pollens et contaminants. Le mécanisme à l'oeuvre, similaire à celui d'une couche de cisaillement [145], engendre une instabilité proche de celle de Kelvin-Helmholtz, provoquant la formation d'oscillations cohérentes qui se propagent à la surface de la canopée ; ces ondes sont connues sous le nom de monami en milieu aquatique et honami dans l'atmosphère. La canopée est souvent simulée en laboratoire par des dispositifs flexibles tels que des oscillateurs mécaniques [60] éventuellement dotés d'interactions élastiques [55]. Cependant, il a été prouvé que la perturbation à l'origine du monami existe également lorsque des plots rigides sont utilisés pour simuler la canopée [75, 74] ; c'est pourquoi nous modéliserons ici les végétaux comme des tiges rigides orientées verticalement.

Par ailleurs, le profil de la vitesse moyenne dans la couche de cisaillement est traditionnellement représenté sous forme de lignes brisées [141, 55] ou d'une tangente hyperbolique [74, 145]. Ces approximations du profil mesuré expérimentalement permettent une résolution analytique du problème de stabilité ; toutefois, dans le cadre d'une étude numérique, il a été choisi de modéliser ce profil aussi précisément que possible, grâce à une méthode énoncée initialement par Ghisalberti & Nepf [75] et

améliorée pour pouvoir autodéterminer la vitesse à hauteur de canopée et le nombre de Reynolds qui lui est associé.

5.1 Modélisation du problème

5.1.1 Equations de l'écoulement

L'apparition du monami tient à la présence d'une couche de cisaillement libre dans l'écoulement moyen. En effet, l'absorption de quantité de mouvement que provoque la traînée des végétaux induit une forte inflexion du profil de vitesse moyenne au sommet de la canopée. Or, la présence d'un point d'inflexion dans un profil est une condition nécessaire d'instabilité d'après le critère de Rayleigh [146, 147]. Une autre condition nécessaire d'instabilité, dite critère de Fjortøft [154, 38], s'écrit : $U''(U - Um) < 0$, et se traduit par un profil concave avant le point d'inflexion et convexe après ; ce critère est vérifié lui aussi, de par la forme du profil de vitesse moyenne.

Ce profil est représenté de façon générique sur la figure 5.1, où U_2 est la vitesse d'écoulement libre et U_1 la vitesse moyenne dans la canopée profonde, la différence entre les deux étant notée ΔU . Les hauteurs y_1 et y_2 correspondent respectivement aux limites basse et haute de la couche de cisaillement, dont t_{ml} représente l'épaisseur et δ la pénétration dans la canopée.

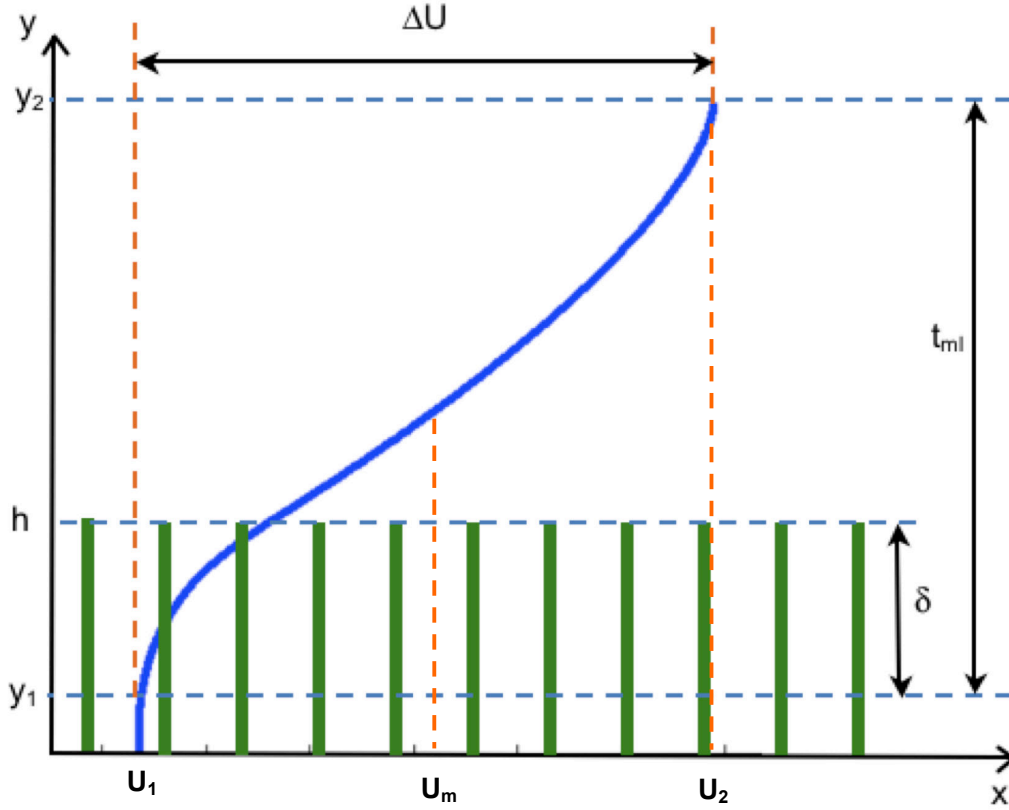
Il a été prouvé par Raupach & al [145] que la turbulence associée à cette inflexion était assimilable à celle présente dans une couche de mélange plane, c'est-à-dire de type Kelvin-Helmholtz.

Après décomposition de Reynolds ($u_i = \bar{U}_i + u'_i$, $p = \bar{P} + p'$), les équations moyennes bidimensionnelles de l'écoulement parallèle s'écrivent ainsi :

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{E-5.1a})$$

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \overline{u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \right) = - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \mu \cdot \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \bar{f} \quad (\text{E-5.1b})$$

Le dernier terme représente la force moyenne de traînée $\bar{f} = -\frac{1}{2}\rho C_d(y)au^2$ (ρ étant la densité du fluide), où C_d représente le coefficient de traînée de la canopée et a l'aire frontale de la végétation par unité de volume (en m^{-1}).


 FIGURE 5.1 – Profil de la vitesse moyenne de l'écoulement à travers une canopée rigide de hauteur h .

Dans l'approximation d'un écoulement moyen unidimensionnel, les équations précédentes deviennent :

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial \bar{U}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + (\nu + \nu_t) \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial y^2} - \frac{1}{2} C_d a \bar{U}^2 \\ 0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial y} \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{(E-5.2a)} \\ \text{(E-5.2b)} \end{matrix}$$

Les contraintes de Reynolds étant données par $-\rho \overline{u'v'} = \mu_t \frac{\partial \bar{U}}{\partial y}$, nous poserons l'hypothèse simplificatrice d'une longueur de mélange constante l dite "longueur de mélange de Prandtl", telle que proposée par Ghisalberti & Nepf [75] :

$$-\overline{u'v'} = \nu_t \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} = l^2 \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right)^2 \quad \text{(E-5.3)}$$

Par ailleurs, le gradient de pression dépend de la pente de la surface $S = \sin\alpha$ (α étant l'angle d'inclinaison) :

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho g S \quad (0.18 \times 10^{-5} < S < 10 \times 10^{-5}) \quad (\text{E-5.4})$$

5.1.2 Profil de la vitesse moyenne

Dans le cas d'un écoulement permanent, l'équation (5.2b) devient par conséquent :

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right)^2 \right] = \frac{1}{l^2} \left(\frac{1}{2} C_d q \bar{U}^2 - \nu \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial y^2} - g S \right) \quad (\text{E-5.5})$$

Cette équation se résoud numériquement dans l'intervalle $0 < y < y_2$ avec, selon Ghisalberti & Nepf [75] :

- $l = 0.22\delta$ dans la canopée ($y_1 < y < h$)

- $l = 0.095t_{ml}$ dans la portion de la couche de cisaillement au-dessus de la canopée ($h < y < y_2$)

Il est à noter que le coefficient 0.22 est établi empiriquement par Ghisalberti & Nepf avec une précision de ± 0.01 [75] d'après les mesures reproduite dans la figure 5.2 ; il convient donc de l'ajuster dans cet intervalle en fonction de l'essai considéré. De même, le coefficient de 0.095 hors canopée est une valeur moyenne obtenue à partir de données prises sur plusieurs essais, comme le révèle la figure 5.2.

Le coefficient de traînée C_d s'obtient à partir du coefficient global de traînée C_{DA} dans un champ de cylindres rigides de longueur infinie, dont la formule a été établie par Nepf [132] :

$$C_{DA} = \frac{1}{1.16} \left(1 + \frac{10}{Re_d^{2/3}} \right) [1.16 - 9.31ad + 38.6(ad)^2 - 59.8(ad)^3] \quad (\text{E-5.6})$$

On remarque au passage qu'au terme de ce polynôme de régression, le coefficient global de traînée C_{DA} diminue lorsque la densité de cylindres ad augmente, ce qui est en accord avec les résultats expérimentaux de Nepf.

Le lien entre C_{DA} et le coefficient de traînée est donné par la formule $C_d(y) = C_{DA} \times \eta(y)$, dans laquelle $\eta(y)$ est un coefficient traduisant l'évolution verticale de la traînée lorsque les cylindres consti-

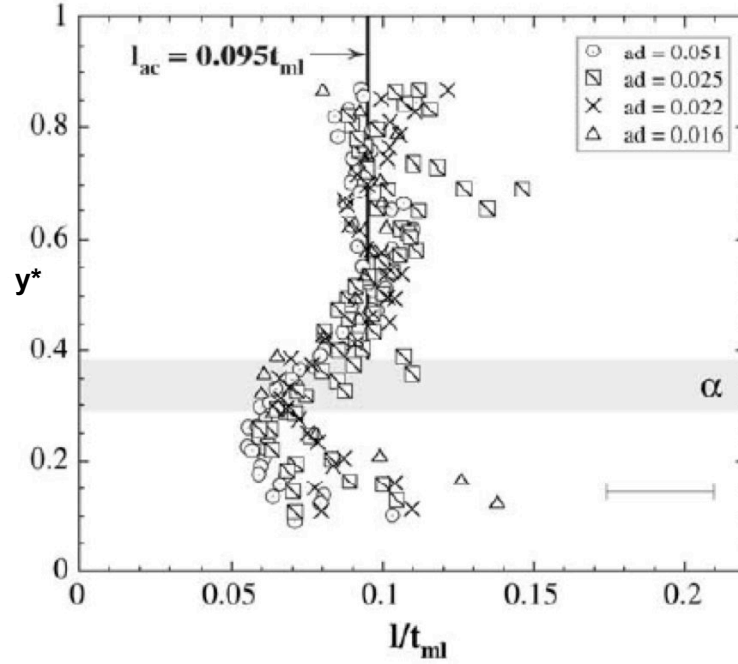


FIGURE 5.2 – Profil vertical de la longueur de mélange l dans toute la couche de cisaillement ; données expérimentales normalisées par t_{ml} ($y^* = (y - z_1)/t_{ml}$) (extrait de Ghisalberti & Nepf [75])

tuant la canopée sont de longueur finie. Ce coefficient est établi expérimentalement par Ghisalberti & Nepf à partir du profil reproduit figure 5.3. La partie rectiligne située à $0.75 < z/h < 1$ s'explique par une chute de la traînée due à des tourbillons longitudinaux générés par l'extrémité libre des cylindres. On constate ici encore que ce profil est moyenné à partir de plusieurs essais distincts, et doit donc être adapté en fonction de chaque essai pour plus de précision.

Le profil vertical du coefficient de traînée ainsi obtenu et correspondant à une canopée submergée de hauteur $h = 13.8 \text{ cm}$, est représenté fig. 5.4 pour les essais G, H, I et J de Ghisalberti & Nepf [75].

Tous les paramètres ainsi établis rendent possible le calcul du profil de la vitesse moyenne au moyen de l'équation 5.5. Pour cela, la démarche adoptée s'inspire de celle décrite par Ghisalberti & Nepf [75]. L'organigramme de la figure 5.6 résume cette démarche, modifiée afin d'autodéterminer la valeur de U_h et celle de Re_d qui sont liées ; on y reconnaît les formules évoquées plus haut, incluses dans trois boucles de calcul. La boucle interne, destinée à ajuster z_2 , se base sur l'équation de fermeture $\frac{\Delta U}{U_h} \approx 16(ad)$, déduite d'une corrélation entre le cisaillement normalisé $\frac{\Delta U}{U_h}$ et la densité adimensionnelle ad pour $0.016 < ad < 0.081$ [75] ; la boucle médiane, destinée à ajuster z_1 , se base sur l'équation de fermeture $h - z_1 = \frac{1}{8.7C_{Da}} \left(\frac{(\Delta U)^2}{U_h^2 - U_1^2} \right)$ obtenue d'après la définition du paramètre de stabilité par Ghisalberti & Nepf [75]. Dans cette boucle est définie une moyenne arithmétique $\bar{\eta}$ du rapport entre coefficient

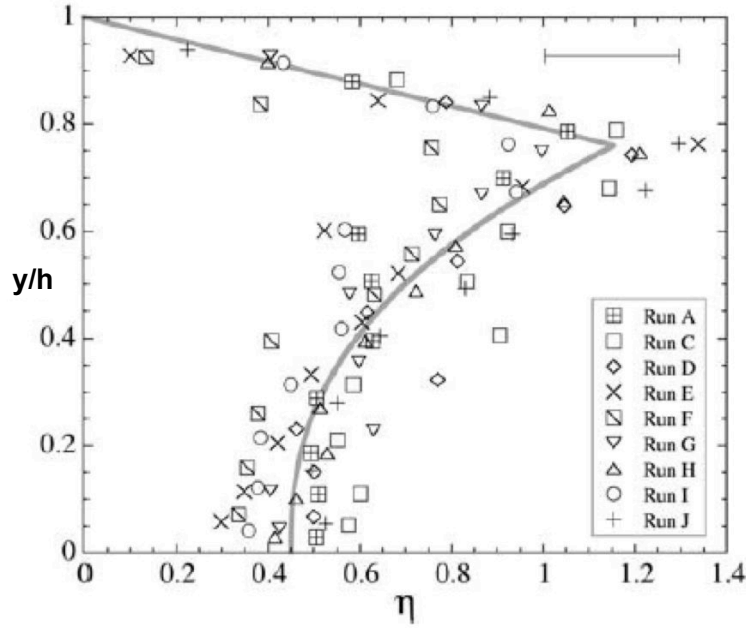


FIGURE 5.3 – Profil vertical du coefficient $\eta(y/h)$ dans la canopée. (extrait de Ghisalberti & Nepf [75])

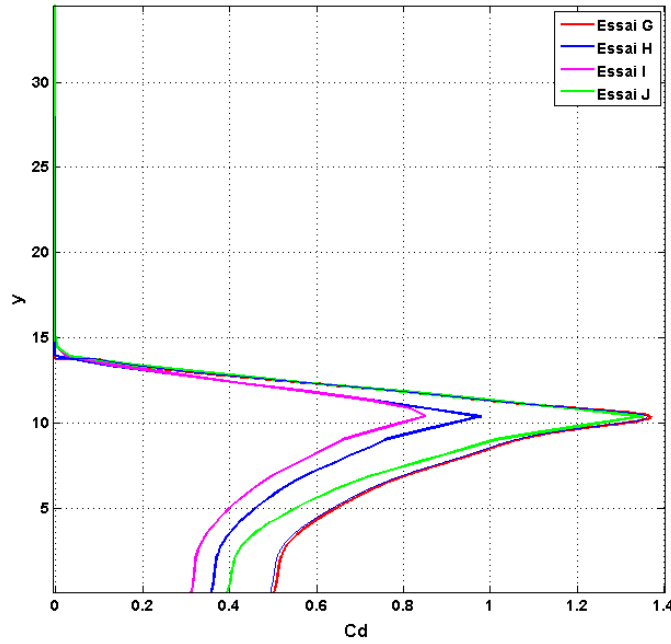


FIGURE 5.4 – Profil vertical du coefficient de traînée C_d . La hauteur de la canopée est $h = 13.8 \text{ cm}$.

de traînée C_d et coefficient global de traînée C_{DA} , selon une formule issue du même article. Enfin, la boucle externe a été ajoutée afin de supprimer U_h et Re_d des données initiales; après une estimation préliminaire de ces deux valeurs, cette boucle permet de reprendre la totalité du calcul avec les valeurs de U_h et Re_d calculées lors de l'itération précédente, et ce à deux reprises.

Cette méthode fournit des profils de vitesse proches de la réalité, comme en témoignent pour les essais G, H, I et J de Ghisalberti & Nepf (effectués avec une hauteur de canopée $h = 13.8\text{cm}$ dans une profondeur totale de fluide de $H = 46.7\text{cm}$) les courbes de la fig. 5.5 accompagnées des relevés expérimentaux correspondants (les relevés des essais G, H et J sont extraits de [75] et ceux de l'essai I proviennent de [76]). On y constate une corrélation satisfaisante entre les profils calculés et les mesures effectuées expérimentalement. Les données d'entrée correspondant à ces essais et les limites du profil obtenu expérimentalement sont fournies dans le tableau suivant (d'après Ghisalberti & Nepf [75]) :

	$U_1(\text{cm/s})$	$a(\text{cm}^{-1})$	S	$\Delta U(\text{cm/s})$	$\delta(\text{cm})$	$t_{ml}(\text{cm})$
Essai G	1.1	0.04	1.3×10^{-5}	3.3	10.5	28.8
Essai H	2.7	0.08	10×10^{-5}	11	10.6	33.9
Essai I	1.7	0.08	3.4×10^{-5}	7.4	9.6	32.7
Essai J	0.77	0.08	1.3×10^{-5}	3.9	8.3	28.5

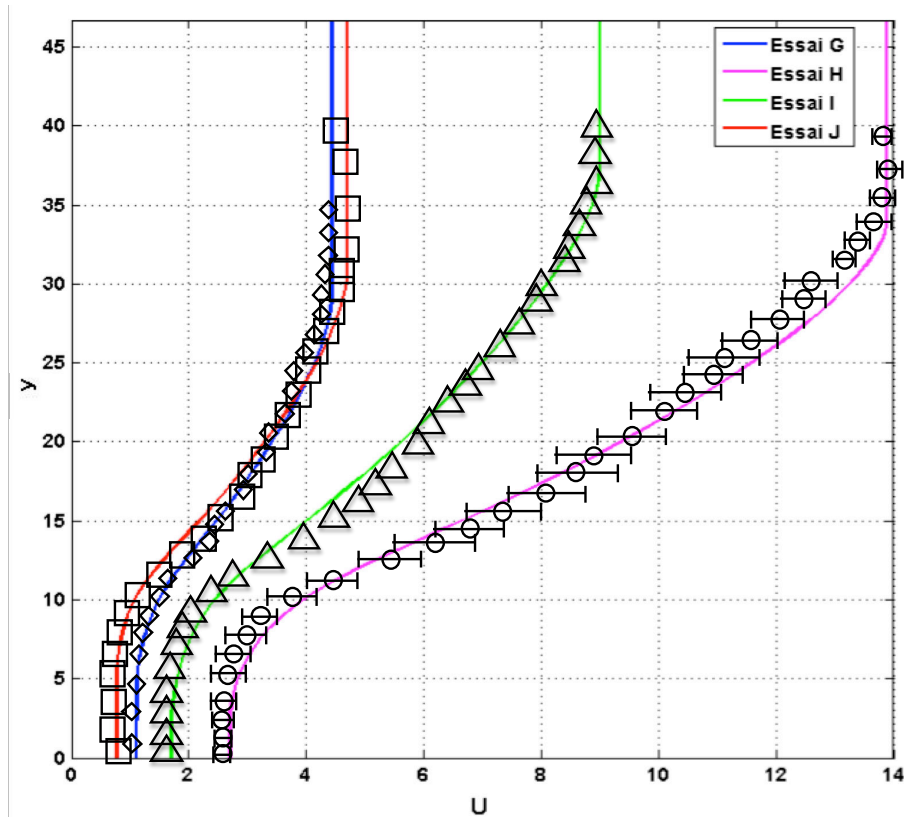


FIGURE 5.5 – Profils de vitesse moyenne de l'écoulement pour plusieurs essais expérimentaux (les marqueurs indiquent les données expérimentales de Ghisalberti & Nepf [75]). $\diamond$: essai G ; $\circ$: essai H (les barres horizontales représentent la variabilité) ; $\square$: essai J.

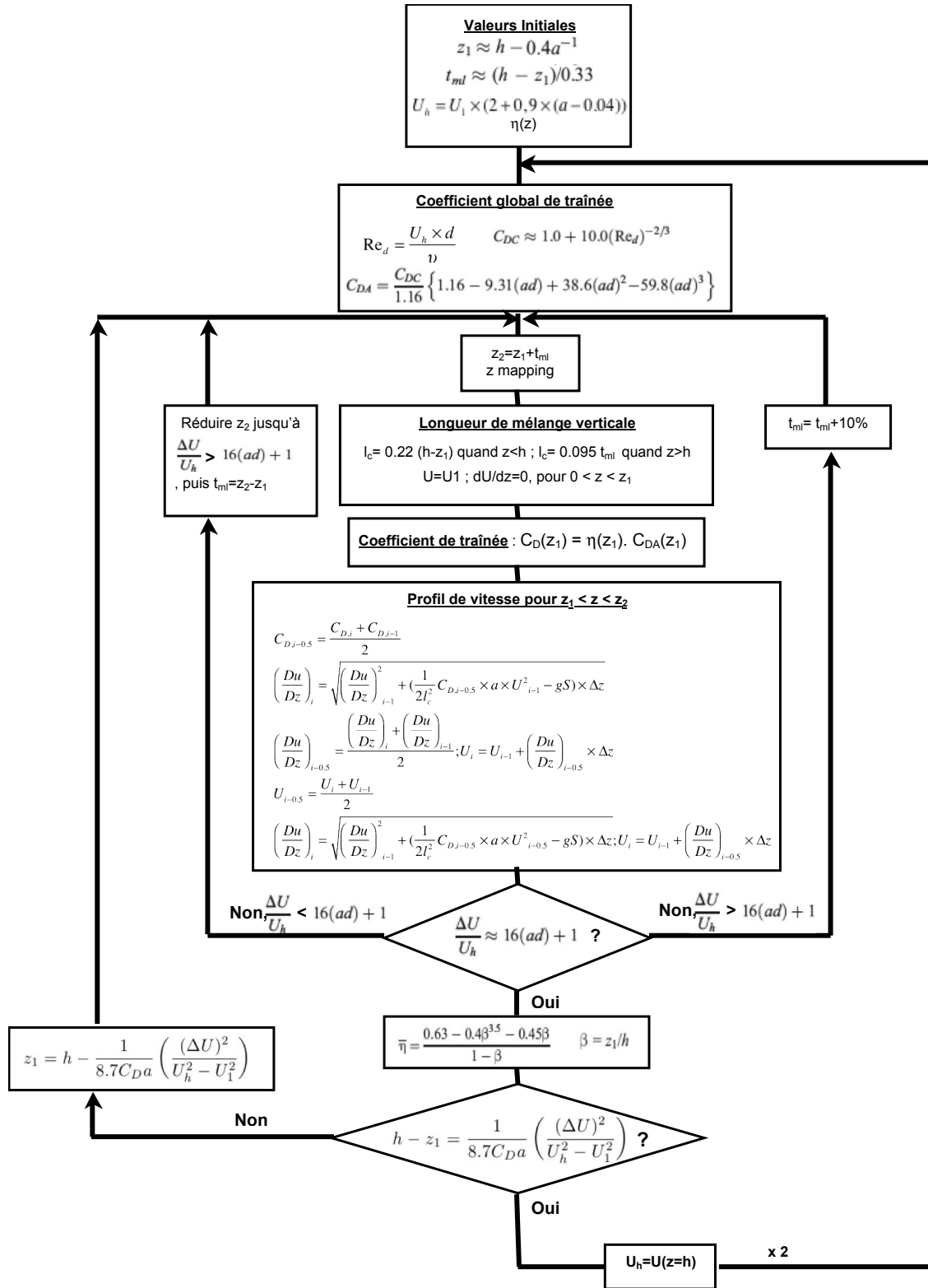


FIGURE 5.6 – Organigramme de calcul numérique du profil de la vitesse moyenne de l'écoulement sur une canopée (d'après Ghisalberti & Nepf [75])

5.2 Etude de la stabilité de l'écoulement sur une canopée

5.2.1 Equations de l'écoulement perturbé

Dans l'écoulement perturbé, les équations (5.1) deviennent :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{E-5.7a})$$

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial u}{\partial x} + v' \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + l^2 \frac{\partial}{\partial y} \left(2 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right) + \nu \Delta u - C_d a \bar{U} u \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \Delta v \end{cases} \quad (\text{E-5.7b})$$

Ces équations (après adimensionnement des vitesses par $U_m = \frac{U_1 + U_2}{2}$, des longueurs par la hauteur de canopée h , de la pression par $\rho \times U_m^2$, de a par h^{-1} et du temps par $\frac{h}{U_m}$) donnent, après linéarisation :

$$i\alpha \hat{u} + D\hat{v} = 0 \quad (\text{E-5.8a})$$

$$\begin{cases} (-i\omega + i\alpha \bar{U} - 2l^{*2}(D\bar{U} \times D^2 + D^2\bar{U} \times D) - \frac{\Delta}{Re} + C_d a^* \bar{U})\hat{u} + (D\bar{U})\hat{v} + i\alpha \hat{p} = 0 \\ (-i\omega + i\alpha \bar{U} - \frac{\Delta}{Re})\hat{v} + D\hat{p} = 0 \end{cases} \quad (\text{E-5.8b})$$

avec $D = d/dy$ et $\Delta = D^2 - \alpha^2$

Le nombre de Reynolds employé ici est calculé d'après le différentiel de vitesses ΔU et la hauteur de cisaillement t_{ml} ; en effet, Ghisalberti & Nepf [74] ont établi que de par leur nature, les écoulements sur canopées végétales dépendent de ce nombre de Reynolds de couche de mélange : $Re = \frac{\Delta U t_{ml}}{\nu}$

L'effet du terme $\frac{\Delta}{Re}$ –qui traduit la viscosité du fluide– sur la stabilité se révèle négligeable, ce qui est cohérent avec le fait que la perturbation la plus instable est non-visqueuse puisqu'elle provient d'une inflexion du profil de vitesse moyenne.

Par ailleurs, à faible nombre de Reynolds, la turbulence et la traînée sont ignorées au-dessus de la canopée et l'écoulement dans cette région est donc gouverné par les équations d'Euler :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{E-5.9a})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \end{array} \right. \quad (\text{E-5.9b})$$

Qui deviennent, après linearisation :

$$i\alpha \hat{u} + D\hat{v} = 0 \quad (\text{E-5.10a})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (-i\omega + i\alpha \bar{U})\hat{u} + D\bar{U}\hat{v} + i\alpha \hat{p} = 0 \\ (-i\omega + i\alpha \bar{U})\hat{v} + D\hat{p} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{E-5.10b})$$

5.2.2 Résultats de l'analyse de stabilité linéaire

5.2.2.1 Influence des différents facteurs d'instabilité

En première approche, les équations d'Euler sont étendues à l'ensemble du domaine d'étude (courbes rouge de la figure 5.7) pour les essais G, H, I et J de Ghisalberti & Nepf [75], ce qui revient à ignorer –outre l'effet visqueux et la turbulence– l'effort de traînée dans la canopée.

Dans un second temps, la prise en compte de l'effort de traînée produit des courbes de stabilité très amorties (tracées en bleu), bien que toujours instables. Cette forte atténuation du taux de croissance temporel traduit l'effet amortissant de la traînée dans la canopée, mis en évidence par Py & de Langre [141].

On constate sur les courbes des essais H et I que si l'instabilité d'origine, désormais amortie, reste dominante aux faibles nombres d'ondes, des modes singuliers issus du spectre neutre prennent l'ascendant aux plus fortes valeurs de α . Le même phénomène se produit pour les autres essais, à des valeurs de α supérieures (voir spectre temporel de l'essai G, figure 5.8(b)).

Le spectre temporel associé au problème d'Euler est représenté sur la figure 5.8(a) et celui prenant en compte la traînée sur la figure 5.8(b) ; le premier est symétrique tandis que le second révèle une assymétrie par rapport à l'axe $c_i = 0$; en effet, l'introduction du terme de traînée, purement réel, dans

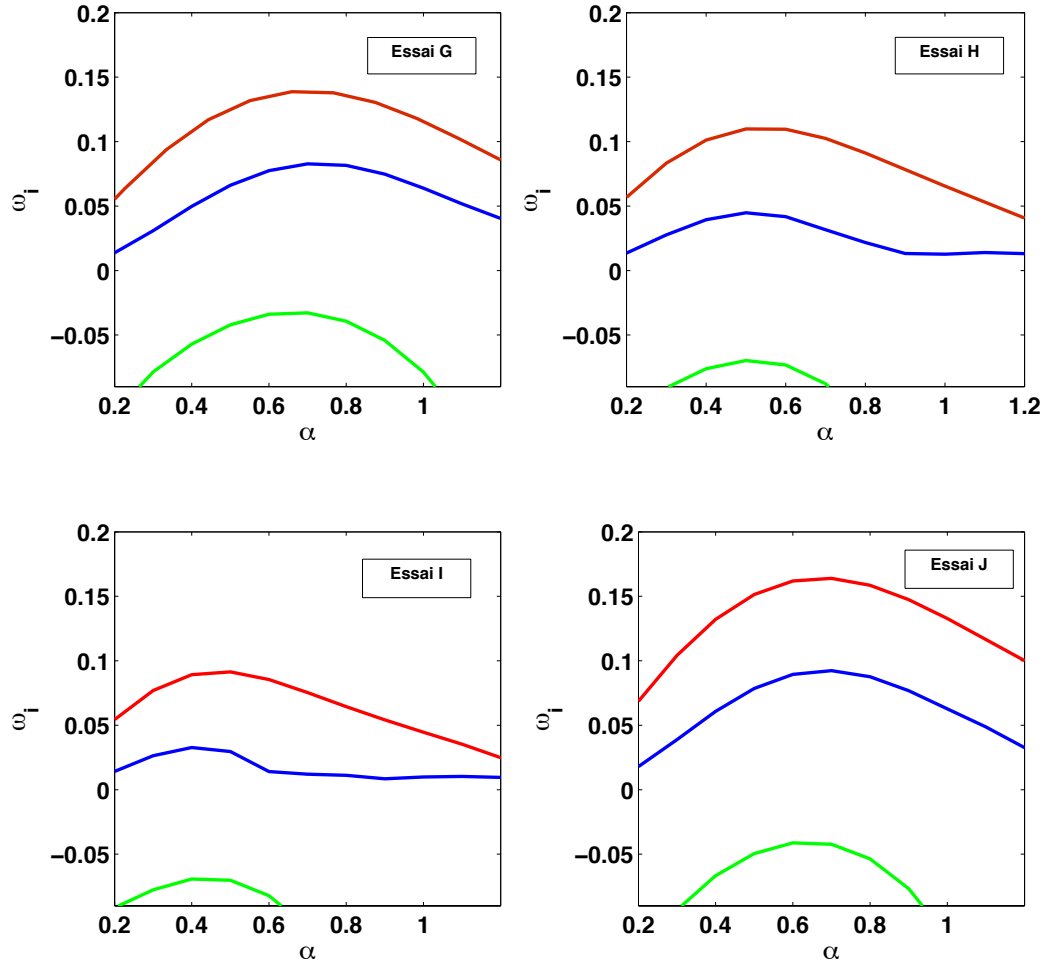


FIGURE 5.7 – Courbes de stabilité pour les essais G, H, I et J. En rouge : avec les équations d'Euler ; en bleu : avec prise en compte de la traînée ; en vert : avec prise en compte de la turbulence, de la viscosité et de la traînée.

l'équation de la quantité de mouvement en x (qui est purement imaginaire dans le système 5.9), donne une équation complexe (équation en x de la quantité de mouvement du système 5.7) ; ceci rompt la symétrie car à chaque racine de l'analyse modale ne correspond plus son mode conjugué.

Enfin, l'introduction de la viscosité et de la turbulence dans ces équations (cf. courbes vertes de la figure 5.7) amortit encore la perturbation principale, qui se révèle alors stable. la figure 5.9 donne le spectre temporel associé à cette configuration, pour α variant entre 0.01 et 1.3.

En appliquant séparément les paramètres, il s'avère que la viscosité exerce un effet négligeable sur la perturbation principale –ce qui était prévisible puisque ladite perturbation est d'origine non visqueuse. La stabilisation constatée entre les courbes bleues et vertes est donc uniquement dûe au

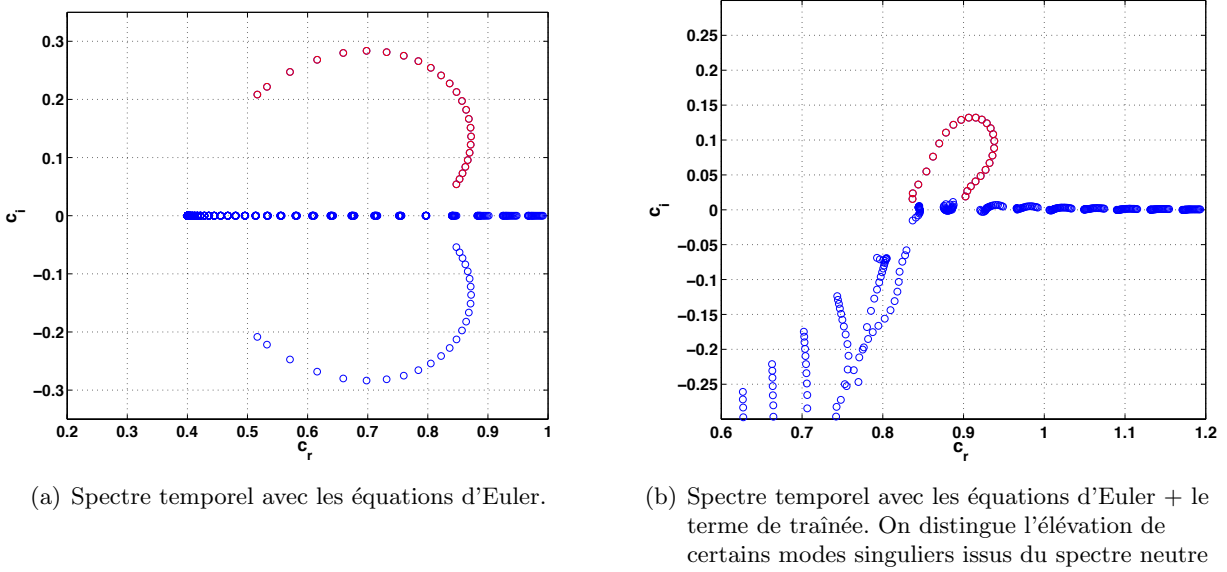


FIGURE 5.8 – Evolution des modes propres de la couche de cisaillement de l'essai G pour $0.01 < \alpha < 1.3$ (la perturbation principale est en rouge).

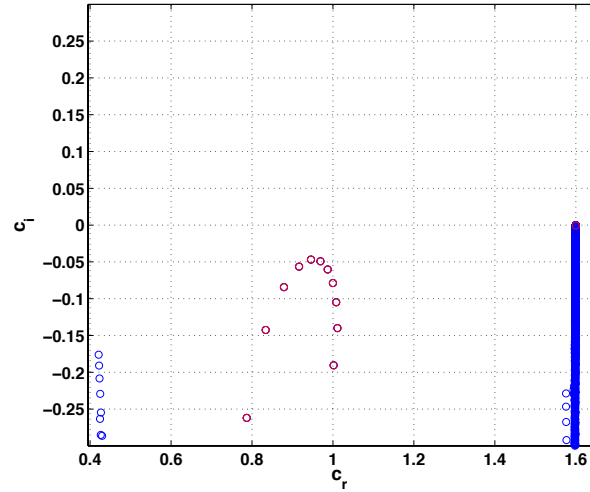


FIGURE 5.9 – Spectre temporel des modes d'instabilité de l'essai G en tenant compte de la traînée, de la turbulence et de la viscosité, pour $0.01 < \alpha < 1.3$.

terme de turbulence ; il convient à ce stade de rappeler que le modèle adopté ici est celui de Ghisalberti & Nepf [75] (dit modèle algébrique à zéro équation), basé sur l'hypothèse d'une longueur de mélange de Prandtl (cf. eq. 5.3). Ce modèle, hautement diffusif, est propre à exercer un fort amortissement sur des petites perturbations, jusqu'à éventuellement les stabiliser totalement.

Une étude plus précise de l'influence de la turbulence sur la stabilité nécessiterait donc l'utilisation de modèles moins diffusifs. Il pourrait s'agir de modèles à concept de viscosité turbulente à deux

équations de transport ($k - \epsilon$ ou $k - \omega$) ou, à la limite, d'un modèle de second ordre (transport des contraintes turbulentes, Reynolds Stress Model). Toutefois, ceci supposerait une simulation numérique des équations de Navier Stokes moyennées complètes, qui sort du cadre de ce travail.

Les profils de la perturbation la plus instable sont représentés sur la figure 5.10 pour l'essai G, avec et sans traînée. L'action la plus visible de la traînée consiste à amortir les vitesses de perturbation longitudinale et normale dans la canopée ($y/h < 1$), ce qui confirme l'effet stabilisant du couplage fluide-structure [141].

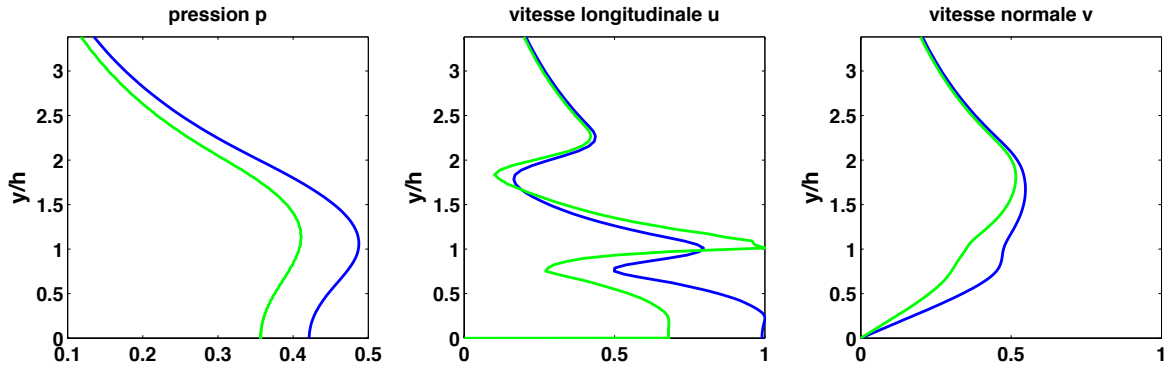


FIGURE 5.10 – Profils de la perturbation la plus instable ($\alpha = 0.7$). En bleu : sans prise en compte de la traînée; en vert : avec prise en compte de la traînée.

5.2.2.2 Influence réelle de l'effort de traînée

Cependant, tenir compte de l'effort de traînée dans l'analyse de stabilité ne suffit pas à en évaluer l'influence réelle, si l'on considère que la traînée intervient d'abord dans le tracé de la vitesse moyenne d'écoulement.

Le meilleur moyen d'évaluer l'effet réel de la dissipation dans la couche de mélange d'une canopée consiste par conséquent à modifier l'effort de traînée dans le calcul du profil de vitesse moyenne, puis seulement de procéder à l'analyse de stabilité.

Il a été choisi d'agir sur la traînée en faisant décroître la densité de la canopée a . Comme le montre la figure 5.11(b) pour le cas G de Ghisalberti & Nepf (sans prise en compte de la turbulence et de la viscosité), une baisse de densité de la canopée a pour effet de stabiliser l'écoulement.

Ce résultat peut paraître en contradiction avec les conclusions du chapitre précédent quant à l'effet stabilisant de la traînée. En réalité, si l'on diminuait la densité de la canopée (et donc la

traînée) uniquement dans l'analyse de stabilité, cela entraînerait effectivement une amplification de la perturbation la plus instable ; en revanche, l'amointrissement de la traînée dans le tracé du profil de vitesse moyenne atténue l'inflexion de celle-ci (cf. fig. 5.11(a)), entraînant une stabilisation qui surpasse nettement l'effet négatif évoqué ci-dessus.

On remarque par ailleurs une réduction du nombre d'onde du mode le plus instable lorsque la densité de la canopée diminue, ce qui se traduit par une longueur d'onde plus grande de l'onde résultante.

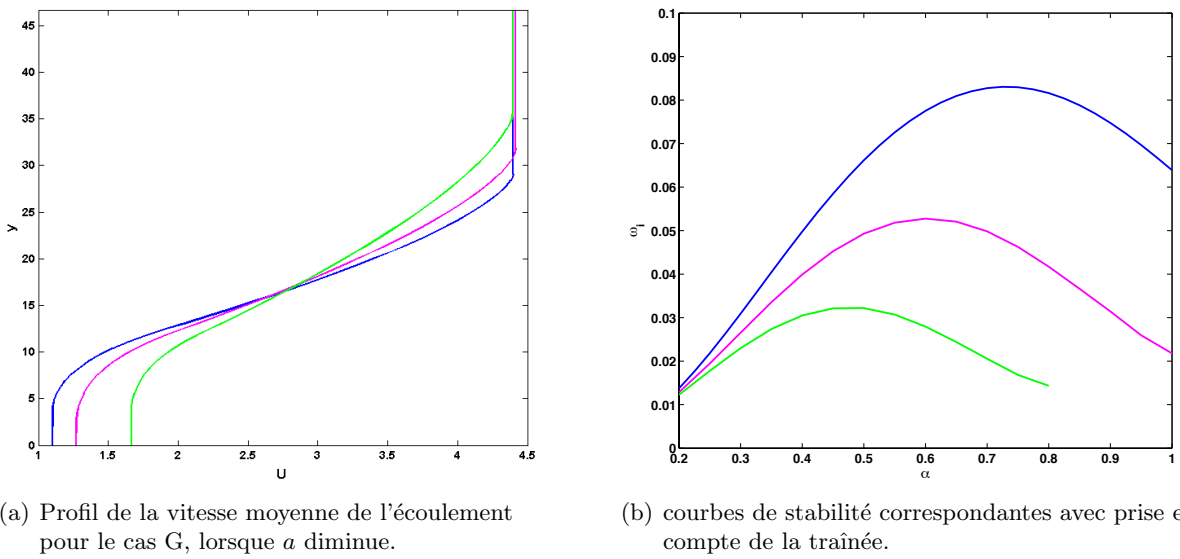


FIGURE 5.11 – Evolution de la stabilité en fonction de la traînée, à vitesse d'écoulement libre constante. En bleu : $a = 0.04 \text{ cm}^{-1}$; en violet : $a = 0.0236 \text{ cm}^{-1}$; en vert : $a = 0.0117 \text{ cm}^{-1}$.

5.2.2.3 Etude analytique de stabilité basée sur un profil en lignes brisées.

Afin d'évaluer la validité des études numériques précédentes, on compare les résultats obtenus à ceux produits analytiquement en utilisant un profil en lignes brisées. Celui-ci, représenté sur la figure 5.12 en vert, possède pour l'essai G une épaisseur de vorticité (zone oblique dans la partie médiane) située entre $y_1 = 0.65h$ et $y_2 = 1.85h$. On obtient ainsi une inflexion moyenne équivalente à celle mesurée expérimentalement.

Le profil en lignes br  es ainsi  labor   sert de base à une étude analytique. Pour cela, on établit l'équation de Rayleigh à partir des équations d'Euler 5.9 : $(D^2 - \alpha^2)\hat{v} = 0$, que l'on complète par des conditions aux limites aux extrémités des différents segments. On aboutit ainsi, pour un domaine

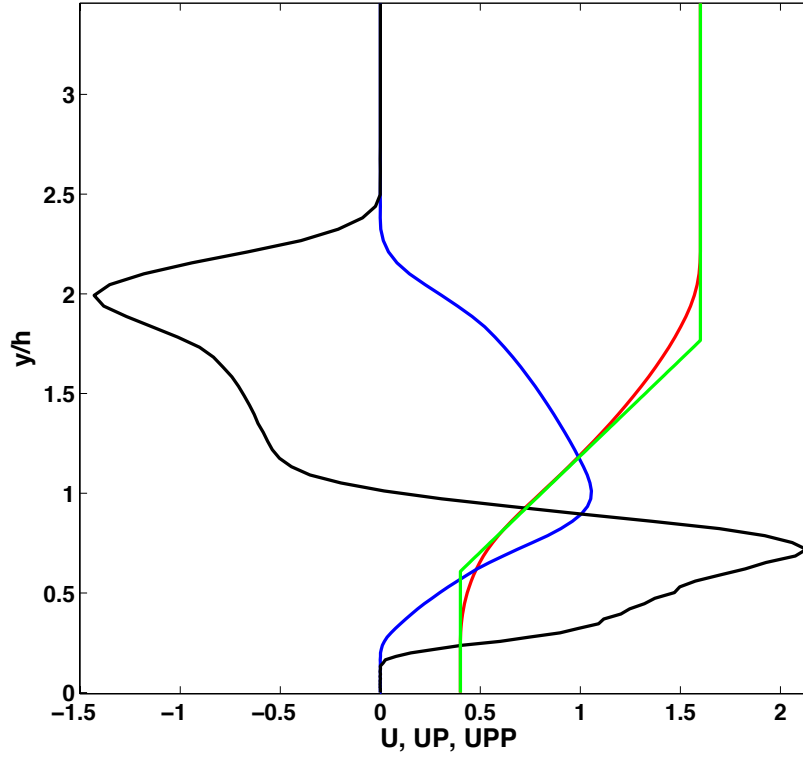


FIGURE 5.12 – Comparaison entre profil continu et profil en lignes brisées. Traits continus : Profil de la vitesse moyenne normalisée calculée pour l'essai G (en rouge), de sa dérivée première (en bleu) et de sa dérivée seconde (en noir) ; traits verts : profil de U en lignes brisées.

infini dans les deux directions, à la relation de dispersion suivante :

$$c_i(\alpha) = Im \left(\pm \sqrt{U_m^2 - U_1 U_2 - \frac{m}{2\alpha}(U_2 - U_1) + \frac{m^2}{4\alpha^2}(1 - e^{-2\alpha\delta})} \right) \quad (E-5.11)$$

où $m = \frac{\Delta U}{y_2 - y_1}$ représente la pente de la partie médiane du profil de $U(y/h)$.

Toutefois, les résultats obtenus avec cette équation sont peu précis en raison du fait que dans la réalité, le domaine d'étude est borné. En adoptant des conditions aux limites correspondant à un domaine semi-infini (avec comme limite inférieure $y/h = 0$), la relation de dispersion devient :

$$c_i(\alpha) = Im \left(\pm \sqrt{-\left(\frac{U_2 - U_1}{2}\right)^2 + \frac{m}{2\alpha}(U_2 - U_1)A - \frac{m^2}{16\alpha^2}B} \right) \quad (E-5.12a)$$

$$A = \left(1 - \frac{e^{-2\alpha y_1} + e^{-2\alpha y_2}}{2} \right) \quad (E-5.12b)$$

$$B = \left(e^{-4\alpha y_1} + e^{-4\alpha y_2} - 2e^{-2\alpha(y_2+y_1)} - 4e^{-2\alpha(y_2-y_1)} - 4e^{-2\alpha y_1} + 4e^{-2\alpha y_2} + 4 \right) \quad (E-5.12c)$$

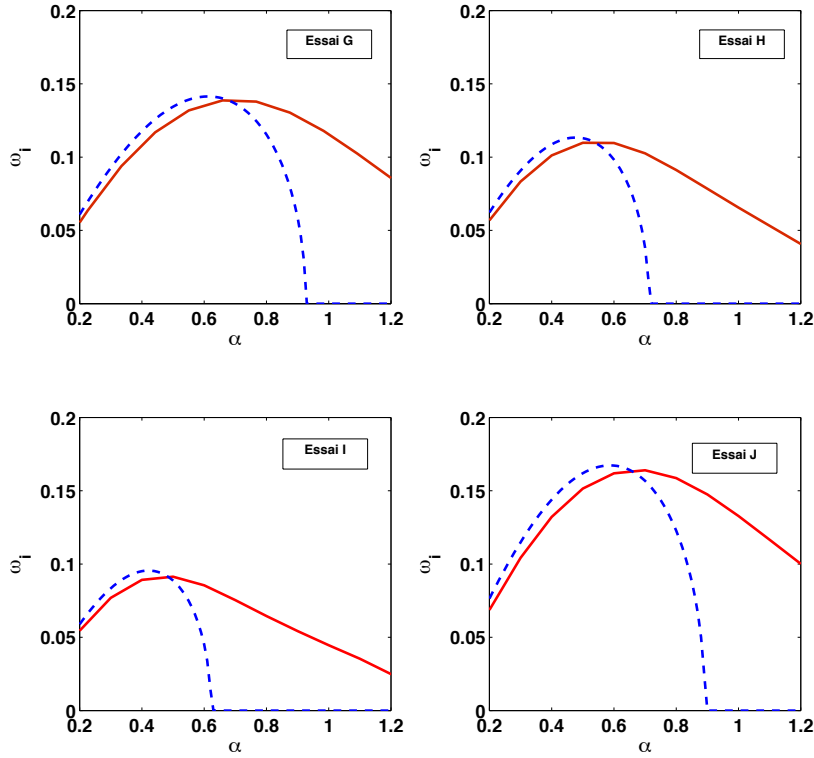


FIGURE 5.13 – Taux de croissance en fonction du nombre d'onde pour les quatre essais étudiés, dans le cas d'Euler. Les courbes en rouge reprennent les résultats numériques ; les courbes pointillées en bleu représentent les résultats analytiques.

Les courbes du taux de croissance temporel ω_i obtenues grâce à cette relation sont reproduites en traits bleus pointillés sur la figure 5.13. On constate que le taux de croissance maximal comme le nombre d'onde correspondant sont très proches de la valeur obtenue avec le profil réaliste, et ce dans chaque cas.

En revanche, le profil en ligne brisée prédit une plage d'instabilité plus réduite – limitée à $\alpha = 0.9$ au maximum – par rapport au profil réaliste, dont le taux de croissance calculé reste positif au-delà de $\alpha = 1.2$. Cet étalement vers les nombres d'onde élevés est probablement lié, dans le cas d'un profil à dérivée continue, à la dispersion de l'inflexion sur toute une plage de valeurs dont l'inflexion majeure (la seule apparaissant dans le profil en lignes brisées) n'est que la valeur maximale.

5.3 Conclusion

Dans ce chapitre, l'écoulement d'un fluide à travers une canopée a été analysé et une méthodologie a été établie sur la base des études de Ghisalberti & Nepf [75] afin de tracer un profil de la vitesse

moyenne aussi proche que possible des mesures expérimentales, et ce pour quatre cas distincts.

Les paramètres intervenant sur la stabilité de l'écoulement ont ensuite été étudiés. L'influence positive de la traînée lorsqu'elle est intégrée dans l'analyse linéaire de stabilité a été démontrée, conformément aux études de Py & al. [141]. En revanche, la prise en compte de cette même influence dès le calcul de la vitesse moyenne donne des résultats radicalement inverses. En effet, l'accroissement de l'inflexion du profil de vitesse qui en résulte exerce un effet déstabilisant majeur sur la perturbation principale.

Les profils calculés ont été comparés à leurs équivalents en lignes brisées, et une étude analytique a été menée sur la base de ces derniers. Pour chaque cas considéré, le taux de croissance maximal et le nombre d'onde qui y est associé sont suffisamment proches dans les deux types d'analyse pour donner à cette comparaison un caractère de validation.

Une autre comparaison en termes de stabilité est en cours avec des profils tracés par Zampogna & Bottaro [180], où l'écoulement à l'intérieur de la canopée est modélisé selon une loi de Darcy.

Les résultats des études menées dans ce chapitre prouvent que dans un souci d'exactitude, il est nécessaire d'établir un profil de vitesse moyenne au plus proche de la réalité, intégrant tous les paramètres qui seront employés par la suite dans l'étude de stabilité.

Conclusion générale et perspectives

L'analyse des interactions fluide-structure est un domaine vaste aux applications multiples, couvrant des champs qui vont de la mécanique (diminution de la traînée des véhicules dans l'air ou l'eau) à la biologie (optimisation de prothèses vasculaires ou trachéales), en passant par l'écologie (étude du transport de sédiments, pollens et contaminants dans les canopées, de la croissance végétale, des fonds marins...). Dans ces domaines soumis depuis plusieurs décennies à l'intérêt scientifique, le recours à l'usage de parois compliantes pour retarder la transition vers la turbulence a été largement exploré dans le cadre des écoulements bidimensionnels ; de même, l'influence de la perméabilité sur la stabilité a souvent été associée à l'étude d'écoulements en canal.

Il a été ainsi établi que l'onde TS, d'origine visqueuse et prépondérante dans les couches limites bidimensionnelles, se trouve stabilisée par des parois souples et déstabilisée par la perméabilité. En contrepartie, la compliance donne naissance à des modes viscoélastiques susceptibles de provoquer la transition (dites FISI), que la perméabilité permet d'atténuer voire de résorber totalement.

Les résultats de la présente étude ont permis de lever le voile sur quelques pans encore inexplorés de cette problématique générale ; la combinaison de la compliance et de la perméabilité en une paroi poroélastique nous a permis de mettre en évidence leurs effets antagoniste sur les instabilités principales des couches limites aspirées ou non.

Les conclusions concernant les ailes en flèche, à l'arrière desquelles la transition dépend de l'onde TS, démontrent que les effets des caractéristiques de la paroi sur la stabilité restent globalement les mêmes dans une couche limite tridimensionnelle que dans une couche limite 2D ; en revanche, ces effets se trouvent grandement atténués sur le mode dominant à l'avant de l'aile –les tourbillons Crossflow–, ce qui apparente celui-ci à une perturbation de classe C dans la classification de Benjamin [11] et Landahl [105]. Ce constat, associé à celui de l'effet positif de la perméabilité sur les modes FISI

tridimensionnels, a permis de déterminer une valeur optimale du coefficient de perméabilité autour de $a = 0.03$, soit une porosité correspondante de $K_D = 2.5 \times 10^{-13} \text{ m}^2$.

Ces résultats ouvrent la voie à l'étude des taux de croissance des instabilités 3D sous l'influence de la perméabilité; de même, une optimisation fine de la compliance et de la perméabilité dans la conception d'une aile en flèche est envisageable, sur le modèle de celle menée par Lucey et al. [113] dans la couche limite de Blasius. Enfin, le prolongement le plus évident de ce travail consiste à l'étendre à des caractéristiques de paroi non étudiés ici, telles que la tension ou une compliance anisotrope, ainsi qu'à des perméabilités fortes et/ou anisotropes –en veillant toutefois à ne pas provoquer l'apparition d'un mode de divergence statique.

L'influence d'une paroi poroélastique a également été étudiée dans des couches limites aspirées. Dans ce domaine, la théorie promet une stabilisation spectaculaire puisque le nombre de Reynolds critique est supposé augmenter de deux ordres environ par rapport à une couche limite de Blasius. Cette valeur n'a cependant jamais été mesurée expérimentalement –loin s'en faut– et la raison en est généralement attribuée à la présence d'instabilités non-linéaires provoquant la transition bien avant.

En prenant appui sur des expérimentations menées par Fransson & Alfredsson [65], il a été démontré ici que la seule prise en compte de la perméabilité de la paroi (indissociable du processus d'aspiration) suffit à expliquer en partie cet écart entre la théorie et la réalité. En effet, l'ensemble des études faisant état d'un nombre de Reynolds au-delà de 50000 reposent sur l'hypothèse d'une perméabilité négligeable; or celle-ci exerce une spectaculaire déstabilisation, même à de faibles valeurs.

D'un autre côté, si pour de très faibles porosités la compliance continue d'exercer une action stabilisante, elle se révèle néfaste au-delà d'un seuil de perméabilité relativement faible; ceci contredit l'idée établie selon laquelle son action est toujours positive sur les perturbations de classe A –dont relève l'onde TS responsable de la transition dans les couches limites aspirées.

Cette même compliance est à l'origine d'une instabilité absolue de type Divergence, susceptible de contaminer la totalité de la couche limite, et qui subsiste même en l'absence de perméabilité. Ceci met en évidence le danger qu'il y a, dans le cas d'une couche limite aspirée, à réduire la rigidité de la paroi (en jouant soit sur son épaisseur soit le choix du matériau) dans l'objectif de réduire la masse.

Ce travail peut être poursuivi par l'étude de parois poroélastique anisotropes, qui seraient perméables également dans le sens de l'écoulement; on pourra employer pour cela la méthode d'homogé-

néisation (utilisée ici simplement pour modéliser l'écoulement perpendiculaire à la paroi), en prenant exemple sur l'étude de Tilton & L. Cortelezzi [161] basée sur le modèle de Whitaker et traitant de l'écoulement de Poiseuille sur une paroi perméable.

Pour finir, l'étude d'un écoulement incompressible sur une canopée rigide a été menée en se basant sur un profil de vitesse moyenne aussi réaliste que possible. Pour cela, une méthodologie du tracé a été établie et appliquée à quatre essais expérimentaux réalisés par Ghisalberti & Nepf [75]. Les profils obtenus révèlent une bonne corrélation avec les mesures expérimentales. Pour chacun des quatre cas, une étude de stabilité a été menée sur la base de trois modèles d'écoulement différents : d'abord le modèle simplifié d'Euler, puis en prenant en compte l'effort de traînée dans la canopée, et enfin en intégrant en supplément les effets de la viscosité et de la turbulence.

Dans ces conditions, la traînée semble exercer un effet stabilisant notable sur le mode dominant (de type non-visqueux), ainsi que l'ont démontré Py et al. [141]. Cependant, l'effort de traînée exerce surtout une grande influence sur le profil de vitesse moyenne, c'est pourquoi il a été procédé à une nouvelle étude avec un profil préalablement retracé en tenant compte de la variation de la densité de la canopée –et ainsi de l'effort de traînée. Il s'avère que l'accroissement de l'inflexion du profil de vitesse lorsque la traînée augmente, surpasse nettement le rôle stabilisant de celle-ci dans l'étude de stabilité ; la traînée, lorsqu'elle intervient dans la totalité de l'étude, exerce donc un effet globalement déstabilisant sur l'écoulement, à l'inverse des résultats précédemment obtenus.

Enfin, un profil en lignes brisées a été tracé sur le modèle traditionnellement utilisé dans les études analytiques. Les résultats obtenus analytiquement sur la base de ce profil sont conformes à ceux obtenus numériquement avec le profil à dérivée continue, en termes de taux de croissance comme de nombre d'onde, ce qui conforte la validité de la modélisation utilisée.

L'intérêt d'établir un profil réaliste de la vitesse moyenne a ainsi été démontré, et ce sous plusieurs aspects ; ceci invite à prolonger cette étude avec des canopées flexibles, composées de tiges indépendantes ou reliées entre elles par des liens élastique, comme celles déjà employées dans différents travaux [60, 55, 141]. Une analyse plus précise de l'effet de la turbulence peut aussi être envisagée au moyen de modèles moins diffusifs.

Un dernier prolongement, en cours d'investigation actuellement, consiste à s'appuyer sur les résultats obtenus ici afin de valider ceux fournis par une modélisation du profil de vitesse moyenne

basée sur la théorie d'homogénéisation dans la canopée, profil déjà obtenu et utilisé par Zampogna & Bottaro [180].

Bibliographie

- [1] G. Papanicolaou A. BENOUSSAN, J.-L. Lions : *Asymptotic Analysis for Periodic Structures*. North Holland, Amsterdam, 1978.
- [2] Y. G. ALEYEV : *Nekton*. Dr. W. Junk b.v. Publishers, The Hague, The Netherlands, 1977.
- [3] L. ALLEN : *Modelling Dolphin Hydrodynamics : The Numerical Analysis and Hydrodynamic Stability of Flow Past Compliant Surfaces*. Thèse de doctorat, 2001.
- [4] L. ALLEN et T. J. BRIDGES : Flow past a swept wing with a compliant surface : Stabilizing the attachment-line boundary layer. *Studies in Applied Mathematics*, 110(4):333–349, 2003.
- [5] R. S. ANDERSON : The attraction of sand dunes. *Nature*, 379:24–25, 1996.
- [6] T. ARBOGAST et M. GOMEZ : A discretizations and multigrid solver for a darcy-stokes system of three dimensional vuggy porous media. *Computational Geosciences*, 2009.
- [7] T. ARBOGAST et H. L. LEHR : Homogenization of a darcy–stokes system modeling vuggy porous media. *Computational Geosciences*, 10(3):291–302, 2006.
- [8] Jean-Louis AURIAULT, Claude BOUTIN et Christian GEINDREAU : *Homogenization of Coupled Phenomena in Heterogenous Media*. Iste Series. Wiley, 2010.
- [9] I. BATTIATO : Self-similarity in coupled Brinkman/Navier–Stokes flows. *J. Fluid Mech.*, 699:94–114, 2012.
- [10] G.S. BEAVERS et D.D. JOSEPH : Boundary conditions at a naturally permeable wall. *J. Fluid Mech.*, 30:197–207, 1967.
- [11] T. B. BENJAMIN : Effects of a flexible boundary on hydrodynamic stability. *J. Fluid Mech.*, 9:513–532, 1960.
- [12] T. B. BENJAMIN : The threefold classification of unstable disturbances in flexible surfaces bounding inviscid flows. *J. Fluid Mech.*, 16:436–450, 1963.

- [13] A. BERS : *Linear Waves and Instabilities*. Plasma research report. Research Laboratory of Electronics, Massachusetts Institute of Technology, 1972.
- [14] P. R. BRAZIER-SMITH et J. F. SCOTT : Stability of fluid flow in the presence of a compliant surface. *Wave Motion*, 6(6):547 – 560, 1984.
- [15] L. BREVDO : Three-dimensional absolute and convective instabilities, and spatially amplifying waves in parallel shear flows. *Z. Angew. Math. Mech.*, 75:423–436, 1995.
- [16] R. J. BRIGGS : Electron-stream interaction with plasmas. m.i.t. press, cambridge. *Science*, pages 1453–1454, 1965.
- [17] C. BRÜCKER : Do flexible surface hairs manipulate near-wall turbulence ? *Progress in Turbulence and Wind Energy IV, Springer Proceedings in Modern Physics*, 141:191–196, 2010.
- [18] C. BRÜCKER : Interaction of flexible surface hairs with near-wall turbulence. *Journal of Physics Condensed Matter*, 23:184120, 2011.
- [19] C. BRÜCKER, D. BAUER et H. CHAVES : Dynamic response of micro-pillar sensors measuring fluctuating wall-shear-stress. *Experiments in Fluids*, 42:737–749, 2007.
- [20] C. BRÜCKER et C. WEIDNER : Separation control via self-adaptive hairy flaplet arrays. *J. Fluids Struct.*, 2014, in press.
- [21] D. M. BUSHNELL, J. N. HEFNER et R. L. ASH : Effect of compliant wall motion on turbulent boundary layers. *Phys. Fluids*, 20(10):S31–S48, 1977.
- [22] M. BUTLER et B. F. FARRELL : Three-dimensional optimal perturbations in viscous shear flow. *Phys. Fluids*, A 4:1637–1650, 1992.
- [23] M. G. BYSTRÖM : Optimal disturbances in falkner-skan-cooke boundary layers. *In ERCOFTAC Laminar-Turbulent Transition Mechanisms, Prediction and Control*, 2007.
- [24] M. G. BYSTRÖM, O. LEVIN et D. S. HENNINGSON : Optimal disturbances in suction boundary layers. *Elsevier Science B.V., Amsterdam.*, 2007.
- [25] M. G. BYSTRÖM, O. LEVIN et D. S. HENNINGSON : Optimal disturbances in suction boundary layers. *Elsevier Science B.V., Amsterdam.*, 2007.
- [26] P. W. CARPENTER : Current status of the use of wall compliance for laminar-flow control. *Exp. Thermal Fluid Sci.*, (16):133–140, 1998.

- [27] P. W. CARPENTER, C. DAVIES et A. D. LUCEY : Hydrodynamics and compliant walls : does the dolphin have a secret ? *Current Science*, 79:758–765, 2000.
- [28] P. W. CARPENTER, C. DAVIES et A. D. LUCEY : Progress on the use of compliant walls for laminar-flow control. *J Aircraft*, 38:504–512, 2001.
- [29] P. W. CARPENTER et A. D. GARRAD : The hydrodynamic stability of flow over Kramer-type compliant surfaces. Part 1. Tollmien-Schlichting instabilities. *J. Fluid Mech.*, 155:465–510, 9 1985.
- [30] P. W. CARPENTER et A. D. GARRAD : The hydrodynamic stability of flow over kramer-type compliant surfaces. Part 2. Flow-induced surface instabilities. *J. Fluid Mech.*, 170:199–232, 1986.
- [31] P. W. CARPENTER, M. GASTER et G. J. K. WILLIS : A numerical investigation into boundary layer stability on compliant surfaces. In *Numerical Methods in Laminar and Turbulent Flow*, pages 166–172, 1983.
- [32] P. W. CARPENTER et P. J. MORRIS : The effect of anisotropic wall compliance on boundary-layer stability and transition. *J. Fluid Mech.*, 218:171–223, 1990.
- [33] P. W. CARPENTER et T. J. PEDLEY : *Flow Past Highly Compliant Boundaries and in Collapsible Tubes*. Fluid Mechanics and Its Applications. Springer, 2003.
- [34] P. W. CARPENTER et P. J. THOMAS : Flow over compliant rotating disks. *Journal of Engineering Mathematics*, 57:303–15, 2007.
- [35] T. CEBECI : *Analysis of Turbulent Flows*. Elsevier, London, 2004.
- [36] T. CEBECI et J. COUSTEIX : *Modeling and Computation of Boundary-layer Flows : Laminar, Turbulent and Transitional Boundary Layers in Incompressible and Compressible Flows*. Horizon Publishing, 2005.
- [37] M-H. CHANG, F. CHEN et B. STRAUGHAN : Instability of Poiseuille flow in a fluid overlying a porous layer. *J. Fluid Mech.*, 564:287–303, 2006.
- [38] F. CHARRU : *Instabilités hydrodynamiques*. EDP SCIENCES, 2007.
- [39] L. CHEVALIER : *Mécanique des systèmes et des milieux déformables*. Ellipses, 2004.
- [40] K. S. CHOI, X. YANG, B. R. CLAYTON, E. J. GLOVER, M. ATLAR, B. N. SEMENOV et V. M. KULIK : Turbulent drag reduction using compliant surfaces. In *Proc. R. Soc. London*, volume 453, pages 2229–2240, 1997.

- [41] M. CIESZKO et J. KUBIK : Derivation of matching conditions at the contact surface between fluid-saturated porous solid and bulk fluid. *Transport in Porous Media*, 34:319–336, 1999.
- [42] A. J. COLLEY, P. W. CARPENTER, P. J. THOMAS, R. ALI et F. ZOUESHTIAGH : Experimental verification of type-ii-eigenmode destabilization in the boundary layer over a compliant rotating disk. *Phys. Fluids*, 18(5):–, 2006.
- [43] A. J. COLLEY, P. W. CARPENTER, P. J. THOMAS et A. J. COOPER : An experimental study of boundary-layer transition over a rotating disk. *Phys. Fluids*, 11:3340–3352, 1999.
- [44] J. C. COOKE : The boundary layer of a class of infinite yawed cylinders. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 46:645–648, 1950.
- [45] A. J. COOPER et P. W. CARPENTER : The effect of wall compliance on inflexion point instability in boundary layers. *Phys. Fluids*, 9:468–470, 1997.
- [46] A. J. COOPER et P. W. CARPENTER : The stability of rotating-disc boundary-layer flow over a compliant wall. Part 1. Type 1 and 2 instabilities. *J. Fluid Mech.*, 350:231–259, 1997.
- [47] A. J. COOPER et P. W. CARPENTER : The stability of rotating-disc boundary-layer flow over a compliant wall. part 2. absolute instability. *J. Fluid Mech.*, 350:261–270, 1997.
- [48] P. CORBETT et A. BOTTARO : Optimal linear growth in swept boundary layers. *J. Fluid Mech.*, 435:1–23, 2001.
- [49] H. DARCY : *Les fontaines publiques de la ville de Dijon : Exposition et application des principes a suivre et des formules a employer dans les questions de distribution d’eau ; ouvrage terminé par un appendice relatif aux fournitures d’eau de plusieurs villes au filtrage des eaux et a la fabrication des tuyaux de fonte, de plomb, de tole et de bitume.* Victor Dalmont, Libraire des Corps imperiaux des ponts et chaussées et des mines, 1856.
- [50] C. DAVIES et P. W. CARPENTER : Instabilities in a plane channel flow between compliant walls. *J. Fluid Mech.*, 352:205–243, 1997.
- [51] C. DAVIES et P. W. CARPENTER : Numerical simulation of the evolution of Tollmien-Schlichting waves over nite compliant panels. *J. Fluid Mech.*, 335:361–392, 1997.
- [52] C. DAVIES et P. W. CARPENTER : A novel velocity-vorticity formulation of the navier-stokes equations with applications to boundary-layer disturbance evolution. *J Comp Phys*, 172:119–165, 2001.

- [53] L. M. de SOCIO, L. MARINO et G. SEMINARA : Stability and admittance of a channel flow over a permeable interface. *Phys. Fluids*, 17(9):094103, 2005.
- [54] A. E. DIXON, A. D. LUCEY et P. W. CARPENTER : Optimization of viscoelastic compliant walls for transition delay. *AIAA J.*, 32:256–267, 1994.
- [55] O. DOARÉ, B. MOULIA et E. de LANGRE : Effect of plant interaction on wind-induced crop motion. *Journal of biomechanical engineering*, 126(2):146–151, 2004.
- [56] J. A. DOMARADZKI et R. W. METCALFE : Stabilization of laminar boundary layers by compliant membranes. *Phys. Fluids*, 30:695–705, 1987.
- [57] U. EHRENSTEIN et M. ROSSI : Nonlinear tollmien-schlichting waves for a blasius flow over compliant coatings. *Phys. Fluids*, 32:256–267, 1996.
- [58] V. M. FALKNER et S. W. SKAN. : Some approximate solutions of the boundary layer equations. *Philosophical Magazine and Journal of Science*, 12(80):865–896, 1931.
- [59] A. J. FALLER et R. E. KAYLOR : A numerical study of the instability of the laminar ekman boundary layer. *J. Atmos.Sci.*, 23:466–480, 1996.
- [60] T. FARQUHAR, J. ZHOU et H. HASLACH : A possible mechanism for sensing crop canopy ventilation. In F. BARTH, J. HUMPREY et T. SECOMB, éditeurs : *Sensors and Sensing in Biology and Engineering*, chapitre 15, pages 213–219. Springer, Wien, 2003.
- [61] J. FAVIER, A. DAUPTAIN, D. BASSO et A. BOTTARO : Passive separation control using a self-adaptive hairy coating. *J. Fluid Mech.*, 627:451–483, 2009.
- [62] J.J. FINNIGAN : Turbulence in plant canopies. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 32:519–571, 2000.
- [63] F. E. FISH : The myth and reality of gray’s paradox : implication of dolphin drag reduction for technology. *Bioinsp. Biomim.*, 1(2):R17, 2006.
- [64] M.S FONSECA et W. J. KENWORTHY : Effects of current on photosynthesis and distribution of seagrasses. *Aquatic Botany*, 27:59–78, 1987.
- [65] J. H. M. FRANSSON et P. H. ALFREDSSON : On the disturbance growth in an asymptotic suction boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 482:51–90, 2003.
- [66] J. H. M. FRANSSON et P. CORBETT : Optimal linear growth in the asymptotic suction boundary layer. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 22(3):259 – 270, 2003.

- [67] J.H.M. FRANSSON : Investigations of the asymptotic suction boundary layer. Rapport technique, KTH, Stockholm., Department of Mechanics SE-100 44 Stockholm, Sweden, 2001.
- [68] M. GAD-EL-HAK : The response of elastic and viscoelastic surfaces to a turbulent boundary layer. *J. Appl. Mech.*, 53:206–212, 1986.
- [69] M. GAD-EL-HAK : Compliant coatings : A decade of progress. *Appl. Mech. Rev.*, 49(10):S147–S157, 1996.
- [70] M. GAD-EL-HAK, R. F. BLACKWELDER et J. J. RILEY : On the interaction of compliant coatings with boundary-layer flows. *J. Fluid Mech.*, 140:257–280, 1984.
- [71] M. GAD-EL-HAK et H. M. TSAI : *Transition and Turbulence Control*. Lecture Notes Series, Institute for Mathematical Sciences, National University of Singapore. World Scientific, 2006.
- [72] M. GASTER : The development of three-dimensional wave packets in a boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 32:173–184, 1968.
- [73] M. GASTER : Is the dolphin a red herring? In H.W. LIEPMANN et R. NARASIMHA, éditeurs : *Turbulence Management and Relaminarisation*, International Union of Theoretical and Applied Mechanics, pages 285–304. Springer Berlin Heidelberg, 1988.
- [74] M. GHISALBERTI et H. NEPF : Mixing layers and coherent structures in vegetated aquatic flows. *Journal of Geophysical Research : Oceans (1978–2012)*, 107(C2):3–1, 2002.
- [75] M. GHISALBERTI et H. NEPF : The limited growth of vegetated shear-layers. *Water Res. Res.*, 40(7), 2004.
- [76] M. GHISALBERTI et H. NEPF : Mass transport in vegetated shear flows. *Environmental Fluid Mechanics*, 5(6):527–551, 2005.
- [77] M. GHISALBERTI et H. NEPF : The structure of the shear layer in flows over rigid and flexible canopies. *Environmental Fluid Mechanics*, 6(3):277–301, 2006.
- [78] M. GHISALBERTI et H. NEPF : Shallow flows over a permeable medium : the hydrodynamics of submerged aquatic canopies. *Transport in Porous Media*, 78:385–402, 2009.
- [79] S. GHOSH, A. K. SOOD et N. KUMAR : Carbon nanotube flow sensors. *Science*, 299(5609):1042–1044, 2003.
- [80] A. GOHARZADEH, A. KHALILI et B. B. JØRGENSEN : Transition layer thickness at a fluid- porous interface. *Phys. Fluids*, 17:057102, 2005.

- [81] A. GOPINATH et L. MAHADEVAN : Elastohydrodynamics of wet bristles, carpets and brushes. *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Science*, 467(2130): 1665–1685, 06 2011.
- [82] F. GOSSELIN et E. de LANGRE : Destabilising effects of plant flexibility in air and aquatic vegetation canopy flows. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 28:271–282, 2009.
- [83] J. GRAY : Studies in animal locomotion : VI. the propulsive powers of the dolphin. *Journal of Experimental Biology*, 13:192–199, 1936.
- [84] W.E. GRAY : *The Effect of Wing Sweep on Laminar Flow*. Royal Aircraft Establishment, 1952.
- [85] N. GREGORY : *Research on suction surfaces for laminar flow. in : Boundary Layer and Flow Control : Its Principles and Applications*, volume II, pages 924–957. Pergamon Press, Oxford, 1961.
- [86] A. A. GRIFFITH et F. W. MEREDITH : The possible improvement in aircraft performance due to boundary layer suction. *Tech. Rep. 2315, Rep. Aero. Res. Coun.*, 1936.
- [87] R. GROSSKREUTZ : An attempt to control boundary-layer turbulence with nonisotropic compliant walls. *University Science Journal*, 1:67–73, 1975.
- [88] A. GUAUS : *Analyse linéaire des instabilités dans les écoulements incompressibles à parois courbes compliantes*. Thèse de doctorat, Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (IMFT), UMR 5502, 2008.
- [89] A. GUAUS et A. BOTTARO : Instabilities of the flow in a curved channel with compliant walls. *Proc. R. Soc. A*, 463:2201–2222, 2007.
- [90] C. GUSTAVSSON : Development of three-dimensional disturbances in boundary layers with suction. Mémoire de D.E.A., Luleå University of Technology, Luleå, Sweden., 2000.
- [91] T. HANSON : *Feathers : The Evolution of a Natural Miracle*. Basic Books, 2011.
- [92] A. A. HILL et B. STRAUGHAN : Poiseuille flow in a fluid overlying a porous medium. *J. Fluid Mech.*, 603:137–149, 2008.
- [93] L.M. HOCKING : Nonlinear instability of the asymptotic suction velocity profile. *Q. J. Mech. Appl. Math.*, 28:341–353, 1975.
- [94] J. HEPFFNER, A. BOTTARO et J. FAVIER : Mechanisms of non-modal energy amplification in channel flow between compliant walls. *J. Fluid Mech.*, 642:489–507, 2010.

- [95] M. INNOCENTINI, P. SEPULVEDA et F. ORTEGA : In : Cellular Ceramics : Structure, Manufacturing, Properties and Applications. Editors : M. Scheffler and P. Colombo. Wiley-VCH Verlag GmbH, Weinheim, Germany, 313-341, 2005.
- [96] W.P. JONES et B.E. LAUNDER : The prediction of laminarization with a two- equation model of turbulence. *Int. J. Heat & Mass Transfer*, 15:301–314, 1977.
- [97] R.D. JOSLIN : Aircraft laminar flow control. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 30:1–29, 1998.
- [98] Y. S. KACHANOV : Three-dimensional receptivity of boundary layers. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 19:723 – 744, 2000.
- [99] P. KIM et C.M. LIEBER : Nanotube nanotweezers. *Science*, 286(2148-2150):2148–2150, 1999.
- [100] W. KOCH : On the spatio-temporal stability of primary and secondary crossflow vortices in a three-dimensional boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 456:85–111, 2002.
- [101] M. O. KRAMER : Boundary layer stabilization by distributed damping. *Journal of the American Society for Naval Engineers*, 72(1):25–34, 1960.
- [102] S. KUNZE et C. BRÜCKER : Flow control over an undulating membrane. *Experiments in Fluids*, 50:747–759, 2011.
- [103] S. KUNZE et C. BRÜCKER : Control of vortex shedding on a circular cylinder using self-adaptive hairy-flaps. *Comptes Rendus Mécanique*, 340:41–56, 2012.
- [104] T. KURAISHI : *Transient Energy Growth in Two- and Three-dimensional Boundary Layers*. Massachusetts Institute of Technology, Department of Aeronautics and Astronautics, 1993.
- [105] M. T. LANDAHL : On the stability of a laminar incompressible boundary over a flexible surface. *J. Fluid Mech.*, 13:609–632, 1962.
- [106] T. LEE, M. FISHER et W. H. SCHWARZ : Investigation of the effects of a compliant surface on boundary-layer stability. *J. Fluid Mech.*, 288:37–58, 1995.
- [107] R. J. LINGWOOD : Absolute instability of the boundary layer on a rotating disk. *J Fluid Mech*, 299:17–33, 1995.
- [108] R. J. LINGWOOD : An experimental-study of absolute instability of the rotating-disk boundary-layer flow. *J Fluid Mech*, 314:373–405, 1996.
- [109] R. J. LINGWOOD : On the impulse response for swept boundary-layer flows. *J. Fluid Mech.*, 344:317–334, 1997.

- [110] R.J. LINGWOOD : On the effects of suction and injection on the absolute instability of the rotating-disk boundary layer. *Phys. Fluids*, 9(5):1317–1328, 1997.
- [111] Y.Z. LIU, H.L. AN, J.W. LI, S.H. ZHANG, Y. ZHAN et H.L. ZHANG : *Selective Permeability Mechanism of M Type K Channels*, volume 96, pages 201–206. J.Liang and L. Wang, 2010.
- [112] A.E.H. LOVE : On the small free vibrations and deformations of elastic shells. *Philosophical trans. of the Royal Society (London)*, 17:491–549, 1888.
- [113] A. D. LUCEY, G. J. CAFOLLA et P. W. CARPENTER : Numerical simulation of a boundary-layer flow interacting with a passive compliant boundary. *Lecture Notes in Physics*, 490:406–411, 1997.
- [114] A. D. LUCEY, G. J. CAFOLLA et P. W. CARPENTER : The effect of a boundary layer on the hydroelastic stability of a flexible wall. *In in Proceedings of the 3rd International Conference on Engineering Aero-Hydroelasticity, Prague*, pages 268–273, 1998.
- [115] A. D. LUCEY, G. J. CAFOLLA, P. W. CARPENTER et M. YANG : The nonlinear hydroelastic behaviour of flexible walls. *J. Fluids Struct.*, 11:717–744, 1997.
- [116] A. D. LUCEY et P. W. CARPENTER : A numerical simulation of the interaction of a compliant wall and an inviscid flow. *J. Fluid Mech.*, 234:121–146, 1992.
- [117] A. D. LUCEY et P. W. CARPENTER : Boundary layer instability over compliant walls : comparison between theory and experiment. *Phys. Fluids*, 7:2355–2363, 1995.
- [118] L. M. MACK : The wave pattern produced by point source on a rotating disk. 85-0490.
- [119] L.M. MACK : *Boundary-layer Stability Theory*. Jet Propulsion Laboratory, 1969.
- [120] L.M. MACK : Remarks on disputed numerical results in compressible boundary layer stability theory. *Phys. Fluids*, 27, 1984.
- [121] D. G. MACMANUS et J. A. EATON : Flow physics of discrete boundary layer suction measurements and predictions. *J. Fluid Mech.*, 417:47–75, 2000.
- [122] L. V. MADDEN : Rainfall and the dispersal of fungal spores. *Advanced Plant Pathology*, 8:40–79, 1992.
- [123] R.D. MEHTA : Aerodynamics of sports balls. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 17(1):151–189, 1985.
- [124] R.D. MEHTA, F. ALAM et A. SUBIC : Review of tennis ball aerodynamics. *Sports Technology*, 1(1):7–16, 2008.

- [125] C.C. MEI et B. VERNESCU : *Homogenization Methods for Multiscale Mechanics*. World Scientific, 2010.
- [126] C.C. MEI et B. VERNESCU : *Homogenization Methods for Multiscale Mechanics*. World Scientific, 2010.
- [127] R. MICHEL, C. QUEMARD et R. DURANT : Application d'un schema de longueur de melange a l'etude des couches limites d'equilibre. ONERA Note Technique No. 154, 1969.
- [128] E. MOEENDARBARY, L. VALON, M. FRITZSCHE, A. R. HARRIS, D.A. MOULDING, A. J. THRASHER, E. STRIDE, L. MAHADEVAN et G. T. CHARRAS : The cytoplasm of living cells behaves as a poroelastic material. *Nature Materials*, 12:253–261, 2013.
- [129] B. MOULIA et D. COMBES : Thigmomorphogenetic acclimation of plants to moderate winds greatly affects height structure in field-grown alfalfa (*medicago sativa* l.), an indeterminate herb. *Comp Biochem Physiol A : Mol Integ Physiol*, 137:77, 2004.
- [130] A. AL MUSLEH et A. FRENDI : On the effects of a flexible structure on boundary layer stability and transition. *ASME J. Fluids Eng.*, 133(7), 071103, 2011.
- [131] P.B. NEDANOV et S.G. ADVANI : Numerical computation of the fiber preform permeability tensor by the homogenization method. *Polymer Composites*, 23(5):758–770, 2002.
- [132] H.M. NEPF : Drag, turbulence, and diffusion in flow through emergent vegetation. *Water Res. Res.*, 35(2):479– 489, 1999.
- [133] J.A. OCHOA-TAPIA et S. WHITAKER : Momentum transfer at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid. II. Comparison with experiment. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 38:2647–2655, 1995.
- [134] J.A. OCHOA-TAPIA et S. WHITAKER : Momentum transfer at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid. I. Theoretical development. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 38:2635–2646, 1995.
- [135] P. Monkewitz P. HUERRE : Local and global instabilities in spatially developing flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 22:473–537, 1990.
- [136] P. J. Thomas P. W. CARPENTER : Flow over compliant rotating disks. *J. Eng. Math.*, 57:303–315, 2007.

- [137] W. PFENNINGER et E. GROTH : *Low drag boundary layer suction experiments in flight on a wing glove of an F94a airplane with suction through a large number of fine slots. in : Boundary Layer and FLOW Control : Its Principles and Applications*, volume II, pages 981–999. Pergamon Press, Oxford, 1961.
- [138] F. PLUVINAGE, A. KOURTA et A. BOTTARO : Instabilities in the boundary layer over a permeable, compliant wall. *Phys. Fluids*, 26(084103), 2014.
- [139] F. PLUVINAGE, A. KOURTA et A. BOTTARO : Instabilities in the asymptotic suction boundary layer over a permeable, compliant wall. *Phys. Fluids*, 27(054104), 2015.
- [140] C. PY : *Couplage entre la dynamique du vent et le mouvement d'un couvert végétal*. Thèse de doctorat, LadHyX - Laboratoire d'hydrodynamique, 2005.
- [141] C. PY, E. de LANGRE et B. MOULIA : The mixing layer instability of wind over a flexible crop canopy. *Comptes Rendus Mécanique*, 332(8):613–618, 2004.
- [142] C. PY, E. de LANGRE et B. MOULIA : A frequency lock-in mechanism in the interaction between wind and crop canopies. *J. Fluid Mech.*, 568:425–449, 2006.
- [143] M. QUADRIO, M. ROSTI, D. SCARSELLI et L. CORTELEZZI : On the effects of porous walls on transitional and turbulent channel flows, 2013.
- [144] L. QUARTAPELLE et F. AUTERI : *Fluidodinamica Incomprimibile*. Casa Editrice Ambrosiana, Rozzano, Milano, Italy, 2013.
- [145] M. RAUPACH, J. J. FINNIGAN et Y. BRUNEI : Coherent eddies and turbulence in vegetation canopies : the mixing-layer analogy. *Boundary-Layer Meteorology*, 78:351–382, 1996.
- [146] Lord RAYLEIGH : On the instability, or stability of certain fluid motions. *Proc. London. Math. Soc*, 11:57–70, 1880.
- [147] Lord RAYLEIGH : On the instability, or stability of certain fluid motions-ii. *Proc. London. Math. Soc*, 19:67–74, 1880.
- [148] S.C. REDDY et D.S. HENNINGSON : Energy growth in viscous channel flows. *J. Fluid Mech.*, 252(209-238), 1993.
- [149] H.L. REED et W.S. SARIC : Stability of three-dimensional boundary layers. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 21:235–284, 1989.

- [150] G.A. REYNOLDS et W.S. SARIC : Experiments on the stability of the flat-plate boundary layer with suction. *AIAA J.*, 24:202–207, 1986.
- [151] E. SANCHEZ-PALENCIA : *Non-homogenous media and vibration theory*. Numéro 127 de Lecture Notes in Physics. Springer-Verlag, New York, 1980.
- [152] J.U. SCHLÜTER : Lift enhancement at low Reynolds numbers using self-activated movable flaps. *Journal of Aircraft*, 47:348–351, 2010.
- [153] P. J. SCHMID, S. C. REDDY et D. S. HENNINGSON : Transition thresholds in boundary layer and channel flows, 1996.
- [154] P.J. SCHMID et D.S. HENNINGSON : *Stability and Transition in Shear Flows*. Numéro vol. 142 de Applied mathematical sciences. U.S. Government Printing Office, 2001.
- [155] G.J. SCHMITZ, C. BRÜCKER et P. JACOBS : Manufacture of high-aspect-ratio micro-hair sensor arrays. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 15:1904, 2005.
- [156] G. B. SCHUBAUER : Laminar boundary-layer oscillations and stability of laminar flow. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 14:69–78, 1947.
- [157] A. SEITZ et K.H. HORSTMANN : In-flight investigation of tollmien-schlichting waves. *In IUTAM Symposium on One Hundred Years of Boundary Layer Research*, pages 115–124, 2006.
- [158] P. K. SEN et D. S. ARORA : On the stability of laminar boundary-layer flow over a flat plate with a compliant surface. *J. Fluid Mech.*, 197:201 – 240, 1988.
- [159] Y.S. SONG et J.R. YOUN : Asymptotic expansion homogenization of permeability tensor for plain woven fabrics. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 37(11):2080 – 2087, 2006.
- [160] L TARTAR : *Incompressible fluid flow in a porous medium–convergence of the homogenization process*, volume Non-homogeneous Media and Vibration Theory, E. Sanchez-Palencia, Lecture Notes in Physics 127, pages 368–377. Springer-Verlag, New York, 1980.
- [161] N. TILTON et L. CORTELEZZI : The destabilizing effects of wall permeability in channel flows : A linear stability analysis. *Phys. Fluids*, 18:051702, 2006.
- [162] N. TILTON et L. CORTELEZZI : Linear stability analysis of pressure-driven flows in channels with porous walls. *J. Fluid Mech.*, 604:411–445, 2008.

- [163] L. N. TREFETHEN, A. E. TREFETHEN, S. C REDDY et T. A. DRISCOLL : Hydrodynamic stability without eigenvalues. *Science*, 261:578–584, 1993.
- [164] K. VAFAI et S.J. KIM : Fluid mechanics of the interface region between a porous medium and a fluid layer—an exact solution. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 11:254–256, 1990.
- [165] J.W. VANTEEFFELLEN, J. BRANDS, E.S. STROES et H. VINK : Endothelial glycocalyx : Sweet shield of blood vessels. *Trends in Cardiovascular Medicine*, 17:101–105, 2007.
- [166] D. VENKATARAMAN et A. BOTTARO : Numerical modeling of flow control on a symmetric aerofoil via a porous, compliant coating. *Phys. Fluids*, 24:093601, 2012.
- [167] D. VENKATARAMAN, A. BOTTARO et R. GOVINDARAJAN : A minimal model for flow control on an aerofoil using a poro-elastic coating. *J. Fluids Struct.*, (0):–, 2014, in press.
- [168] Z. WANG, K.S. YEO et B.C. KHOO : On two-dimensional linear waves in blasius boundary layer over viscoelastic layers. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 25:33–58, 2006.
- [169] A.R. WAZZAN, T.T. OKAMURA et A.M.O. SMITH : *Spatial and Temporal Stability Charts for the Falkner–Skan Boundary-layer Profiles*. Numéro Report No. DAC-67086. Defense Technical Information Center, 1968.
- [170] S. WEINBAUM, X. ZHANG, Y. HAN, H. VINK et S.C. COWIN : Mechanotransduction and flow across the endothelial glycocalyx. *Proceedings of the National Academy of Science*, 100(13):7988–7995, 2003.
- [171] S. WHITAKER : *The Method of Volume Averaging*. Theory and Applications of Transport in Porous Media. Springer, 1998.
- [172] D.C. WILCOX : Turbulence modeling for cfd. La Cañada, California, 1993.
- [173] O. WIPLIER et U. EHRENSTEIN : Numerical simulation of linear and nonlinear disturbance evolution in a boundary layer with compliant walls. *J. Fluids Struct.*, 14:157–182, 2000.
- [174] O. WIPLIER et U. EHRENSTEIN : On the absolute instability in a boundary-layer flow with compliant coatings. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 20:127–144, 2001.
- [175] K. S. YEO : The stability of boundary-layer over single- and multi-layer viscoelastic walls. *J. Fluid Mech.*, 196:359–408, 1988.
- [176] K. S. YEO : The three-dimensional stability of boundary-layer flow over compliant walls. *J. Fluid Mech.*, 238:537–577, 1992.

- [177] K. S. YEO : Note on the inviscid stability of flow over a compliant wall. *J. Fluid Mech.*, 279:165–168, 1994.
- [178] K. S. YEO, B. C. KHOO et W. K. CHONG : The linear stability of boundary-layer flow over compliant walls : Effects of boundary-layer growth. *J. Fluid Mech.*, 280:199–225, 1994.
- [179] K. S. YEO, B. C. KHOO et H. Z. ZHAO : The absolute instability of boundary-layer flow over viscoelastic walls. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 8(4):237–252, 1996.
- [180] G.A. ZAMPOGNA et A. BOTTARO : Fluid flow over and through a regular bundle of rigid fibres. submitted 2015.
- [181] M. ZENGL et U. RIST : Linear-stability investigations for flow-control experiments related to flow over compliant walls. In Cameron TROPEA et Horst BLECKMANN, éditeurs : *Nature-Inspired Fluid Mechanics*, volume 119, pages 223–237. Springer Berlin Heidelberg, 2012.

ANNEXES

ANNEXE A

Code d'analyse linéaire temporelle de la stabilité d'une couche limite tridimensionnelle.

```
1 function [g, indicemax]=compliant3D(R1,N,Ninf,kx1,kz1,EE,m,fi)
2 z=0;mm=0;TT=0;dd=0;
3
4 % differentiation matrices (Weideman and Reddy differentiation suite)
5 [yvec,D] = chebdif(N,4);
6
7 % Chebyshev scaling
8
9 y = zeros(size(yvec));
10 y = (1+yvec)/2*Ninf;%y=(Ninf;0) wall up
11 fact=(2/Ninf);
12 D1=fact*D(:, :, 1);D2=(fact^2)*D(:, :, 2);
13
14
15 % velocity profile and derivatives
16 [Uu,UP,UPP,Ww,WP,WPP]=FSC(N,Ninf,m,fi);
17
18 % delta sizing
19 % R=R1; kx=kx1; kz=kz1;
20
21 % delta sizing with alternative definition
22 % R=R1/sqrt((m+1)/2); kx=kx1/sqrt((m+1)/2); kz=kz1/sqrt((m+1)/2);
23
24 % theta to delta sizing
25 % R=R1/theta; kx=kx1/theta; kz=kz1/theta;
26
27 % deltastar to delta sizing
28 R=R1/deltastar; kx=kx1/deltastar; kz=kz1/deltastar;
29
30 %BB=1E12;KK=BB/4;
31 BB=8.9E-10*EE/R^2;KK=230*EE/R^2;
32
33
34 % Laplacian
35 I=eye(N);
36 k2=kx^2+kz^2;
37 delta=(D2-k2*I);
38
39
40 % compute dynamic matrix, formulation (p, u, v, w)
41
42 AA1 = zeros(N,N); AA2 = -i*kx*I; AA3 = -D1; AA4 = -i*kz*I;
43 AB1 = i*kx*I; AB2 = i*kx*diag(Uu)+i*kz*diag(Ww)-delta/R; AB3 = diag(UP); AB4 =
44 zeros(N,N);
45 AC1 = D1; AC2 = zeros(N,N); AC3 = i*kx*diag(Uu)+i*kz*diag(Ww)-delta/R; AC4 =
46 zeros(N,N);
47 AD1 = i*kz*I; AD2 = zeros(N,N); AD3 = diag(WP); AD4 = i*kx*diag(Uu)+i*kz*diag
48 (Ww)-delta/R;
49
50 BA1 = zeros(N,N); BA2 = zeros(N,N); BA3 = zeros(N,N); BA4 = zeros(N,N);
51 BB1 = zeros(N,N); BB2 = i*kx*I; BB3 = zeros(N,N); BB4 = zeros(N,N);
52 BC1 = zeros(N,N); BC2 = zeros(N,N); BC3 = i*kx*I; BC4 = zeros(N,N);
53 BD1 = zeros(N,N); BD2 = zeros(N,N); BD3 = zeros(N,N); BD4 = i*kx*I;
```

```

51
52
53 % boundary conditions for the compliant case
54
55 AAA = (BB*k2*k2 + TT*k2 + KK)/(UP(N)*R);
56
57 AB1(1,:) = zeros(1,N); AB2(1,:) = D1(1,:)+sqrt(k2)*[1 zeros(1,N-1)]; AB3(1,:) =
58     zeros(1,N); AB4(1,:) = zeros(1,N);
59 % AB1(1,:) = zeros(1,N); AB2(1,:) = [1 zeros(1,N-1)]; AB3(1,:) = zeros(1,N); AB4(1,:) = zeros(1,N);
60 AB1(N,:) = -z*UP(N)*[zeros(1,N-1) 1]; AB2(N,:) = zeros(1,N); AB3(N,:) = UP(N)*[
61     zeros(1,N-1) 1]; AB4(N,:) = zeros(1,N);
62
63 AC1(1,:) = zeros(1,N); AC2(1,:) = zeros(1,N); AC3(1,:) = D1(1,:)+sqrt(k2)*[1
64     zeros(1,N-1)]; AC4(1,:) = zeros(1,N);
65 % AC1(1,:) = zeros(1,N); AC2(1,:) = zeros(1,N); AC3(1,:) = [1 zeros(1,N-1)]; AC4(1,:) = zeros(1,N);
66 AC1(N,:) = -R*[zeros(1,N-1) 1]; AC2(N,:) = AAA*[zeros(1,N-1) 1]; AC3(N,:) = -dd
67     *[zeros(1,N-1) 1]; AC4(N,:) = zeros(1,N);
68
69 AD1(1,:) = zeros(1,N); AD2(1,:) = zeros(1,N); AD3(1,:) = zeros(1,N); AD4(1,:) =
70     D1(1,:)+sqrt(k2)*[1 zeros(1,N-1)];
71 % AD1(1,:) = zeros(1,N); AD2(1,:) = zeros(1,N); AD3(1,:) = zeros(1,N); AD4(1,:) = [1 zeros(1,N-1)];
72 AD1(N,:) = zeros(1,N); AD2(N,:) = zeros(1,N); AD3(N,:) = zeros(1,N); AD4(N,:) =
73     [zeros(1,N-1) 1];
74
75 BB1(1,:) = zeros(1,N); BB2(1,:) = [zeros(1,N)]; BB3(1,:) = zeros(1,N); BB4(1,:) =
76     zeros(1,N);
77 BB1(N,:) = zeros(1,N); BB2(N,:) = [zeros(1,N-1) i*kx]; BB3(N,:) = zeros(1,N);
78 BB4(N,:) = zeros(1,N);
79
80 BC1(1,:) = zeros(1,N); BC2(1,:) = zeros(1,N); BC3(1,:) = zeros(1,N); BC4(1,:) =
81     zeros(1,N);
82 BC1(N,:) = zeros(1,N); BC2(N,:) = zeros(1,N); BC3(N,:) = -i*kx*R*mm*[zeros(1,N-1)
83     1]; BC4(N,:) = zeros(1,N);
84
85 BD1(1,:) = zeros(1,N); BD2(1,:) = zeros(1,N); BD3(1,:) = zeros(1,N); BD4(1,:) =
86     zeros(1,N);
87 BD1(N,:) = zeros(1,N); BD2(N,:) = zeros(1,N); BD3(N,:) = zeros(1,N); BD4(N,:) =
88     i*kx*0.00001*[zeros(1,N-1) 1];
89
90
91 % assembling the problem
92
93 A = [AA1 AA2 AA3 AA4;
94     AB1 AB2 AB3 AB4;
95     AC1 AC2 AC3 AC4;
96     AD1 AD2 AD3 AD4];
97 B = [BA1 BA2 BA3 BA4;
98     BB1 BB2 BB3 BB4;
99     BC1 BC2 BC3 BC4;
100    BD1 BD2 BD3 BD4];
101
102 A = A(1:4*N,1:4*N);
103 B = B(1:4*N,1:4*N);
104
105 % 'qz' algorithm
106
107 warning off MATLAB:divideByZero
108
109 [U,S]=eig(A,B); S=diag(S);
110 S(isnan(S))=0-i;
111
112 % filter for spurious eigenvalues

```

```

103     for s = 1:length(S)
104         if imag(S(s)) >= 1E2
105             S(s) =0-i;
106         end
107         if abs(real(S(s))) >= 1E2
108             S(s) =0-i;
109         end
110
111         %Removes FSI
112         if (imag(S(s)) > (0.43 - real(S(s)))/2)
113             S(s)=0-i;
114         end
115         if real(S(s)) <= -0.5
116             S(s) =0-i;
117         end
118     end
119 end
120
121 S(isnan(S))=0-i;
122
123 [g,indicemax] = max(imag(S));
124
125
126 %plot the modes in complex c plane
127
128 com=[ 'U0=max( abs(UU(NN+1:2*NN,@)) ); figure(2); hold on; subplot(1,3,1); plot(abs(UU(1:NN,@
129     )), y, 'b'); title('pressure p'); subplot(1,3,2); plot(abs(UU(NN+1:2*NN,@))/U0,y, '
130     'b'); title('longitudinal velocity u'); subplot(1,3,3); plot(abs(UU(2*NN+1:3*NN,@
131     )/U0,y, 'b'); title('wall normal velocity v'); '];
132
133 figure(32); hold on
134
135 for ind=1:4*N;
136     han=plot(S(ind), 'om'); grid on; hold on; set(han, 'buttondownfcn',
137         replaceind(com, '@', ind));
138 end
139
140 xlim([-0.2,1.2]); ylim([-0.5,0.5]);
141 ylabel([ 'Cr= num2str(real(S(indicemax))), c_r= num2str(real(S(indicemax))),
142     c_i= num2str(imag(S(indicemax))) ], 'fontsize',15), drawnow, hold on;
143
144 end

```

ANNEXE B

Code de calcul des matrices différentielles de Chebyshev (créé par J.A.C. Weideman et S.C. Reddy).

```
1 function [x, DM] = chebdif(N, M)
2
3 % The function DM = chebdif(N,M) computes the differentiation
4 % matrices D1, D2, ..., DM on Chebyshev nodes.
5 %
6 % Input :
7 % N : Size of differentiation matrix.
8 % M : Number of derivatives required (integer).
9 % Note : 0 ≤ M ≤ N-1.
10 %
11 % Output :
12 % DM : DM(1 :N,1 :N,ell) contains ell-th derivative matrix, ell=1..M.
13 %
14 % The code implements two strategies for enhanced
15 % accuracy suggested by W. Don and S. Solomonoff in
16 % SIAM J. Sci. Comp. Vol. 6, pp. 1253–1268 (1994).
17 % The two strategies are (a) the use of trigonometric
18 % identities to avoid the computation of differences
19 % x(k)-x(j) and (b) the use of the “flipping trick”
20 % which is necessary since sin t can be computed to high
21 % relative precision when t is small whereas sin (pi-t) cannot.
22
23 % J.A.C. Weideman, S.C. Reddy 1998.
24
25     I = eye(N); % Identity matrix.
26     L = logical(I); % Logical identity matrix.
27
28     n1 = floor(N/2); n2 = ceil(N/2); % Indices used for flipping trick.
29
30     k = [0:N-1]'; %
31     th = k*pi/(N-1); % Compute theta vector : 0:jthipi.
32
33     x = sin(pi*[N-1:-2:1-N]'/(2*(N-1))); % Compute Chebyshev points : -(N-1):xj(N-1).
34
35     T = repmat(th/2,1,N); % matrice de N colonnes, chacune allant de 0 a pi/2
36     DX = 2*sin(T'+T).*sin(T'-T); % Trigonometric identity.
37     DX = [DX(1:n1,:); -flipud(flip1r(DX(1:n2,:)))]; % Flipping trick.
38     DX(L) = ones(N,1); % Put 1's on the main diagonal of DX.
39
40     C = toeplitz((-1).^k); % C is the matrix with
41     C(1,:) = C(1,:)*2; C(N,:) = C(N,:)*2; % entries c(k)/c(j)
42     C(:,1) = C(:,1)/2; C(:,N) = C(:,N)/2;
43
44     Z = 1./DX; % Z contains entries 1/(x(k)-x(j))
45     Z(L) = zeros(N,1); % with zeros on the diagonal.
46
47     D = eye(N); % D contains diff. matrices.
48
49     for ell = 1:M
50         D = ell*Z.*(C.*repmat(diag(D),1,N) - D); % Off-diagonals
51         D(L) = -sum(D'); % Correct main diagonal of D
52     DM(:, :, ell) = D; % Store current D in DM
53 end
```

ANNEXE C

Code de calcul du profil de la vitesse moyenne dans un écoulement tridimensionnel.

```
1 function [Uu,UP,UPP,Ww,WP,WPP]=FSC(N,Ninf,m,fi)
2 % compute the velocity profile of the Falkner-Skan-Cooke boundary layer
3
4 % parameters
5 % Nfsc= number of collocation points in the wall normal direction
6 % Lfsc= extent (in boundary layer thickness) of the computational domain in the wall normal direction
7 % m= pressure gradient parameter
8
9 % variable for fsfun och cfun
10 global DMfsc;
11 global Nfsc;
12 global Lfsc;
13 global BetaH;
14 global F;
15 global D1fsc
16 global D2fsc
17 global D3fsc
18 global deltastar
19 global theta
20 global fprim
21
22 % Specify problem parameters
23 BetaH=2*m/(m+1);
24 Nfsc=N;
25 Lfsc=Ninf;
26
27 % other way to give the pressure gradient
28 %wedgeangle = 0;
29 %BetaH=wedgeangle/180.;
30
31 % differentiation matrices and scaling
32 [x,DMfsc]=chebdf(Nfsc,3);
33
34 %differentiation matrices for fsfun
35 D1fsc=DMfsc(3:Nfsc-1,2:Nfsc,1).*(-2/Lfsc);
36 D2fsc=DMfsc(3:Nfsc-1,2:Nfsc,2).*(4/(Lfsc^2));
37 D3fsc=DMfsc(3:Nfsc-1,2:Nfsc,3).*(-8/(Lfsc^3));
38
39 % Initial guess can be very important
40 f0=-(2*x(2:Nfsc)-2)*Lfsc/4-1.21.*(1-exp((x(2:Nfsc)-1)*Lfsc/2));
41 c0=-(2*x(2:Nfsc)-2)*Lfsc/4-1.21.*(1-exp((x(2:Nfsc)-1)*Lfsc/2));
42
43 % Computes Falkner-Skan Profile
44 f=fsolve('fsfun',f0,[0,1e-14,1e-14]);
45 F=f;
46 f=[0;f];
47
48 % computes derivatives of f
49 fprim=-2/Lfsc*(DMfsc(:, :, 1)*f);
50 %fsec=-2/Lfsc*(DMfsc(:, :, 1)*fprim);
51
52 % Computes Cooke profile
53 g=fsolve('cfun',c0,[0,1e-10,1e-10]);
```

```

54 g=[0;g];
55
56 % Lfsc=Lfsc*sqrt(2/(m+1));
57
58 yfsc=(1-x(1:Nfsc)).*(Lfsc/2);% yfsc=(0;Lfsc)
59
60 IW=INTweights(Nfsc,Lfsc);% compute integration weights
61 deltaxstar=sum(IW*(ones(Nfsc,1)-fprim));
62 theta=sum(IW*(ones(Nfsc,1)-fprim).*fprim);
63 % yfsc=(1-x(1:Nfsc)).*(Lfsc/2)/deltastar;
64 % Lfsc=Lfsc/deltastar;
65
66 % main stram coordinates (streamwise/cross-stream)
67 u=fprim*(cos(fi*pi/180))*(cos(fi*pi/180))+g*(sin(fi*pi/180))*(sin(fi*pi/180));
68 w=(g-fprim)*cos(fi*pi/180)*sin(fi*pi/180);
69
70 % Wing coordinates (chordwise/spanwise)
71 % u=fprim;
72 % w=g;
73
74 % u and w derivatives
75 d1=-2/Lfsc;d2=d1*d1;%scalings
76 du=d1*DMfsc(:, :, 1)*u;
77 ddu=d2*DMfsc(:, :, 2)*u;
78 dw=d1*DMfsc(:, :, 1)*w;
79 ddw=d2*DMfsc(:, :, 2)*w;
80
81 Uu=u;
82 UP=du;
83 UPP=ddu;
84
85 Ww=w;
86 WP=dw;
87 WPP=ddw;
88
89
90 % Wall up
91 Uu=flipud(u);UP=flipud(du);UPP=flipud(ddu);Ww=flipud(w);WP=flipud(dw);WPP=flipud(ddw)
92 ;
93
94 % Corrects erratic values of U, U' et W' at the wall
95 Uu(Nfsc-1)=2*Uu(Nfsc-2)-Uu(Nfsc-3);
96 Uu(Nfsc)=2*Uu(Nfsc-1)-Uu(Nfsc-2);
97 Ww(Nfsc-1)=2*Ww(Nfsc-2)-Ww(Nfsc-3);
98 Ww(Nfsc)=2*Ww(Nfsc-1)-Ww(Nfsc-2);
99
100 UP(Nfsc-5)=2*UP(Nfsc-6)-UP(Nfsc-7);
101 UP(Nfsc-4)=2*UP(Nfsc-5)-UP(Nfsc-6);
102 UP(Nfsc-3)=2*UP(Nfsc-4)-UP(Nfsc-5);
103 UP(Nfsc-2)=2*UP(Nfsc-3)-UP(Nfsc-4);
104 UP(Nfsc-1)=2*UP(Nfsc-2)-UP(Nfsc-3);
105 UP(Nfsc)=2*UP(Nfsc-1)-UP(Nfsc-2);
106 WP(Nfsc-5)=2*WP(Nfsc-6)-WP(Nfsc-7);
107 WP(Nfsc-4)=2*WP(Nfsc-5)-WP(Nfsc-6);
108 WP(Nfsc-3)=2*WP(Nfsc-4)-WP(Nfsc-5);
109 WP(Nfsc-2)=2*WP(Nfsc-3)-WP(Nfsc-4);
110 WP(Nfsc-1)=2*WP(Nfsc-2)-WP(Nfsc-3);
111 WP(Nfsc)=2*WP(Nfsc-1)-WP(Nfsc-2);
112
113 % Corrects erratic values of U' at the main stream
114 Uu(1:20)=Uu(21);
115 UP(1:20)=0;
116 WP(1:20)=0;

```

```
117 %sets Uu=0 at the wall
118     valfinU=Uu(1);
119     for ind=1:Nfsc
120         Uu(ind)=(Uu(ind)-Uu(Nfsc))/(valfinU-Uu(Nfsc));
121     end
122
123
124 %plot profiles
125     figure(98); hold off
126 %plot(Uu,yfsc,'-',UP,yfsc,'-',UPP,yfsc,'-',Ww,yfsc,'-',WP,yfsc,'-',WPP,yfsc,'-');
127     plot(Uu,yfsc,'-',UP,yfsc,'-',Ww,yfsc,'-',WP,yfsc,'-');
128     legend('U_f','U_f','','W_f','W_f');
129
130 end
```

ANNEXE D

Code d'analyse linéaire temporelle de la stabilité d'une couche limite aspirée bidimensionnelle.

```
1 function [omR,omI,g,indicemax]=temporalsuction(R1,kxR,EE,z,m,chs)
2 N=130;Ninf=10;TT=0;dd=0;fi=0;kz1=0;m=0;kxI=0;
3
4 % differentiation matrices (Weideman and Reddy differentiation suite)
5 [yvec,D] = chebdif(N,4);
6
7 % Chebyshev scaling
8
9 y = zeros(size(yvec));
10 y = (1-yvec)/2*Ninf;%yfs=(0:Ninf)
11 fact=(2/Ninf);
12 D1=fact*D(:, :, 1); D2=(fact^2)*D(:, :, 2); D3=(fact^3)*D(:, :, 3);
13
14 kx1=kxR+i*kxI
15
16 % velocity profile and derivatives
17 Uu=1-exp(-y); UP=exp(-y); UPP=-exp(-y); Ww=zeros(N,1); WP=zeros(N,1); WPP=zeros(N,1); Uu=
    flipud(Uu); UP=flipud(UP); UPP=flipud(UPP); deltastar=1;
18
19 % delta sizing
20 % R=R1; kx=kx1; kz=kz1;
21
22 % delta sizing with alternative definition
23 % R=R1/sqrt((m+1)/2); kx=kx1/sqrt((m+1)/2); kz=kz1/sqrt((m+1)/2);
24
25 % theta to delta sizing
26 % R=R1/theta; kx=kx1/theta; kz=kz1/theta;
27
28 % deltastar to delta sizing
29 R=R1/deltastar; kx=kx1/deltastar; kz=kz1/deltastar;
30
31
32
33 mm=24226/R; BB=6.08E6*EE/R; KK=5.27E-11*EE*R^3; % Kramer-type parameters
34 %mm=822857/R; BB=4.4E6*EE/R; KK=0;
35
36 % Laplacian
37 I=eye(N);
38 k2=kx^2;
39 delta=(D2-k2*I);
40
41
42 % compute dynamic matrix, formulation (p, u, v, w)
43
44 AA1 = zeros(N,N); AA2 = i*kx*I; AA3 = D1; AA4 = i*kz*I;
45
46 AB1 = i*kx*I; AB2 = i*kx*diag(Uu)-(D1+delta)/R; AB3 = diag(UP); AB4 = zeros(N,
    N);
47 AC1 = D1; AC2 = zeros(N,N); AC3 = i*kx*diag(Uu)-(D1+delta)/R; AC4 = zeros(N,N,
    N);
48 AD1 = i*kz*I; AD2=zeros(N,N); AD3 = zeros(N,N); AD4 = i*kx*diag(Uu)-(D1+
    delta)/R;
49
```

```

50 BA1 = zeros(N,N); BA2 = zeros(N,N); BA3 = zeros(N,N); BA4 = zeros(N,N);
51 BB1 = zeros(N,N); BB2 = -I; BB3 = zeros(N,N); BB4 = zeros(N,N);
52 BC1 = zeros(N,N); BC2 = zeros(N,N); BC3 = -I; BC4 = zeros(N,N);
53 BD1 = zeros(N,N); BD2 = zeros(N,N); BD3 = zeros(N,N); BD4 = -I;
54
55
56 % boundary conditions for the compliant case
57
58 AAA = (BB*k2*k2 + TT*k2 + KK)/(UP(N)*R) ;
59
60 AB1(1,:) = zeros(1,N); AB2(1,:) = D1(1,:)+sqrt(k2)*[1 zeros(1,N-1)]; AB3(1,:) =
61     zeros(1,N); AB4(1,:) = zeros(1,N);
62 AB1(N,:) = z*UP(N)*[zeros(1,N-1) 1]; AB2(N,:) = zeros(1,N); AB3(N,:) = UP(N)*[
63     zeros(1,N-1) 1]; AB4(N,:) = zeros(1,N);
64
65 AC1(1,:) = zeros(1,N); AC2(1,:) = zeros(1,N); AC3(1,:) = D1(1,:)+sqrt(k2)*[1
66     zeros(1,N-1)]; AC4(1,:) = zeros(1,N);
67 AC1(N,:) = (-R-dd*z)*[zeros(1,N-1) 1]; AC2(N,:) = AAA*[zeros(1,N-1) 1]; AC3(N
68     ,:) = -dd*[zeros(1,N-1) 1]; AC4(N,:) = zeros(1,N);
69
70 AD1(1,:) = zeros(1,N); AD2(1,:) = zeros(1,N); AD3(1,:) = zeros(1,N); AD4(1,:) =
71     D1(1,:)+sqrt(k2)*[1 zeros(1,N-1)];
72 AD1(N,:) = zeros(1,N); AD2(N,:) = zeros(1,N); AD3(N,:) = zeros(1,N); AD4(N,:) =
73     [zeros(1,N-1) 1];
74
75 BB1(1,:) = zeros(1,N); BB2(1,:) = -0.00001*[1 zeros(1,N-1)]; BB3(1,:) = zeros
76     (1,N); BB4(1,:) = zeros(1,N);
77 BB1(N,:) = zeros(1,N); BB2(N,:) = [zeros(1,N-1) -1]; BB3(N,:) = zeros(1,N);
78     BB4(N,:) = zeros(1,N);
79
80 BC1(1,:) = zeros(1,N); BC2(1,:) = zeros(1,N); BC3(1,:) = -0.00001*[1 zeros(1,N
81     -1)]; BC4(1,:) = zeros(1,N);
82 BC1(N,:) = R*z*mm*[zeros(1,N-1) 1]; BC2(N,:) = zeros(1,N); BC3(N,:) = R*mm*[
83     zeros(1,N-1) 1]; BC4(N,:) = zeros(1,N);
84
85 BD1(1,:) = zeros(1,N); BD2(1,:) = zeros(1,N); BD3(1,:) = zeros(1,N); BD4(1,:) =
86     -0.00001*[1 zeros(1,N-1)];
87 BD1(N,:) = zeros(1,N); BD2(N,:) = zeros(1,N); BD3(N,:) = zeros(1,N); BD4(N,:) =
88     -0.00001*[zeros(1,N-1) 1];
89
90 % assembling the problem
91
92 A = [AA1 AA2 AA3 AA4;
93     AB1 AB2 AB3 AB4;
94     AC1 AC2 AC3 AC4;
95     AD1 AD2 AD3 AD4];
96
97 B = [BA1 BA2 BA3 BA4;
98     BB1 BB2 BB3 BB4;
99     BC1 BC2 BC3 BC4;
100    BD1 BD2 BD3 BD4];
101
102 A = A(1:4*N,1:4*N);
103 B = B(1:4*N,1:4*N);
104
105 % 'qz' algorithm
106
107 warning off MATLAB:divideByZero
108
109 [U,S]=eig(A,B);S=diag(S);
110 S(isnan(S))=0-i;
111
112 % filter for spurious eigenvalues

```

```

102     for s = 1:length(S)
103         S(s)=i*S(s)/sqrt(kxR^2+kxI^2);
104
105         if imag(S(s)) >= 1E2
106             S(s) =0-i;
107         end
108
109         if real(S(s)) >= 1E2 || real(S(s))<-1
110             S(s) =0-i;
111         end
112
113         if (real(S(s))<= 1) && (max(abs(U(1:N,s))) < 1e-3)
114             S(s)=(1-60*i);
115         end
116
117         % Removes FISI
118         if (imag(S(s))>(0.6-(real(S(s))))/1)
119             %if abs(U(2*NN,s))>0.4 && (imag(S(s))>(0.48-(real(S(s))))/1)
120             S(s) =0-i;
121         end
122
123     end
124
125     [g,indicemax] = max(imag(S));
126     omR=real(S(indicemax))*sqrt(kxR^2+kxI^2);
127     omI=imag(S(indicemax))*sqrt(kxR^2+kxI^2);
128
129     %plot the modes in complex c plane
130
131     y=flipud(y);
132     com=['U0=max(abs(UU(NN+1:2*NN,@))); figure(2); hold on; subplot(1,3,1); plot(abs(UU(1:NN,@)
133         ), y, 'b'); title('pressure p'); subplot(1,3,2); plot(abs(UU(NN+1:2*NN,@))/U0,y, '
        'b'); title('longitudinal velocity u'); subplot(1,3,3); plot(abs(UU(2*NN+1:3*NN,@)
        )/U0,y, 'b'); title('wall normal velocity v');'];
134
135     figure(32); hold on
136
137     for ind=1:4*N;
138         han=plot(S(ind), 'om'); grid on; hold on; set(han, 'buttndownfcn',
            replaceind(com, '@', ind));
139     end
140
141     xlim([-0.2,1.2]); ylim([-0.5,0.5]);
142     ylabel(['Cr= num2str(real(S(indicemax))), c_r= num2str(real(S(indicemax))),
        c_i= num2str(imag(S(indicemax))) ], 'fontsize',15), drawnow, hold on;
143
144     end

```

ANNEXE E

Code d'analyse linéaire spatiale de la stabilité d'une couche limite aspirée.

```
1 function [g, alphas, alphas, indicemin]=spacialsuction(R1,F,EE,z)
2 N=130;Ninf=10;TT=0;dd=0;m=0;
3
4 % differentiation matrices (Weideman and Reddy differentiation suite)
5 [yvec,D] = chebdif(N,3);
6
7 % Chebyshev scaling
8
9 y = zeros(size(yvec));
10 y = (1-yvec)/2*Ninf;%yfs=(0;Ninf)
11 fact=(2/Ninf);
12 D1=fact*D(:, :, 1);D2=(fact^2)*D(:, :, 2);D3=(fact^3)*D(:, :, 3);
13
14
15 % velocity profile and derivatives
16 Uu=1-exp(-y); UP=exp(-y); UPP=-exp(-y); Uu=flipud(Uu); UP=flipud(UP); UPP=flipud(UPP)
    ; deltastar=1;
17
18 % delta sizing
19 R=R1; kx=kx1; kz=kz1;
20
21 % delta sizing with alternative definition
22 R=R1/sqrt((m+1)/2);
23 % theta to delta sizing
24 R=R1/theta; kx=kx1/theta; kz=kz1/theta;
25
26 % deltastar to delta sizing
27 R=R1/deltastar;
28
29 O=F*R*1E-6;
30
31 mm=24226;BB=6.08E6*EE;KK=5.27E-11*EE; %Kramer-type parameters
32 %mm=822857;BB=4.4E6*EE;KK=2.94;
33
34 % compute dynamic matrix, formulation (p, u, v, kxu, kvx, kx2.u, kx3.u)
35 I=eye(N);
36 AA1 = zeros(N,N); AA2 = zeros(N,N); AA3 = D1; AA4 = zeros(N,N); AA5 = zeros(N,N);
    AA6 = zeros(N,N); AA7 = zeros(N,N);
37 AB1 = zeros(N,N); AB2 = -i*O*I-(D1+D2)/R; AB3 = diag(UP); AB4 = zeros(N,N);
    AB5 = zeros(N,N); AB6 = zeros(N,N); AB7 = zeros(N,N);
38 AC1 = D1; AC2 = zeros(N,N); AC3 = -i*O*I-(D1+D2)/R; AC4 = zeros(N,N); AC5 =
    zeros(N,N); AC6 = zeros(N,N); AC7 = zeros(N,N);
39 AD1 = zeros(N,N); AD2 = zeros(N,N); AD3 = zeros(N,N); AD4 = I; AD5 =
    zeros(N,N); AD6 = zeros(N,N); AD7 = zeros(N,N);
40 AE1 = zeros(N,N); AE2 = zeros(N,N); AE3 = zeros(N,N); AE4 = zeros(N,N);
    AE5 = I; AE6 = zeros(N,N); AE7 = zeros(N,N);
41 AF1 = zeros(N,N); AF2 = zeros(N,N); AF3 = zeros(N,N); AF4 = zeros(N,N);
    AF5 = zeros(N,N); AF6 = I; AF7 = zeros(N,N);
42 AG1 = zeros(N,N); AG2 = zeros(N,N); AG3 = zeros(N,N); AG4 = zeros(N,N);
    AG5 = zeros(N,N); AG6 = zeros(N,N); AG7 = I;
43
44 BA1 = zeros(N,N); BA2 = -i*I; BA3 = zeros(N,N); BA4 = zeros(N,N); BA5 =
    zeros(N,N); BA6 = zeros(N,N); BA7 = zeros(N,N);
45 BB1 = -i*I; BB2 = -i*diag(Uu); BB3 = zeros(N,N); BB4 = -(1/R)*I; BB5 =
    zeros(N,N); BB6 = zeros(N,N); BB7 = zeros(N,N);
```

```

46 BC1 = zeros(N,N); BC2 = zeros(N,N); BC3 = -i*diag(Uu); BC4 = zeros(N,N); BC5
    = -(1/R)*I; BC6 = zeros(N,N); BC7 = zeros(N,N);
47 BD1 = zeros(N,N); BD2 = I; BD3 = zeros(N,N); BD4 = zeros(N,N); BD5 = zeros(
    N,N); BD6 = zeros(N,N); BD7 = zeros(N,N);
48 BE1 = zeros(N,N); BE2 = zeros(N,N); BE3 = I; BE4 = zeros(N,N); BE5 = zeros(
    N,N); BE6 = zeros(N,N); BE7 = zeros(N,N);
49 BF1 = zeros(N,N); BF2 = zeros(N,N); BF3 = zeros(N,N); BF4 = I; BF5 = zeros(
    N,N); BF6 = zeros(N,N); BF7 = zeros(N,N);
50 BG1 = zeros(N,N); BG2 = zeros(N,N); BG3 = zeros(N,N); BG4 = zeros(N,N);
    BG5 = zeros(N,N); BG6 = I; BG7 = zeros(N,N);
51
52
53 % boundary conditions for the compliant case
54
55 AB1(1,:) = zeros(1,N); AB2(1,:) = D1(1,:); AB3(1,:) = zeros(1,N); AB4(1,:) =
    zeros(1,N); AB5(1,:) = zeros(1,N); AB6(1,:) = zeros(1,N); AB7(1,:) =
    zeros(1,N);
56 AB1(N,:) = z*UP(N)*[zeros(1,N-1) 1]; AB2(N,:) = -i*O*[zeros(1,N-1) 1]; AB3(N,:)
    = UP(N)*[zeros(1,N-1) 1]; AB4(N,:) = zeros(1,N); AB5(N,:) = zeros(1,N);
    AB6(N,:) = zeros(1,N); AB7(N,:) = zeros(1,N);
57
58 AC1(1,:) = zeros(1,N); AC2(1,:) = zeros(1,N); AC3(1,:) = D1(1,:); AC4(1,:) =
    zeros(1,N); AC5(1,:) = zeros(1,N); AC6(1,:) = zeros(1,N); AC7(1,:) =
    zeros(1,N);
59 AC1(N,:) = (1+dd*z-i*z*O*mm/R)*[zeros(1,N-1) 1]; AC2(N,:) = (-KK*R/UP(N))*[zeros
    (1,N-1) 1]; AC3(N,:) = (dd-i*O*mm/R)*[zeros(1,N-1) 1]; AC4(N,:) = zeros
    (1,N); AC5(N,:) = zeros(1,N); AC6(N,:) = zeros(1,N); AC7(N,:) = zeros(1,N
    );
60
61 BB1(1,:) = zeros(1,N); BB2(1,:) = -[1 zeros(1,N-1)]; BB3(1,:) = zeros(1,N);
    BB4(1,:) = zeros(1,N); BB5(1,:) = zeros(1,N); BB6(1,:) = zeros(1,N); BB7
    (1,:) = zeros(1,N);
62 BB1(N,:) = zeros(1,N); BB2(N,:) = zeros(1,N); BB3(N,:) = zeros(1,N); BB4(N,:) =
    zeros(1,N); BB5(N,:) = zeros(1,N); BB6(N,:) = zeros(1,N); BB7(N,:) = zeros
    (1,N);
63
64 BC1(1,:) = zeros(1,N); BC2(1,:) = zeros(1,N); BC3(1,:) = -[1 zeros(1,N-1)];
    BC4(1,:) = zeros(1,N); BC5(1,:) = zeros(1,N); BC6(1,:) = zeros(1,N); BC7
    (1,:) = zeros(1,N);
65 BC1(N,:) = zeros(1,N); BC2(N,:) = zeros(1,N); BC3(N,:) = zeros(1,N); BC4(N,:) =
    TT/(UP(N)*R)*[zeros(1,N-1) 1]; BC5(N,:) = zeros(1,N); BC6(N,:) = zeros(1,N
    ); BC7(N,:) = BB/(UP(N)*R^3)*[zeros(1,N-1) 1];
66
67
68 % assembling the problem
69 A = [AA1 AA2 AA3 AA4 AA5 AA6 AA7;
70      AB1 AB2 AB3 AB4 AB5 AB6 AB7;
71      AC1 AC2 AC3 AC4 AC5 AC6 AC7;
72      AD1 AD2 AD3 AD4 AD5 AD6 AD7;
73      AE1 AE2 AE3 AE4 AE5 AE6 AE7;
74      AF1 AF2 AF3 AF4 AF5 AF6 AF7;
75      AG1 AG2 AG3 AG4 AG5 AG6 AG7];
76
77 B = [BA1 BA2 BA3 BA4 BA5 BA6 BA7;
78      BB1 BB2 BB3 BB4 BB5 BB6 BB7;
79      BC1 BC2 BC3 BC4 BC5 BC6 BC7;
80      BD1 BD2 BD3 BD4 BD5 BD6 BD7;
81      BE1 BE2 BE3 BE4 BE5 BE6 BE7;
82      BF1 BF2 BF3 BF4 BF5 BF6 BF7;
83      BG1 BG2 BG3 BG4 BG5 BG6 BG7];
84
85 A = A(1:7*N,1:7*N);
86 B = B(1:7*N,1:7*N);
87

```

```

88
89 % 'qz' algorithm
90
91 warning off MATLAB:divideByZero
92
93 [U,S]=eig(A,B);S=diag(S)*deltastar;%sqrt((m+1)/2);
94 S(isnan(S))=0+2i;
95
96 % filter for spurious eigenvalues
97
98 for s = 1:length(S)
99     if imag(S(s)) >= 0.5 || imag(S(s)) < -0.5
100         S(s) =0+2i;
101     end
102
103     if real(S(s)) >= 0.9
104         S(s) =0+2i;
105     end
106 end
107
108 [g,indicemin] = min(imag(S));
109 alphai=imag(S(indicemin));
110 alphas=real(S(indicemin));
111
112
113 %plot the modes in complex c plane
114
115 com=[ 'U0=max( abs(UU(NN+1:2*NN,@)) );figure(52);hold on;subplot(1,3,1);plot(abs(UU(1:NN,
116     @)), YY, 'b');title('pressure p');subplot(1,3,2);plot(abs(UU(NN+1:2*NN,@))/U0,
117     YY, 'b');title('longitudinal velocity u');subplot(1,3,3);plot(abs(UU(2*NN+1:3*
118     NN,@))/U0,YY, 'b');title('wall normal velocity v');'];
119
120 figure(26); hold on
121 for ind=1:7*N; han=plot(S(ind),'bo'); grid on; hold on; set(han,'
122     buttondownfcn',replaceind(com,'@',ind)); end
123
124 xlim([0,0.5]); ylim([-0.05,0.05]);
125 title(['Re = ' num2str(R1), ' F = ' num2str(F), ' E = ' num2str(EE)], '
126     fontsize',13), drawnow , hold on;
127 ylabel(['\alpha_r = ' num2str(real(S(indicemin))), '\alpha_i = ' num2str(imag(S(
128     indicemin))) ], 'fontsize',15), drawnow , hold on;
129
130 end

```

ANNEXE F

Code de calcul du profil de la vitesse moyenne d'une couche de mélange de canopée (d'après la méthode inspirée par Ghisalberti & Nepf [75] et détaillée dans la figure 5.6

```
1 function [Uu,UP,UPP,Cdd,Re,zz1,zz20,H,coeflc]=canoprofile(a,U1,S,N,hh)
2 nu=9.74E-3;%viscosity
3 coeflc=0.22;%adjusted coefficient for mixing length
4 coefcd=0.44;%adjusted coefficient for drag
5
6 N=N*10;%increases resolution
7 d=0.64;% grass diameter
8 prec1=1E-1; prec2=1E-3;%precision for loops 1 and 2
9
10 clear Xeta1;clear Yeta1;%X and Y for eta(y) profile
11 Xeta1=[0.45 0.46 0.475 0.525 0.6 0.7 0.84 1.03 1.15 0.95 0.72 0.47 0.23 0 0 0 0 0 0];
12 Yeta1=[000 00.1 000.2 000.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.76 0.8 0.85 0.9 0.95 1.05 1.1 1.5 2 2.5 3
        3.36];
13
14 zz1=hh-0.4/a; if zz1<0;zz1=1;end %z1 Initial guess (Ghisalberti-Nepf)
15 tml=(hh-zz1)/0.33;% tml Initial guess (Ghisalberti-Nepf)
16 Uh=U1*(2+(a-0.04)*(0.9)) %Uh Initial guess
17
18 for ind1=1:3 %"Red" loop (for Cd)
19
20     Red=Uh*d*1E-4/9.74E-7 %Cylinder Reynolds number
21
22     for indz1=1:40 %"zz1" loop (for z1)
23
24         for indz2=1:40 %"tml" loop (for z2)
25
26             zz2=(zz1+tml);
27             z2h=zz2/hh;
28             z1=round(zz1*N/zz2);if z1<2;z1=2;end;
29             clear z; z=linspace(0,z2h,N);
30             h=round(N/zz2*hh);%top of the canopy index
31
32             Cda=(1+10*Red^(-2/3))/1.16*(1.16-9.31*(a*d)+38.6*(a*d)^2-59.8*(a*d)^3)
33             clear spleta;spleta=interp1(Yeta1,Xeta1,z,'spline');
34             etamax=max(spleta);indetamax=find(spleta==max(spleta)); %spline for eta(y)
35             for rr=1:indetamax;%lower part spline correction
36                 spleta(rr)=(spleta(rr)-0.45)*1.1+coefcd;
37             end;
38             for rr=(indetamax+1):h;%upper part spline correction
39                 spleta(rr)=(spleta(rr))*max(spleta)/etamax;
40             end
41             clear Cd;for ind=1:(h-1);Cd(ind)=abs(spleta(ind))*Cda;end;Cd(h:N)=0;
42
43             Dz=zz2/N;%incremental pitch
44
45             clear lc;lc(1:h)=coeflc*(hh-zz1);lc(h+1:N)=0.081*tml;%mixing length inside and
                outside the canopy
46
47             clear U; U(1:z1)=U1;DU(1:z1)=0;
48             for ind=z1:N
```

```

49
50     Cdmoy=(Cd(ind-1)+Cd(ind))/2;
51
52     DU(ind)=(DU(ind-1)^2+1/(lc(ind)^2)*(0.5*Cdmoy*a*U(ind-1)^2-981*S)*Dz)
53         ^0.5;
54     if imag(DU(ind))~=0;DU(ind)=0;end
55     U(ind)=U(ind-1)+(DU(ind)+DU(ind-1))/2*Dz;Umoy=(U(ind)+U(ind-1))/2;
56
57     DU(ind)=(DU(ind-1)^2+1/(lc(ind)^2)*(0.5*Cdmoy*a*Umoy^2-981*S)*Dz)^0.5;
58     if imag(DU(ind))~=0;DU(ind)=0;end
59     U(ind)=U(ind-1)+(DU(ind)+DU(ind-1))/2*Dz;Umoy=(U(ind)+U(ind-1))/2;
60
61 end
62
63 DUUh=(U(N)-U1)/U(h); N1=N;
64 if abs(DUUh-(16*a*d+1))<=prec1; break; end
65
66 if DUUh-(16*a*d+1)<-prec1; tml=tml*1.1; hautplus=zz2;
67     Umax=U(N);
68 else
69     while DUUh-(16*a*d+1)>prec1; N1=N1-1;
70     DUUh=(U(N1)-U1)/U(h);
71     end
72     hautmoins=zz2;
73     Umax=U(N);
74     tml=(zz2/N*(N1+N)/2)-zz1;
75 end
76
77 end
78
79 beta=zz1/hh; eta=(0.63-0.4*beta^3.5-0.45*beta)/(1-beta);
80 zz1b=hh-((U(N)-U1))^2/(U(h)^2-U1^2)/(8.7*a*Cda*1*eta);
81
82 if abs(zz1b-zz1)<prec2; break; end
83 zz1=zz1b; if zz1<0; zz1=2; end; if isnan(zz1); zz1=2; end
84
85 end
86
87 Uh=U(h);
88 end
89
90 uplim=N;
91 while DU(uplim)>0.001 % extends the curve until DU=0
92     uplim=uplim+1; lcup=lc(N);
93
94     DU(uplim)=(DU(uplim-1)^2+1/(lcup^2)*(-981*S)*Dz)^0.5;
95     if imag(DU(ind))~=0;DU(ind)=0;end
96     U(uplim)=U(uplim-1)+(DU(uplim)+DU(uplim-1))/2*Dz;
97 end
98
99 zz20=zz2+(uplim-N)*Dz;
100 U=real(U);
101 uplim2=round(hh*(N/200)*N/zz2); % new upper limit index (to stabilize the profile)
102 U(uplim+1:uplim2)=U(uplim); Cd(N+1:uplim2)=0; % extends the profile
103 H=zz2+(uplim2-N)*Dz; %corresponding heigth
104 z2hup=H/hh;
105 Uup=U; Ccd=Cd; U(uplim2+1:uplim2+3)=U(uplim2); Cd(uplim2+1:uplim2+3)=Cd(uplim2);
106
107 for indN=2:N; ind1=indN*uplim2/N; indlow=floor(ind1); indup=ceil(ind1); % rescales U at
108     N
109     Uup(indN)=(U(indup)*(ind1-indlow)+U(indlow)*(indup-ind1))/(indup-indlow);
110     Ccd(indN)=(Cd(indup)*(ind1-indlow)+Cd(indlow)*(indup-ind1))/(indup-indlow);
111 end

```

```

111     Uup(N)=Uup(N-1);Uup(N+1:uplim2) = [];
112     Ccd(N)=Ccd(N-1);
113     Ccd(N+1:uplim2) = [];
114
115     Re=Uh*hh/nu;
116
117     N=N/10;
118     for indec=1:N-1; %back to initial resolution
119         Uup(indec+1)=Uup(indec*10);Ccd(indec+1)=Ccd(indec*10);DU(indec+1)=DU(indec*10);
120     end;
121     Uup(N)=Uup(N-1);Ccd(N)=Ccd(N-1);Uup(N+1:N*10) = [];Ccd(N+1:N*10) = [];
122
123     for indd=2:N-1; %"fills" the empty values
124         if isnan(Ccd(indd));
125             Ccd(indd)=(Ccd(indd-1)+Ccd(indd+1))/2;
126         end;
127         if isnan(Uup(indd));
128             Uup(indd)=(Uup(indd-1)+Uup(indd+1))/2;
129         end;
130     end
131
132     z=linspace(0,H,N);
133     Uup(N)=Uup(N-1);
134     Umoy=(Uup(N)+Uup(1))/2; Uup=Uup/Umoy; %non-dimensioning
135
136     [yvec,D] = chebdif(N,2);clear y; y = (1-yvec)/2*H; %Chebyshev scaling
137     clear Uu;Uu(1)=Uup(1);
138     for indx=2:N;
139         indz=1;
140         while y(indx)>z(indz);
141             indz=indz+1;
142         end;
143         Uu(indx)=(Uup(indz)*(y(indx)-z(indz-1))+Uup(indz-1)*(z(indz)-y(indx)))/(z(indz)-z(indz-1));
144     end
145     clear Cdd;Cdd(1)=Ccd(1);
146     for indx=2:N;
147         indz=1;
148         while y(indx)>z(indz);
149             indz=indz+1;
150         end;
151         Cdd(indx)=(Ccd(indz)*(y(indx)-z(indz-1))+Ccd(indz-1)*(z(indz)-y(indx)))/(z(indz)-z(indz-1));
152     end
153
154     fact=(-2/H);D1=fact*D(:, :, 1);D2=(fact^2)*D(:, :, 2);
155     Uu = smooth(Uu','loess',20); UP=D1*Uu; UP = smooth(UP); %mean velocity and first
        derivative smoothing
156     UPP=D1*UP; UPP(1:10)=0;
157     UPP(N-1:N)=0;
158     UPP = smooth(UPP);
159
160     Cdd=Cdd';
161
162     figure(7);hold on;plot(Uu,y,'b');hold on; plot(UP,y,'r');plot(UPP,y,'k');plot(Cdd,y,'m-');
163
164 end

```

ANNEXE G

Code d'analyse linéaire de la stabilité d'une couche de mélange de canopée.

```
1 function [om,g,indicemax]=canostability(R,kx,a,N,Uu,Cd,zz1,zz2,hh,H,coeflc)
2
3 %Chebyshev scaling
4
5 [yvec,D] = chebdif(N,2); clear y ; y = (1-yvec)/2*H;
6
7 fact=(-2/(H/hh)); D1=fact*D(:, :, 1); D2=(fact^2)*D(:, :, 2);
8
9 Uu = smooth(Uu', 'loess', 20);
10 UP=D1*Uu; UP = smooth(UP);
11 UPP=D1*UP; UPP(1:10)=0;
12 UPP(N-1:N)=0;
13 UPP = smooth(UPP);
14
15 h=round(N/H*hh);
16 clear lc; lc(1:h)=coeflc*(hh-zz1); lc(h+1:N)=0.081*(zz2-zz1);
17
18 lc=lc/hh; a=a*hh;
19
20 %Laplacian
21 I=eye(N);
22 k2=kx^2;
23 delta=(D2-k2*I);
24
25 %compute dynamic matrix, formulation (p, u, v)
26
27 AA1 = zeros(N,N); AA2 = i*kx*I; AA3 = D1;
28 AB1 = i*kx*I;
29 AB2 = i*kx*diag(Uu); %Euler
30 %AB2 = i*kx*diag(Uu)-2*diag(lc.*lc)*(diag(UP)*D2+diag(UPP)*D1)-delta/R+a*diag(Cd.*Uu);
31 AB3 = diag(UP); %D1*diag(Uu);
32 AC1 = D1; AC2 = zeros(N,N);
33 AC3 = i*kx*diag(Uu); %Euler
34 %AC3 = i*kx*diag(Uu)-delta/R;
35
36 BA1 = zeros(N,N); BA2 = zeros(N,N); BA3 = zeros(N,N);
37 BB1 = zeros(N,N); BB2 = i*kx*I; BB3 = zeros(N,N);
38 BC1 = zeros(N,N); BC2 = zeros(N,N); BC3 = i*kx*I;
39
40
41 % boundary conditions
42
43 %AB1(1,:) = zeros(1,N); AB2(1,:) = [1 zeros(1,N-1)]; AB3(1,:) = zeros(1,N);
44 %AB1(N,:) = zeros(1,N); AB2(N,:) = [zeros(1,N-1) 1]; AB3(N,:) = zeros(1,N);
45
46 AC1(1,:) = zeros(1,N); AC2(1,:) = zeros(1,N); AC3(1,:) = [1 zeros(1,N-1)];
47 AC1(N,:) = zeros(1,N); AC2(N,:) = zeros(1,N); AC3(N,:) = [zeros(1,N-1) 1];
48
49 %BB1(1,:) = zeros(1,N); BB2(1,:) = zeros(1,N); BB3(1,:) = zeros(1,N);
50 %BB1(N,:) = zeros(1,N); BB2(N,:) = zeros(1,N); BB3(N,:) = zeros(1,N);
51
52 BC1(1,:) = zeros(1,N); BC2(1,:) = zeros(1,N); BC3(1,:) = zeros(1,N);
53 BC1(N,:) = zeros(1,N); BC2(N,:) = zeros(1,N); BC3(N,:) = zeros(1,N);
54
55
56 %assembling the problem
```

```

57
58     A = [AA1    AA2    AA3 ;
59           AB1    AB2    AB3 ;
60           AC1    AC2    AC3 ;];
61     B = [BA1    BA2    BA3 ;
62           BB1    BB2    BB3 ;
63           BC1    BC2    BC3 ;];
64
65     A = A(1:3*N,1:3*N);
66     B = B(1:3*N,1:3*N);
67
68
69 % 'qz' algorithm
70
71     warning off MATLAB:divideByZero
72
73     [U,S]=eig(A,B);S=diag(S);
74     S(isnan(S))=0-i;
75
76 % filter for spurious eigenvalues
77
78     for s = 1:length(S)
79         if abs(imag(S(s))) >= 1E2
80             S(s) =0-i;
81         end
82
83         if abs(real(S(s))) >= 1E3
84             S(s) =0-i;
85         end
86
87         %if real(S(s)) > 0.7 ;S(s) =0-i;end
88         %if real(S(s)) < -1.4 ;S(s) =0-i;end
89
90     end
91     [g,indicemax] = max(imag(S));
92     com=S(indicemax)*kx1;
93
94
95 %plot the modes in complex c plane
96
97     com=[ 'U0=max( abs(UU(NN+1:2*NN,@)) );figure(34);hold on;subplot(1,3,1);hold on;plot(abs(
98           UU(1:NN,@)), YY, 'b');subplot(1,3,2);plot(abs(UU(NN+1:2*NN,@))/U0,YY, 'b');
99           subplot(1,3,3);plot(abs(UU(2*NN+1:3*NN,@))/U0,YY, 'b');'];
100
101     figure(371); hold on;
102
103     for ind=1:3*N
104         han=plot(S(ind),'og'); grid on; hold on; set(han,'buttondownfcn',replaceind(
105             com,'@',ind));
106     end
107
108     ylim([-1,1]);
109     ylabel(['N=' num2str(N), ' Max C=' num2str(S(indicemax)) ], 'fontsize',15),
110     drawnow, hold on;
111
112 end

```


EFFETS D'INTERFACES POROELASTIQUES SUR LA STABILITE D'UN ECOULEMENT INCOMPRESSIBLE CISAILLE.

Résumé :

L'objectif de ce travail est d'étendre l'étude locale de la stabilité linéaire des interactions fluide-structure à des domaines peu ou pas encore abordés dans la littérature ; l'influence des interfaces poroélastiques sur les couches limites bidimensionnelles, tridimensionnelles, ou aspirées, ainsi que l'écoulement dans une canopée modélisé par un profil de vitesse réaliste, sont ainsi traités.

Les résultats révèlent que dans les couches limites 3D, la compliance réduit le domaine d'instabilité du mode TS dominant mais fait apparaître des modes hydroélastiques ; à l'inverse, la perméabilité stabilise ces derniers tout en déstabilisant l'onde TS, s'apparentant en cela à un amortissement. Sur les ailes en flèche, la transition dépend localement d'instabilités nommées tourbillons Crossflow (CF) d'origine non-visqueuse ; l'effet déstabilisant de la perméabilité sur celles-ci est presque nul tandis que son action positive sur les modes hydroélastiques reste intact, offrant des perspectives prometteuses.

Dans le domaine des couches limites aspirées, la quasi-totalité des études publiées reposent sur l'hypothèse d'une perméabilité négligeable et d'une paroi rigide ; or il est démontré ici que la perméabilité (indissociable de la succion) exerce même à faible dose une déstabilisation sur la perturbation dominante et que la compliance (pouvant résulter d'un allègement) provoque l'apparition d'une instabilité absolue.

Pour finir, l'attention est portée sur les écoulements dans une canopée -assimilables à des couches de mélange. La stabilité linéaire de l'onde nommée monami ou honami est étudiée sur la base d'un profil de vitesse moyenne réaliste calculé numériquement, puis comparé aux résultats obtenus avec le profil en lignes brisées usuellement employé. L'effet de la force de traînée, communément considéré comme amortissant, se révèle au contraire déstabilisant lorsqu'il est pris en compte dès le calcul du profil de vitesse moyenne.

Mots clés : stabilité linéaire ; interaction fluide-structure ; parois déformables ; parois perméables ; contrôle de la transition ; écoulement dans une canopée .

INFLUENCE OF POROELASTIC INTERFACES ON INCOMPRESSIBLE SHEAR FLOW STABILITY.

Abstract :

Local linear stability of fluid-structure interactions is investigated in uncustomary fields such as swept, unswept and asymptotic suction incompressible boundary layers developing over compliant, porous plates –in the limit of small permeability– or relativistically-modeled incompressible flows over a canopy.

Results show that compliance has a stabilizing effect on the 3D most instable hydrodynamic mode but allows hydroelastic modes to emerge, which take the form of travelling wave flutter instabilities; conversely, permeability tends to damp the latter ones but to destabilize the former ones. Transition on swept wings also locally depends on 3D unviscid instabilities called Crossflow vortices, hardly unstabilized by permeability; this provides promising outlets, since permeability has still a strong positive effect on 3D hydroelastic modes.

In the field of incompressible parallel boundary layer flows with uniform suction through the wall, most of the existing studies are based on the assumption that plate's porosity and flexibility are negligible. Nevertheless, proof is given here that permeability (linked to suction) exerts a strong destabilizing effect on the Tollmien-Schlichting most instable mode. Besides, compliance (that can result from lightening measures) reveals to provoke an absolute instability that is likely to contaminate the entire domain.

Finally, attention is paid to incompressible flows across a canopy, that are similar to mixing layers. Linear stability of the coherent motions called monami or honami is addressed using a relativistically-computed velocity profile, then compared to the results obtained with the customary piecewise linear velocity profile. Then, drag force variations are taken into account as soon as velocity profile computing. The result is that drag happens to have a destabilizing effect on the flow, instead of the commonly admitted damping effect.

Keywords : linear stability; fluide-structure interaction; compliant walls; permeable walls; transition control; canopy shear layer.



Laboratoire
PRISME
8 rue Léonard de
Vinci
45072 Orléans
Cedex 2