

ÉCOLE DOCTORALE
ENERGIE, MATERIAUX, SCIENCES DE LA TERRE ET DE L'UNIVERS

LABORATOIRE PRISME

THÈSE présentée par :
Xavier RÉGAL

Soutenue le : **12 février 2016**

pour obtenir le grade de : **Docteur de l'université d'Orléans**

Discipline/ Spécialité : mécanique

**Caractérisation du comportement en traction
du béton sous fortes sollicitations**

**Essais de flexion trois points aux barres de
Hopkinson**

THÈSE dirigée par :

Patrice BAILLY

Professeur, INSA Centre Val de Loire

co-dirigée par :

Jean-Luc HANUS

Maître de conférences, INSA Centre Val de Loire

RAPPORTEURS :

Franck DELVARE

Professeur, Université de Caen

Fabrice GATUINGT

Professeur, ENS Cachan

JURY :

Gilles HIVET

Professeur, Université d'Orléans, *président du jury*

Franck DELVARE

Professeur, Université de Caen

Fabrice GATUINGT

Professeur, ENS Cachan

Gaëtan PROD'HOMME

Ingénieur de recherche, INERIS

Patrice BAILLY

Professeur, INSA Centre Val de Loire

Jean-Luc HANUS

Maître de conférences, INSA Centre Val de Loire

C'est pas faux

Perceval le gallois, Kaamelott, LIVRE I

Remerciements :

Ce travail de thèse s'inscrit dans la continuité des travaux réalisés au sein de l'axe Dynamique des Matériaux et des Structures du laboratoire Prisme. C'est pour cela que je tiens à remercier Jean-Luc Hanus ainsi que Patrice Bailly mes encadrants de thèse pour m'avoir proposé ce sujet, ainsi que pour l'ensemble des connaissances et des savoirs faire qui m'ont transmis durant ces trois années.

De plus je tiens à remercier Loubna Bouazaoui, Olivier Pennetier, ainsi que les techniciens du département génie civil de l'IUT de Bourges pour leur disponibilité et pour leur savoir-faire qui m'a été précieux dans la conception des différentes éprouvettes.

Je tiens aussi à remercier Franck Delvare ainsi que Fabrice Gatuingt d'avoir accepté d'être rapporteurs de ce travail et d'avoir pris le temps de relire la version préliminaire de ce mémoire avec attention.

Je remercie également messieurs Gaëtan Prod'Homme et Gilles Hivet d'avoir été membres du jury.

Mais aussi l'ensemble des membres du laboratoire que j'ai pu croiser durant ces trois années de thèse. Que cela soit les différents doctorants dont Bastien pour les spaghetti à la bolognaise façon chevrière, Ludovic pour avoir toujours su nous montrer un goût vestimentaire qui ne manque pas d'écailles, Mathilda pour nous rappeler qu'il n'y pas de mauvais moment pour une eau chaude, Kévin Sérafin pour avoir réveillé les traditions viticoles de l'automne, Katarzyna pour l'animation folle qu'elle mettait quotidiennement, Clément pour sa présence remarquable ainsi que le petit Kévin, Krzysztof, Nathan, Yohan, Maria, Lucio, Nabil, Geoffrey et Lyès. Les différents stagiaires qui ont dû me supporter pendant quelques mois, Bradi, Borja pour avoir animé la cage en espagnol, Laëticia la culturiste et Veyah.

Mais aussi les permanents de l'axe que sont Éric qui ne manque pas d'un mot pour rire, Benoît et Huabin. Sans oublier l'intrus du couloir, toujours de bonne humeur, Khaled. Ainsi que ceux qui venaient fréquemment déjeuner ou prendre un café dans notre labo mécanique, Hélène, Serge, Pascal et Florence

Je tiens aussi à remercier ma famille et Sara pour leur soutien tout au long de la thèse.

Table des matières

1	Bibliographie	11
1.1	Comportement mécanique du béton	12
1.1.1	Le béton	12
1.1.2	Augmentation de la résistance du béton avec la vitesse de déformation	14
1.2	Différents types d'essais sur le béton	18
1.2.1	Essais dynamiques sur structures	18
1.2.2	Essais de caractérisation quasi-statiques	22
1.2.3	Essais de caractérisation dynamiques	28
1.2.4	Conclusion sur les essais	36
1.3	Modélisations envisageables	37
1.3.1	Modèles basés sur la plasticité	37
1.3.2	Modèles d'endommagement	39
1.4	Approches statistiques	42
1.4.1	Modèle de Weibull	42
1.4.2	Détermination des paramètres	44
1.4.3	Données de la littérature	46
1.4.4	Utilisation de ces paramètres en dynamique	46
2	Dispositif expérimental et résultats	49
2.1	Préparation des éprouvettes	50
2.1.1	Confection des gâchées	50
2.1.2	Test de compression à 28 jours	52
2.1.3	Saturation et séchage du béton	52
2.1.4	Synthèses des béton secs	53
2.2	Matériel Optique et CIN	55
2.2.1	Corrélation d'Images Numériques : Principe	55
2.2.2	Réalisation du mouchetis	56
2.2.3	Qualité des Images	57
2.2.4	Problème inverse	59
2.2.5	Utilisation de la corrélation d'images dans notre domaine d'étude	61
2.2.6	Matériels optiques	63
2.2.7	Logiciels de CIN	64
2.2.8	Incertitude sur le déplacement	66
2.3	Essais statiques	68
2.3.1	Présentation	68
2.3.2	Essais réalisés	69
2.4	Essais dynamiques	74
2.4.1	Description générale des essais	74
2.4.2	Traitement des signaux des essais	76

2.4.3	Essais réalisés	81
2.5	Résumé et conclusion	94
3	Modélisation des essais	95
3.1	Cas statique	96
3.1.1	Modèles élastiques	96
3.1.2	Recalage par éléments finis (FEMU)	103
3.1.3	Modèles d'endommagement	117
3.2	Cas dynamique	125
3.2.1	Bilan des forces	125
3.2.2	Superposition modale	127
3.2.3	Modélisation éléments finis	130
3.2.4	Forces imposées	132
3.2.5	Comparaison des différents modèles avec les mesures	132
3.2.6	Suivi de fissuration	140
3.2.7	Modèle d'endommagement	146
3.3	Conclusion	155
	Bibliographie	165
A	Volume efficace : flexion trois points	166
B	Convergence de la superposition modale en nombre de modes	168
C	Comparaison de différents schémas d'intégration sous Cast3M	174

Table des figures

1	Exemple de différents types de chocs en fonction de leur vitesse de déformation	4
2	Distinction entre un choc mou et rigide	5
3	Différents modes de dégradation du béton suite à un impact	6
4	Évolution du profil de fracturation	6
5	Évolution du nombre de fissures lors d'essais d'écaillage	7
1.1	Aspect de la surface d'une éprouvette de béton rectifiée	12
1.2	Évolution de la résistance en compression du béton R30A7 en fonction du temps	13
1.3	Dynamic Increase Factor en fonction de la vitesse de déformation pour la compression	15
1.4	Dynamic Increase Factor en fonction de la vitesse de déformation pour la traction	16
1.5	Effet Stefan au sein du béton	16
1.6	Résistance en traction en fonction de la vitesse de déformation	17
1.7	Tube à chocs : dispositif	19
1.8	Tube à chocs : instrumentation de la dalle	19
1.9	Signaux recueillis lors des essais sur tube à choc	20
1.10	Schéma des différentes éprouvettes	22
1.13	Résultat d'un essai de compression simple sur une éprouvette R30A7	23
1.11	Schéma d'un essai de compression	23
1.12	Modes de rupture corrects pour un essai de compression	23
1.14	Dispositifs pour établir un essai de traction	24
1.15	Courbe contrainte/déformation pour un essai de traction	24
1.16	Géométrie d'un disque dans le cadre d'un essai brésilien	25
1.17	Appareillage nécessaire à la réalisation d'un essai de fendage	25
1.18	Géométries d'un essai de flexion normalisé	26
1.19	Dispositif établie par VU pour l'essai triaxial	27
1.20	Parcours de l'onde le long des barres	28
1.21	Machines d'essai et vitesses de déformation associées	31
1.22	Dispositif des barres de Hopkinson pour l'étude de la traction par écaillage	33
1.23	Détermination de la vitesse de <i>Pullback</i>	34
1.24	Dispositif des barres de Hopkinson pour un essai de flexion	35
1.25	Modèle de Han-Chen : surfaces seuils d'élasticité et de rupture	38
1.26	Modèle de Johnson-Holmquist : surface seuil de plasticité	38
1.27	Vitesses de déformation atteintes lors de différents essais	47
2.1	Moules ayant servi à la fabrication des éprouvettes	50
2.2	Granulométrie des différents composants	51
2.3	Configuration du cône d'Abrams	52
2.4	Suivi de la masse des éprouvettes lors de leurs phases de saturation et de séchage	53
2.5	Tension mesurée en fonction de la résonance, évolution temporelle	53
2.6	Préparation des éprouvettes avant le mouchetis	56

2.7	Vues des éprouvettes depuis la caméra rapide	57
2.8	Mouchetis réalisé à l'aide d'une bombe de peinture et histogramme correspondant	57
2.9	Comparaison de différents mouchetis	58
2.10	Comparaison des déformées obtenues par les logiciels de CIN	65
2.11	Répartition des points d'un champ de déplacement supposé nul	67
2.12	Vue de l'essai statique : utilisation du Nikon D700	68
2.13	Schématisation de l'essai de flexion 3 points : cas statique	69
2.14	Détermination de la vitesse de déformation dans le cadre des essais statiques	70
2.15	Courbes effort déformation dans le cas statique	70
2.16	Champs de déplacements issus d'Icasoft et la déformée associée	71
2.17	Champs de déplacement obtenus à l'aide de la CIN : mortier	72
2.18	Champs de déplacement obtenus à l'aide de la CIN : béton	72
2.19	Incertitude sur le déplacement en fonction de δ_f	73
2.20	Dispositif des barres de Hopkinson pour la flexion trois points	74
2.21	Vue rapprochée d'une éprouvette de béton	74
2.22	Schématisation de l'essai de flexion 3 points : cas dynamique	75
2.23	Bandes réfléchissantes au niveau de l'impacteur	77
2.24	Signal obtenu à l'aide du capteur de passage	78
2.25	Représentation du pont complet	79
2.26	Représentation du quart de pont	80
2.27	Ondes en fonction du temps essai : 20150716-D-BE-11	81
2.28	Déformation de la jauge collée sur l'échantillon en fonction du temps	83
2.29	Champs de déplacement déterminés en dynamique bruts $t = 3,427$ ms	85
2.30	Champs de déplacement déterminés en dynamique bruts $t = 3,453$ ms	85
2.31	Champs de déplacement déterminés en dynamique bruts $t = 3,480$ ms	85
2.32	Champs de déplacement déterminés en dynamique lissés $t = 3,427$ ms	86
2.33	Champs de déplacement déterminés en dynamique lissés $t = 3,453$ ms	86
2.34	Champs de déplacement déterminé en dynamique lissés $t = 3,480$ ms	86
2.35	Incertitude sur le déplacement en fonction de δ_f	87
2.36	Faciès d'une éprouvette rompue : essai 20150716-D-BE-10	88
2.37	Visualisation du problème d'interface	89
2.38	Différence observée entre les déplacements mesurés	89
2.39	Ondes en fonction du temps avec ou sans ciment	90
2.40	Forces et vitesses en fonction du temps essai avec ou sans scellement	90
2.41	Déplacement en fonction du temps, essais avec ou sans scellement	91
2.42	Rigidité des interfaces	92
2.43	Évolution de $\dot{\epsilon}$ en fonction de la vitesse d'impact	93
3.1	Schématisation d'une poutre en flexion trois points	96
3.2	Courbes contraintes déformation : modèle poutre	97
3.3	Schématisation du contact de Hertz	99
3.4	Maillage éléments-finis dans le cas 2D	100
3.5	Convergence dans le cas de la modélisation 2D	101
3.6	Principe du recalage par la méthode des éléments finis	104
3.7	Détermination du jeu de paramètres optimal, description de l'algorithme sous Cast3M	111
3.8	Déformées des poutres ayant servies au banc d'essai numérique	113
3.9	Schéma représentant la modélisation effectuée avec en parallèle l'expérience	114
3.10	Schéma représentant la rotation centrée sur l'appui droit	114
3.11	Champs de déplacement mesurés	115
3.12	Champs de déplacement issus d'un calcul éléments-finis	116

Table des figures

3.13	Courbe effort déformation	116
3.14	Schématisation de notre poutre, avec les grandeurs utilisées	117
3.15	Principe de la détermination de l'état de contrainte au sein de la poutre	118
3.16	Moment déformation dans le cadre du mortier	120
3.17	Profil contraintes déformations pour le mortier	121
3.18	Évolution de la contrainte et de l'endommagement le long de la hauteur : cas du mortier	121
3.19	Moment déformation dans le cadre du béton	122
3.20	Profil contraintes déformations pour le béton	122
3.21	Évolution de la contrainte et de l'endommagement le long de la hauteur : cas du béton	123
3.22	Bilan des forces : réponse élastique	125
3.23	Bilan des forces : cas avec rupture	126
3.24	Poutre et efforts appliqués	127
3.25	Représentation des modes propres de la poutre	129
3.26	Maillage et conditions aux limites de la poutre pour les calculs EF en 2D	130
3.27	Déplacement expérimental et son interpolation	130
3.28	Maillage de la poutre pour le calcul éléments-finis en 3D	131
3.29	Comparaison des différents modèles éléments-finis	131
3.30	Réponse de la jauge dans le cas d'un essai sans rupture	132
3.31	Comportement élastique de la jauge	133
3.32	Évolution du déplacement : cas du mortier	134
3.33	Évolution du déplacement : cas du béton	135
3.34	Réponse de la jauge : cas du mortier	136
3.35	Réponse de la jauge : cas du béton	137
3.36	Évolution de la contrainte à rupture : cas du mortier	139
3.37	Évolution de la contrainte à rupture : cas du béton	139
3.38	Exemple de champs de déplacement obtenus à l'aide de la CIN	140
3.39	Indicateur de fissuration et déformation : essai 20140717-D-MO-2	142
3.40	Indicateur de fissuration et déformation : essai 20140717-D-MO-3	142
3.41	Indicateur de fissuration et déformation : essai 20150703-D-BE-2	143
3.42	Indicateur de fissuration et déformation : essai 20150716-D-BE-1	143
3.43	Évolution temporelle de la fissuration : Essai 20150703-D-BE-5	145
3.44	Principe de la détermination de l'état de contrainte au sein de la poutre en dynamique	146
3.45	Allure des modes de la poutre	148
3.46	Profils moments-déformations : cas du mortier	149
3.47	Profils moments-déformations : cas du béton	149
3.48	Profils contraintes-déformations : cas du mortier	150
3.49	Profils contraintes-déformations : cas du béton	151
3.50	Évolutions le long de la hauteur : cas du mortier	152
3.51	Évolutions le long de la hauteur : cas du béton	152
3.52	Évolution de la contrainte à rupture : cas du mortier	153
3.53	Évolution de la contrainte à rupture : cas du béton	153
3.54	Facteur d'amplification dynamique en fonction de la vitesse de déformation pour la traction	158
A.1	Schématisation d'une poutre en flexion trois points	166
B.1	Courbes contrainte déformation : modèle poutre	168
B.2	Réponse de la superposition modale à un échelon	170
B.3	Réponse de la superposition modale à une montée en rampe	170
B.4	Réponse de la superposition modale à un créneau	171
B.5	Réponse de la superposition modale à une sollicitation en triangle	171

B.6	Réponse de la superposition modale à un échelon	172
B.7	Réponse de la superposition modale à une rampe	172
B.8	Réponse de la superposition modale à un échelon	173
B.9	Réponse de la superposition modale à une sollicitation en triangle	173
C.1	Comparaison des différents schémas éléments-finis : déformation planes	175
C.2	Comparaison des différents schémas éléments-finis : contraintes planes	175

Nomenclature

Paramètre	Unité	Signification
a	sans unité	Paramètre d'endommagement
b	sans unité	Paramètre d'endommagement
C	m/s	Célérité des ondes
D	sans unité	Endommagement
$\dot{D}_{\infty}$	s^{-1}	Paramètre d'endommagement
E	GPa	Module d'Young
e	m	Épaisseur de l'éprouvette
F	N	Force
G	sans unité	Gain d'amplification
h	cm	Longueur de l'éprouvette
I	m^4	Moment quadratique de la poutre
k	sans unité	Facteur de jauge
K	N/m	Rigidité de la structure
L	m	Longueur de l'éprouvette
l	cm	portée de l'éprouvette (distance entre les appuis)
M_f	N.m	Moment fléchissant
m	kg	Masse de l'éprouvette
R	Ohm	Résistance électrique
r	cm	Rayon de l'éprouvette
S	m^2	Section de l'éprouvette (eh)
t	s	Temps
T_{pxl}	mm	Taille d'un pixel
T°	$^{\circ}C$	Température
U	m	Déplacement
V	m/s	Vitesse
V_i	m/s	Vitesse d'impact
Z	N.s/m	Impédance des barres
γ	sans unité	Contraste d'une image
δ	m	Excentricité de la fibre neutre
δ_f	Niveau de gris / pixel ²	Gradient d'intensité moyenne
ε	sans unité	Tenseur des déformations
ε_{eq}	sans unité	Déformation équivalente
κ_0	sans unité	Seuil d'endommagement initial
Λ	pixel	Indicateur de perte de linéarité
ν	sans unité	Coefficient de Poisson
ρ	kg/m^3	Masse volumique
σ_{eff}	MPa	Contrainte
ζ	pixel	Écart type
ξ	pixel	Incertitude sur le champ de déplacement
ω_n	s^{-1}	Pulsation propre du modes n

Introduction

Contexte de l'étude

Cadre réglementaire et situation industrielle

Bien que le béton soit un matériau utilisé dans de nombreuses constructions édifiées au cours du 20^{ème} et 21^{ème} siècles, et que l'étude de son comportement statique soit très approfondi, son comportement en dynamique et notamment en traction est moins bien renseigné. De nos jours notre territoire est parsemé de divers sites industriels où les risques d'accident existent. Ceux-ci peuvent causer des dégâts à leur environnement plus ou moins proche. Sur la période 2006-2009, 5340 accidents industriels et technologiques ont été recensés en France. De plus nombre de ces installations à risques possèdent des bâtiments en béton, tels que les enceintes de protection des réacteurs nucléaires, les silos à grains, etc. Les atteintes que subissent ces structures peuvent être violentes et soudaines. Comme par exemple l'explosion de silos à grain près de Blaye le 20 août 1997 [MASSON, 1998] qui causa la mort de onze personnes. Souvent en plus de l'événement déclencheur de tels accidents, des réactions en chaîne (effets dominos) peuvent se produire notamment à cause de l'éjection de fragments. Ce genre d'incident implique au sein des structures des sollicitations mécaniques importantes. C'est en partie pour prévenir ce genre d'événements que l'administration impose une série de mesures telles que la réalisation des PPRT (Plan de Prévention des Risques Technologiques, via la loi n°2003-699 du 30 juillet 2003). Cette documentation sert à mettre le plus de clarté possible sur les risques induits par les différents sites industriels. L'implantation toujours plus importante de structures en béton se fait dans des environnements toujours plus sollicités dans lesquels peuvent apparaître des accidents d'origine industrielle, naturelle voire malveillante. Dans ce cadre, il est essentiel de bien connaître le comportement des différentes structures face aux divers impacts et explosions.

Contexte du Projet IMFRA2

Il s'agit d'un projet de recherche d'intérêt régional financé par la région Centre. L'intitulé exact de ce projet est **IMP**act de **FR**ragments sur des installations voisines, il correspond à une poursuite des démarches entreprises au cours du projet **IMP**act de **FR**ragments (IMFRA) (2006-2009). Cette problématique s'inscrit dans le cadre d'accidents en environnement industriel par l'étude des conséquences induites par la rupture d'équipements industriels impactant des installations voisines de types métalliques ou bétons. Le projet porte sur l'analyse et l'évaluation de la possibilité de sur-accident ou effet domino :

- génération de fragments issus de la rupture d'enceintes sous pression ou de machines en rotation ;
- impacts et interactions entre les fragments et les cibles (métal ou béton) ;
- endommagement des cibles et phénomènes associés donnant naissance à une nouvelle séquence.

Les objectifs sont d'estimer les conséquences de projections plus ou moins violentes sur des éléments environnants impactés, de mettre en évidence les phénomènes de sur-accident, d'obtenir une méthodologie globale d'analyse du risque de sur-accident pour une configuration industrielle donnée.

Le travail de cette thèse s'inscrit dans le cadre de ce projet, et s'attache plus particulièrement à déterminer le comportement du béton lorsque ce dernier est soumis à une sollicitation dynamique rapide du type impacts de fragments. En effet plusieurs études tendent à montrer une évolution du comportement du béton lorsque ce dernier est soumis à des sollicitations de plus en plus sévères. Néanmoins, il existe une multitude d'approches différentes pour caractériser cette évolution, que cela soit en terme de vitesse de déformation ou de variété des dispositifs expérimentaux. Il n'est donc pas toujours évident de confronter les différentes approches utilisées et de comparer les résultats.

Caractéristiques d'une sollicitation dynamique sur une structure en béton

Classification des chocs Dans un premier temps il est nécessaire de définir la nature du chargement mécanique auquel sont soumises les structures subissant les sollicitations évoquées précédemment. La figure (1) reprend les caractéristiques de chargements issus de différents types de chocs. Ici sont répertoriés d'une part les chocs accidentels, tels que des explosions ou des séismes, et d'autre part les chocs obtenus à l'aide des différents moyens d'essais.

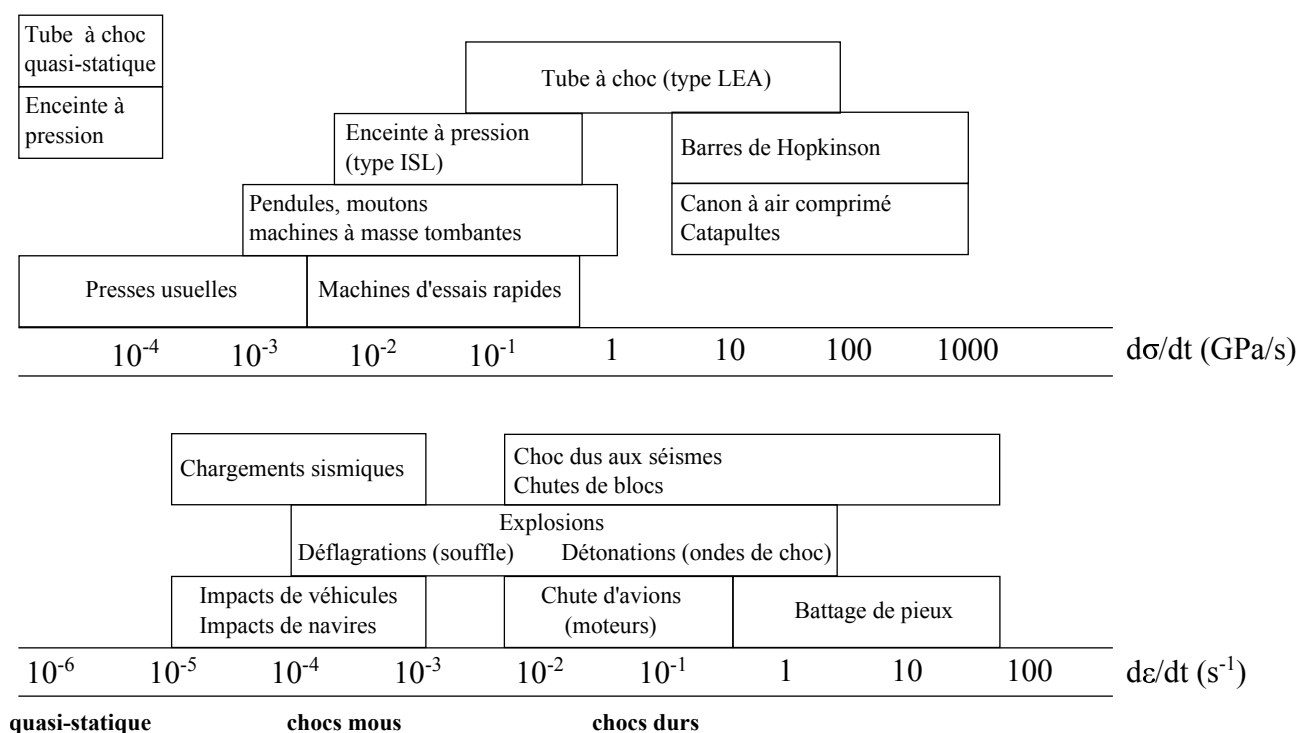


FIGURE 1 – Exemple de différents types de chocs en fonction de leur vitesse de déformation [TOUTLEMONDE, 1994]

Un choc sur une structure provient généralement de deux types de phénomènes, soit la transmission d'une onde de choc par un milieu adjacent tel un séisme ou une explosion, soit l'arrivée brutale d'un projectile solide appelé impact. Les chocs peuvent être caractérisés de mous ou de durs, pour les impacts il est usuel de parler de chocs mous lorsque le projectile s'écrase complètement sur la cible, tandis que cette dernière subit peu de déformation lors du choc. D'autre part, les chocs dits durs représentent le cas opposé, i.e. destruction de la cible et peu de déformation sur le projectile. La figure (2) illustre ces deux cas de figure [KOECHLIN, 2007] [PARIS, 2007]. Concernant les structures de génie civil les chocs durs conduisent à des vitesses de déformation comprises entre 0,1 et 10 s⁻¹. [TOUTLEMONDE and GARY, 2004]

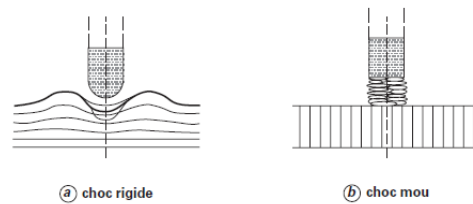


FIGURE 2 – Distinction entre un choc mou et rigide [PARIS, 2007]

Les situations accidentelles envisagées dans le cadre de cette étude, sont principalement des explosions (déflagrations et détonations) ainsi que des impact de fragments. Ces derniers étant supposés provenir de bâtiments aux alentours, ils sont soit métalliques soit en béton et donc possèdent une masse volumique supérieure ou égale à celle de notre matériau d'étude qu'est le béton. De plus ces situations sont également caractérisées par une montée en chargement rapide (montée en pression de l'ordre de 10^{-5} seconde pour une détonation).

Il s'agit donc de sollicitations qui vont nous amener à considérer des chocs plutôt durs. C'est pour cela que nous nous intéresserons à des moyens expérimentaux adaptés tels les barres de Hopkinson.

Phénomènes associés En cas de choc dur sur une structure en béton, ce dernier peut entraîner des détériorations de différents types. Il est usuel de répertorier sept phénomènes [LI et al., 2005].

- Pénétration (a) : le projectile rentre partiellement dans la structure, cette dégradation est caractérisée par la longueur de pénétration ;
- rupture conique en face arrière (b) : un bloc de béton de forme conique se détache de la face arrière ;
- écaillage de la face avant dite "spalling" en anglais (c) : des fragments de béton se décollent de la face avant ;
- fissuration (d) : apparition de fissures allant de la zone d'impact vers l'intérieur du matériau ;
- écaillage de la face arrière dite "scabbing" en anglais (e) : des fragments de béton se décollent de la face arrière ;
- perforation (f) : le projectile traverse la structure ;
- réponse structurelle (g) : déformation globale de la structure.

Les six premiers cas de cette liste correspondent à des réponses locales pouvant avoir peu de conséquences sur la tenue de la structure, tandis que le dernier évoqué concerne les réponses globales. Ils sont représentés au sein de la figure (3).

Effet de la vitesse Lorsque le béton est soumis à de grandes vitesses de déformations son comportement évolue avec cette dernière. Un des phénomènes les plus reconnus est l'évolution de la contrainte à rupture en fonction de la vitesse de déformation que cela soit en compression ([BISCHOFF and PERRY, 1991]) ou en traction ([MALVAR and CRAWFORD, 1998]). Néanmoins ce n'est pas la seule caractéristique qui évolue en fonction de la vitesse de déformation. Les profils de rupture aussi évoluent, alors que l'on a une simple fissuration pour des vitesses de déformation faibles, de multiples fissures apparaissent lorsqu'on augmente cette dernière. De même les profils de ces fissures deviennent différents. Par exemple dans le cadre d'essais de flexion trois points dynamiques, il a été remarqué le passage d'une fissure de flexion à une fissure de cisaillement [HANUS et al., 2010]. Sur la figure (4) on observe bien deux fissures à 45° caractéristiques du cisaillement lors d'un chargement rapide à mettre en parallèle d'une fissure droite comparable au cas statique lors des chargements plus lents. Ceci met en évidence le changement du mode de rupture en fonction de la vitesse de sollicitation.

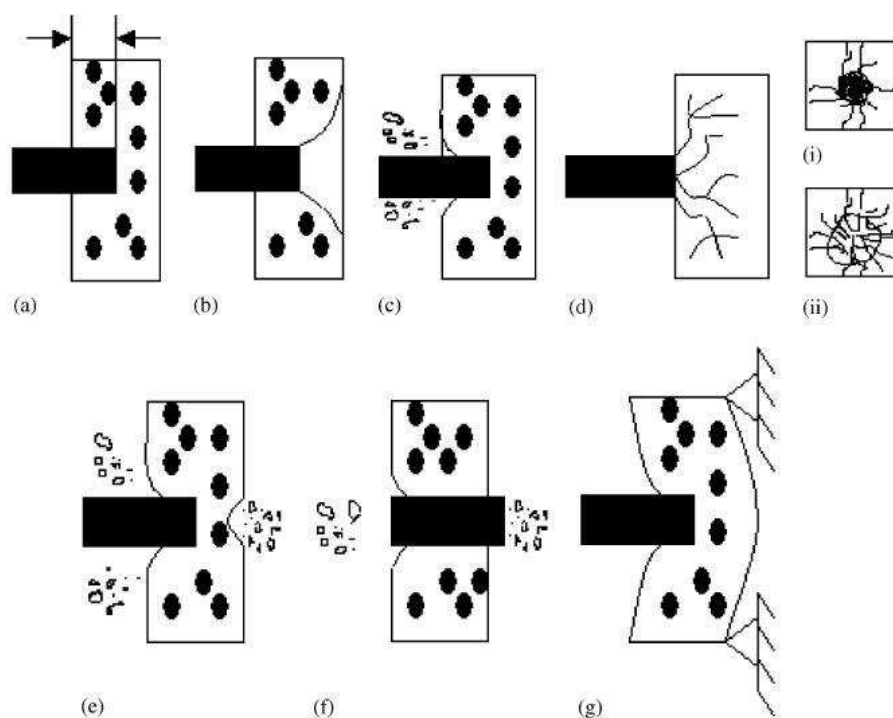


FIGURE 3 – Différents modes de dégradation du béton suite à un impact [LI et al., 2005]

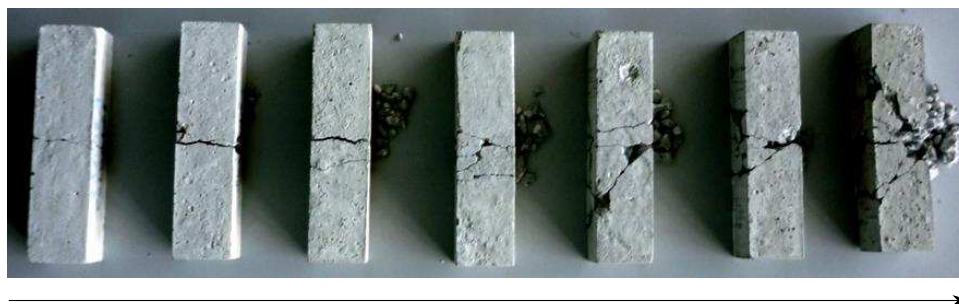


FIGURE 4 – Évolution du profil de fracturation d'éprouvette de béton R30A7 pour des vitesses d'impact allant de 2,82 m/s à 12,6 m/s [HANUS et al., 2010]

De même en écaillage dynamique, il y a une augmentation du nombre de fissures avec la vitesse de déformation ce qui est mis en évidence sur la figure (5), qui montre des résultats d'essais d'écaillage sur du béton R30A7. [ERZAR, 2010].

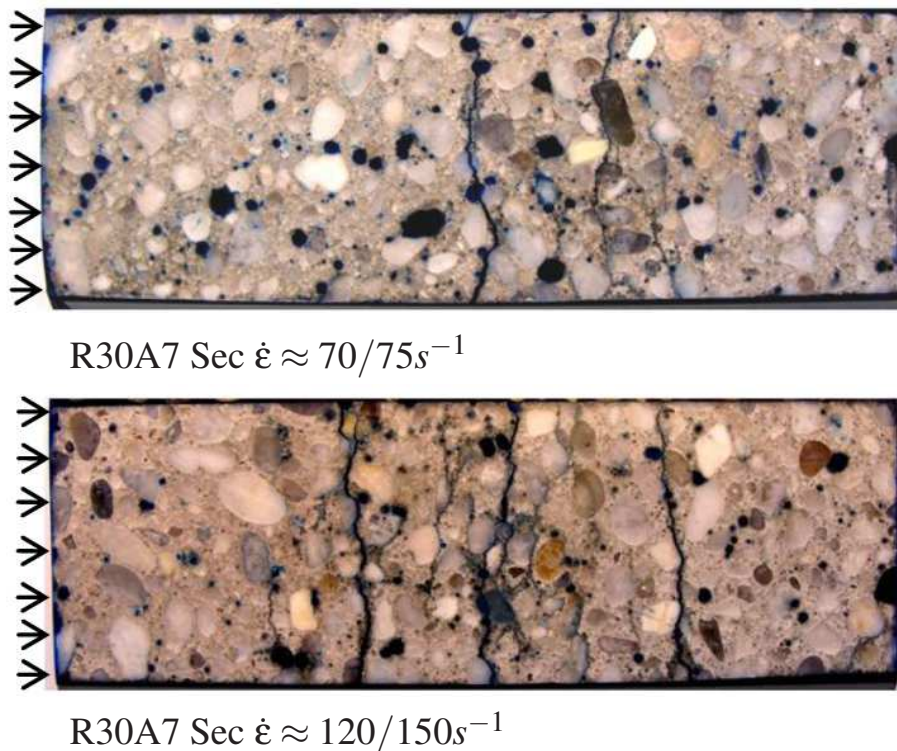


FIGURE 5 – Évolution du nombre de fissures lors d’essais d’écaillage [ERZAR, 2010]

Le comportement en traction du béton est celui sur lequel va principalement ce porter notre attention. En effet la résistance en traction du béton est plus faible qu’en compression. De plus, comme vu ci-dessus, c’est principalement lorsque ce dernier travaille en traction que divers fragments sont éjectés.

Objectifs et moyens

Ainsi, au sein du projet IMFRA 2, nous nous intéressons à étudier le comportement du béton en traction sous sollicitations dynamiques.

Afin de caractériser cet effet de la vitesse lors de campagne d’essais, nous disposons au sein de notre laboratoire de barres de Hopkinson de différentes compositions (aluminium, acier, nylon) permettant de réaliser des essais à différentes gammes de vitesses et sur différents matériaux. L’utilisation de barres en adéquation avec le matériau étudié nous permet de bien pouvoir déterminer les efforts et vitesses aux extrémités des barres. De plus, afin de mieux suivre nos essais, il a été fait l’acquisition d’une caméra rapide (pouvant aller jusqu’à plus de 100 000 images/secondes). L’intérêt de la caméra est de pouvoir disposer d’un outil de métrologie supplémentaire permettant entre autres de mieux déterminer l’initiation de la fissuration ainsi que de suivre les éventuels fragments.

Matériaux étudiés Ici nous intéresserons principalement à deux matériaux, ces derniers seront étudiés sous la forme d’éprouvettes prismatiques de dimensions $40*40*160 \text{ mm}^3$. D’une part un mortier standard réalisé à partir de ciment de classe 32,5 qui a l’avantage d’être peu onéreux, existant dans la littérature et complètement homogène. Et d’autre part un béton dit R30A7 : il s’agit d’un béton standard dont la composition est connue de tous et que l’on retrouve régulièrement dans la littérature ([VU, 2007], [ERZAR, 2010]), néanmoins sa réalisation demande un plus grand soin en particulier sur la taille des granulats. La taille des éprouvettes désirées nous contraint à prendre une composition avec des granulats de petite taille.

Différents essais réalisés Au vu des informations évoquées antérieurement nous nous intéresserons principalement à des essais dynamiques dans la gamme des vitesses comprises entre 1 et 20 s^{-1} , cette dernière étant représentative de différents scénarios d'accidents. Des essais de flexion seront réalisés ; ces derniers ayant la particularité de pouvoir développer différents profils de fragmentation.

Afin de mieux appréhender le comportement dynamique de nos éprouvettes les essais dynamiques seront complétés à l'aide d'essais quasi-statiques dans le but de mieux caractériser le matériau ainsi que l'évolution de son comportement en fonction de la vitesse de déformation. Ces essais statiques seront réalisés en suivant les normes en vigueur.

Plan de thèse

Nous nous intéresserons dans une **première partie** à l'état de l'art sur le comportement dynamique du béton, et plus particulièrement sur son comportement en traction. Pour cela il sera rappelé dans un premier temps plusieurs généralités sur ce matériau, puis nous évoquerons les différents comportements que peuvent avoir les structures en béton face à des sollicitations sévères. Enfin nous verrons comment quantifier la résistance du béton que cela soit en statique ou en dynamique.

Dans une **seconde partie** le dispositif expérimental utilisé afin de caractériser l'évolution de la résistance en fonction de la vitesse de déformation sera présenté. L'ensemble du procédé, de la fabrication des éprouvettes au dépouillement des essais dynamiques, sera évoqué. Enfin dans un dernier temps les résultats bruts seront présentés.

Dans une **troisième partie** nous analyserons nos essais. Pour cela, nous commencerons par utiliser une approche élastique, comme il est d'usage pour les géo-matériaux, puis nous mettrons en avant les limites de cette approche, ainsi que de nouveaux moyens de déterminer la contrainte à rupture dans le cadre d'essais dynamiques, notamment avec la prise en compte de l'endommagement.

Enfin nous mettrons les résultats obtenus en comparaison avec des résultats de la littérature et nous les discuterons.

Chapitre 1

Bibliographie

Introduction

Il est question ici de l'étude bibliographique concernant le comportement du béton aux sollicitations dynamiques sévères. Dans un premier temps il sera évoqué la structure du béton ainsi que ses propriétés matérielles. Puis viendra une description des essais de caractérisation, que cela soit en statique ou en dynamique. Concernant les essais dynamiques, une attention particulière sera faite aux essais sur structures. De plus un certain nombre de modèles de comportement du béton seront évoqués, ces modèles statiques et dynamiques prennent en compte l'endommagement du béton, ainsi que, pour les modèles dynamiques sa dépendance à la vitesse de déformation. Enfin il sera évoqué l'approche statistique de Weibull servant à décrire l'aspect aléatoire des ruptures fragiles, ainsi que l'utilisation des paramètres de la loi de Weibull en dynamique.

1.1 Comportement mécanique du béton

1.1.1 Le béton



FIGURE 1.1 – Aspect de la surface d’une éprouvette de béton rectifiée

Le béton est le matériau le plus utilisé dans le monde du génie civil du fait de sa haute résistance en compression et de son faible coût. Il s’agit d’un matériau hétérogène composé, à l’échelle mésoscopique, d’une part d’un liant, le mortier de ciment, et d’autre part de granulats.

Le ciment le plus souvent utilisé est le ciment dit de Portland. Ce dernier est principalement constitué de clinker issu de la cuisson de calcaire et d’argile. Les principaux composants de ce ciment sont :

- Le silicate dicalcique ($2\text{CaO}.\text{SiO}_2$)
- Le silicate tricalcique ($3\text{CaO}.\text{SiO}_2$)
- L’aluminate tricalcique ($3\text{CaO}.\text{Al}_2\text{O}_3$)
- L’aluminoférite tétracalcique ($4\text{CaO}.\text{Al}_2\text{O}_3.\text{Fe}_2\text{O}_3$)

Les granulats, qui peuvent être des fibres, des sables, des graviers, sont de tailles variables et peuvent être de l’ordre du centimètre pour du béton standard. Ils sont composés de matériaux généralement inertes et semblables à de la roche, tels que des extraits de diverses roches calcaires, volcaniques, etc. [POPOVICS, 1992].

La fabrication du béton se fait en mélangeant à sec l’ensemble des éléments solides entrant dans sa fabrication (ciment, sable et granulats), une fois bien homogénéisé on ajoute de l’eau à ce mélange. Au contact de l’eau, cet ensemble réagit chimiquement afin de créer la pâte de ciment. C’est cette réaction de prise qui permet de lier l’ensemble des granulats au sein d’une matrice afin d’obtenir du béton. Le mélange commence à se solidifier rapidement, il est dans un premier temps gardé en mouvement afin que le mélange se fasse de manière le plus homogène possible.

Une fois préparé le béton met un certain temps à durcir et sa résistance augmente avec le temps. On considère que, pour les éprouvettes standards, le béton atteint sa résistance de référence à 28 jours, cette dernière augmentant peu au-delà [VU, 2007]. La figure (1.2) illustre cette évolution pour le béton ordinaire qui servira de référence tout au long de notre étude : le R30A7 (résistance en compression de 30 MPa à 28 jours).

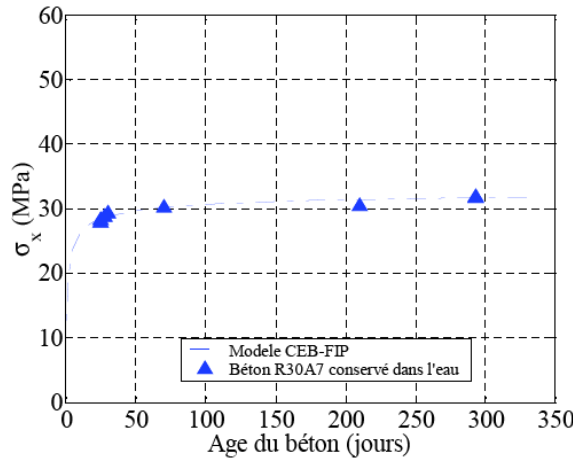


FIGURE 1.2 – Évolution de la résistance en compression du béton R30A7 en fonction du temps [VU, 2007]

On peut modéliser l'évolution de la résistance du béton à l'aide de la formule suivante avec t le temps en jour [CEB, 1993] :

$$f(t) = \beta(t)f(28) \quad (1.1)$$

$$\beta(t) = e^{s(1 - \sqrt{\frac{28}{t}})} \quad (1.2)$$

avec s dépendant du type de ciment utilisé : 0,2 pour les ciments dits hautes résistances et durcissement rapide, 0,25 pour les ciments standard et durcissement rapide et 0,38 pour les béton au durcissement lent.

On a donc une valeur de résistance maximale allant de 1,22 et 1,46 fois la résistance à 28 jours. Le ciment utilisé dans cette étude est considéré comme à haute résistance avec séchage rapide. Nous pouvons donc nous attendre à une résistance en compression égale à 36,6 MPa pour du béton R30A7 suffisamment âgé.

La valeur du module d'Young évolue également avec le temps, celle-ci se stabilisant toutefois plus rapidement.

$$E(t) = \beta(t)_E * E(28j) \quad (1.3)$$

avec $\beta(t)_E = \sqrt{\beta(t)}$, ainsi la valeur finale de E est comprise entre 1,10 et 1,21 fois sa valeur à 28 jours.

De part sa conception, du fait qu'il s'agisse d'une part d'un matériau composite et d'autre part du fait que ce dernier soit le résultat des réactions d'hydratation des composés du ciment, il existe de façon naturelle des fissures et des porosités au sein du béton. Lorsque le béton sèche, l'eau encore présente dans le béton laisse sa place à de l'air, notamment aux frontières entre le liant et les granulats.

Concernant le comportement mécanique du béton, celui-ci se caractérise, entre autres, par une différence en traction et en compression. Bien que la réponse élastique de ce dernier soit caractérisée par un module d'Young identique en compression et en traction, la limite en rupture en traction est environ dix fois plus faible en traction ($\sigma_{trac} \approx 3 \text{ MPa}$, $\sigma_{comp} \approx 30 \text{ MPa}$). De plus ce dernier se caractérise par un comportement quasi-fragile avec de faibles déformations à rupture (respectivement de l'ordre de 2.10^{-4} et 2.10^{-3}). Ce comportement dissymétrique peut s'expliquer par la présence de micro-fissures à l'interface entre la matrice de ciment et les granulats. En effet sous un chargement de compression les micro-fissures ont tendance à se refermer, tandis qu'en traction ces dernières s'ouvrent et se rejoignent pour créer des macro-fissures qui mènent à la ruine du matériau. C'est pour pallier cette faiblesse que le béton est régulièrement coulé au sein d'une armature en acier pour réaliser

ce qu'on appelle du béton armé. Cet ajout d'une armature en acier améliore grandement le comportement des structures de béton en traction et en flexion. En effet le béton devient solidaire des barres d'acier qui possèdent une résistance en traction bien plus importante que le béton.

De par sa composition le béton peut soit être considéré comme un matériau homogène à une échelle macroscopique, soit comme matériau hétérogène, i.e. microstructuré, à une échelle microscopique. Ces deux approches permettent de choisir des modélisations et des méthodes de résolution bien distinctes.

Afin de considérer des éprouvettes comme homogènes, il faut que les dimensions de ces dernières soient nettement supérieures à celles de son volume élémentaire représentatif (VER). Dans le cas du béton le VER est lié à la taille des granulats utilisés, en effet c'est la liaison entre la matrice et ces derniers qui créent des hétérogénéités au sein du matériau. Il est d'usage pour l'étude du comportement mécanique de prendre comme dimension minimale pour la taille du VER 3 à 5 fois la taille caractéristique des plus grands granulats. Cette valeur est cohérente avec celle de la norme NF EN 12390-1 [AFNOR, 2001b], qui traite de la confection des éprouvettes et qui indique que la taille des granulats doit être au moins 3,5 fois inférieure à la plus petite des dimensions des éprouvettes. En considérant un choix d'éprouvette de dimension $160 \times 40 \times 40 \text{ mm}^3$, la taille des granulats ne doit pas excéder 11,4 mm.

Dans le cadre de ce travail le béton de référence retenu pour les différents essais est le béton R30A7, c'est à dire un béton qui possède une résistance en compression à la rupture à 28 jours de 30 MPa et un affaissement au cône d'Abrams de 7 cm. Ce béton est choisi parce que :

1. il s'agit d'un béton ordinaire, caractéristique de nombreux ouvrages ;
2. sa composition est fixée de telle sorte que ses propriétés mécaniques sont reproductibles ;
3. sa conception est possible avec des granulats de taille inférieure à 8 mm (mini béton) [VU, 2007] ;
4. c'est un béton qui a déjà été testé et modélisé à de nombreuses reprises ([VU, 2007], [ERZAR, 2010]).

Comme nous l'avons évoqué précédemment, la valeur du module d'élasticité varie avec le temps. Sa valeur est le plus souvent déterminée à l'aide d'essais de compression. Il est également possible de déterminer une valeur dynamique au moyen d'une mesure de la fréquence de résonance. Ceci s'appuie sur la norme NF 14146 [AFNOR, 2004]. Pour mesurer cette dernière on place l'éprouvette entre deux transducteurs, un émetteur et un récepteur, afin de la soumettre à une certaine fréquence. La consigne d'entrée est une tension liée à une fréquence que le transducteur traduit comme sollicitation vibratoire de la fréquence désirée avec une amplitude dépendant de la tension d'entrée. De la même manière en sortie nous lisons une tension et une fréquence. Lorsque la fréquence de résonance est atteinte, d'une part la tension de sortie est maximisée et d'autre part la fréquence de sortie est la même que celle d'entrée. Dans le cadre d'éprouvettes cylindriques ou prismatiques nous pouvons déterminer le module d'Young E à l'aide de la géométrie de l'éprouvette ainsi que de sa fréquence de résonance à l'aide de l'équation (1.4).

$$E = 4Fr^2 l^2 \rho \quad (1.4)$$

Où Fr est la fréquence de résonance de l'échantillon, ρ sa masse volumique et l la distance entre la sonde émettrice et la sonde réceptrice. Il est à noter que dans cette configuration la longueur doit être deux fois plus importante que les dimensions de la base (le diamètre pour les cylindres, les arrêtes pour les prismes)

1.1.2 Augmentation de la résistance du béton avec la vitesse de déformation

Le béton est un matériau dont la limite apparente en rupture varie en fonction de sa vitesse de déformation. Ce phénomène s'observe pour la compression [BISCHOFF and PERRY, 1991]. La figure (1.3) montre l'évolution du rapport entre la résistance en compression dynamique et sa valeur en compression statique en fonction

de la vitesse de déformation. On remarque que pour des vitesses de déformation faibles (i.e. inférieures à $10s^{-1}$), l'augmentation de la contrainte à rupture est faible. A partir d'une certaine vitesse comprise généralement entre 1 et $30 s^{-1}$, l'augmentation de la contrainte à rupture devient importante en fonction de la vitesse de déformation. Pour mettre en avant ce phénomène on utilise un indice appelé DIF (pour Dynamic Increase Factor). Ce dernier est le rapport entre la contrainte à rupture à un certain taux de déformation sur celle obtenue en statique (dans les alentours de $\dot{\epsilon} = 10^{-6}s^{-1}$ généralement). Le CEB dans son bulletin n°187 [CEB, 1988] a proposé des modèles d'évolution, à la fois en compression et en traction. Pour la traction ce dernier se décrit en deux temps, une évolution lente de la contrainte en rupture pour des vitesses de déformation comprises entre 10^{-6} et $30 s^{-1}$, puis une évolution plus rapide entre 30 et $300 s^{-1}$. Au vu d'un certain nombre de résultats Malvar et Crawford [MALVAR and CRAWFORD, 1998] ont proposé une amélioration de ce modèle avec un changement de pente non plus vers $30 s^{-1}$, mais vers $1s^{-1}$. L'UFC-340-02 [DoD, 2008] (guide technique de la défense américaine dédié à la résistance des structures aux explosions accidentelles) propose lui aussi des modèles d'évolution pour la traction et la compression. L'ensemble des ces modèles d'évolutions sont présentés pour la traction sur la figure (1.4) avec quelques résultats expérimentaux issus de la littérature.

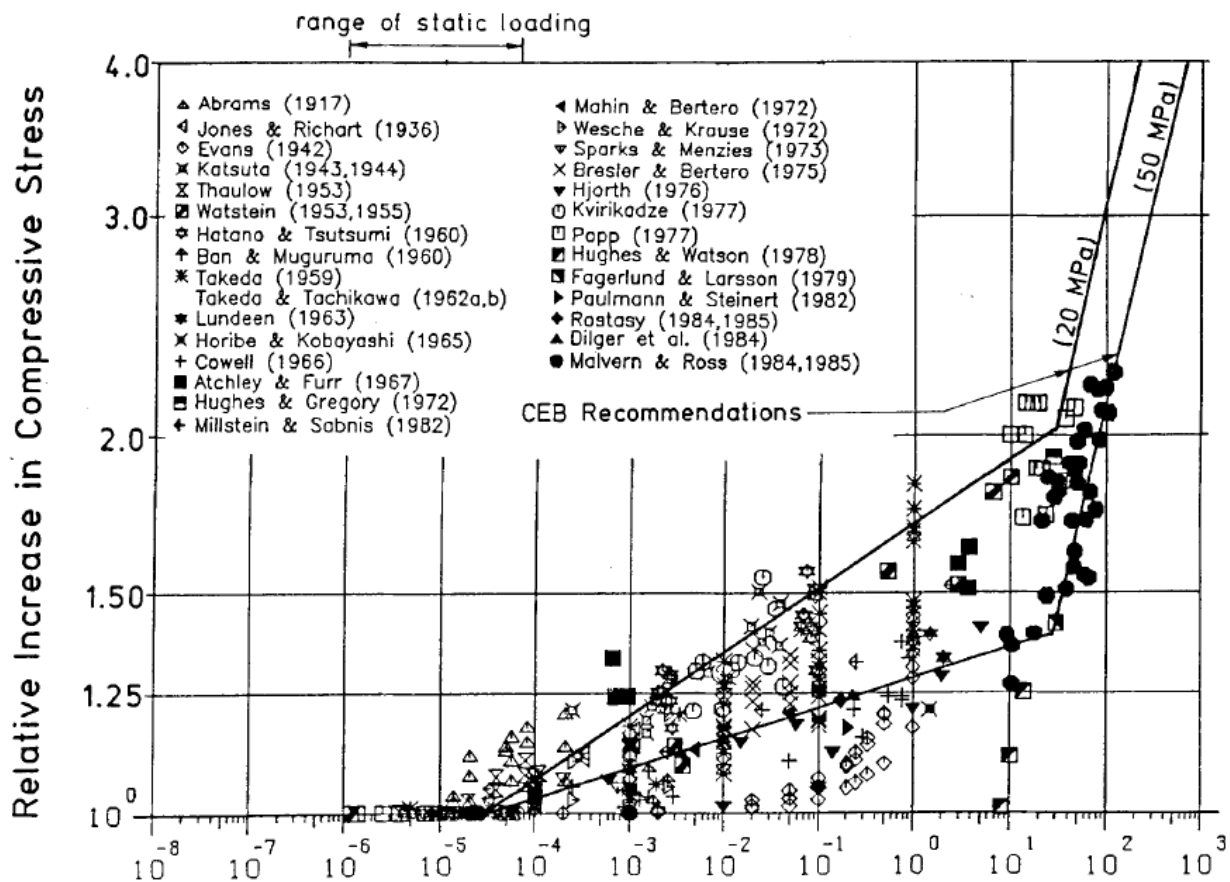


FIGURE 1.3 – Dynamic Increase Factor en fonction de la vitesse de déformation pour la compression [BISCHOFF and PERRY, 1991]

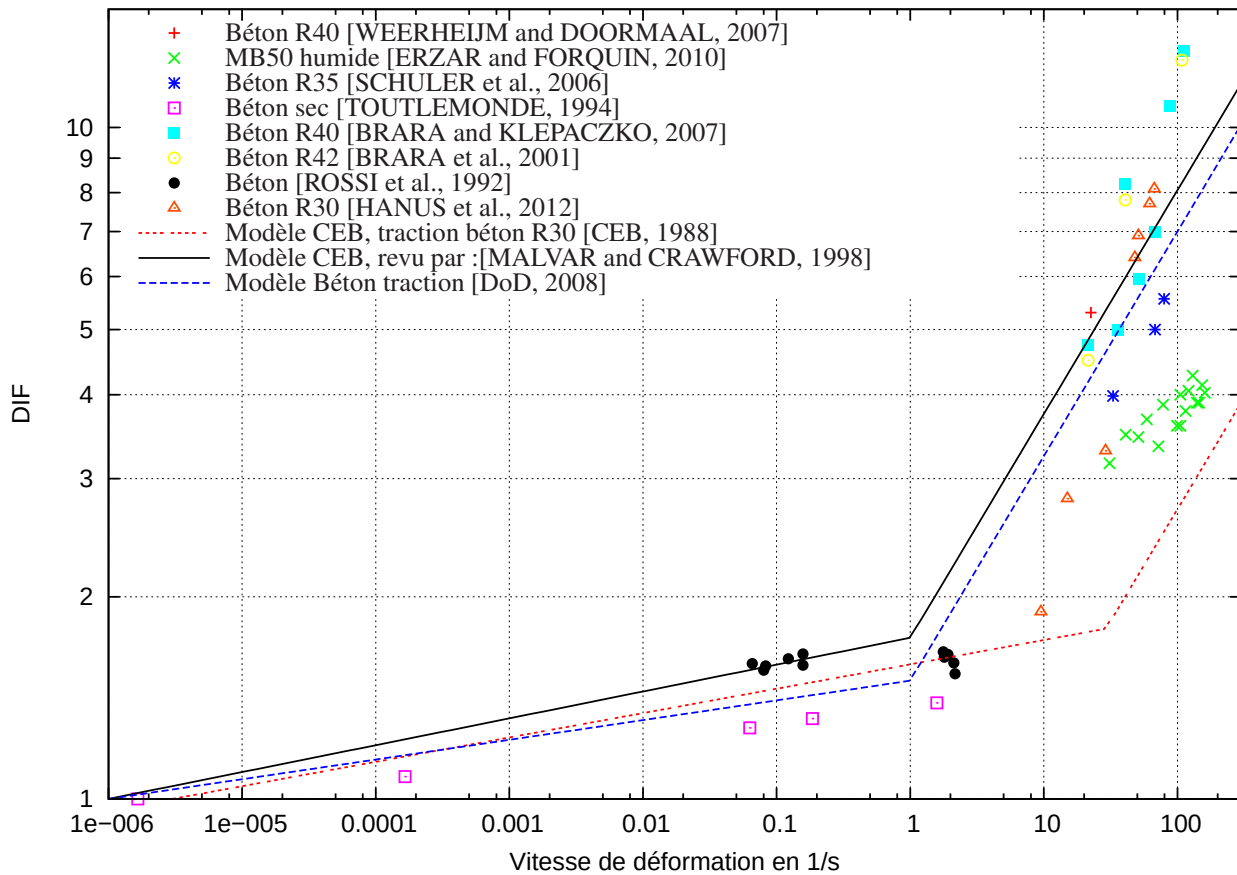


FIGURE 1.4 – Dynamic Increase Factor en fonction de la vitesse de déformation pour la traction

L'augmentation de la résistance apparente en fonction de la vitesse de déformation peut s'expliquer dans le cas du béton par deux phénomènes. Le premier est l'effet inertiel induit par les forces d'inertie qui augmentent simultanément la résistance et les déformations du béton. Ce phénomène est prépondérant pour les vitesses de déformation comprises entre $10s^{-1}$ et 10^3s^{-1} . Le deuxième est l'effet Stefan qui correspond à l'accroissement de la résistance du à la présence d'eau libre au sein du béton. Ce phénomène est prépondérant pour les vitesses de déformation inférieures à $10s^{-1}$. Nous allons les détailler plus précisément ci-après.

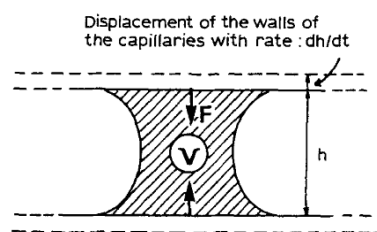


FIGURE 1.5 – Effet Stefan au sein du béton [ROSSI, 1991]

Effet Stefan : La force générée au sein du béton par la présence d'une bulle d'eau peut être considérée telle que sur la figure (1.5). C'est à dire en considérant le rapprochement de deux plaques séparées par une bulle pseudo-circulaire de liquide. En considérant un rayon r , un angle d'ancrage θ et $h = 2r \cos \theta$, la force générée par le rapprochement des deux plaques peut être écrite sous la forme suivante [ROSSI, 1991] :

$$F = \frac{2V\gamma \cos \theta}{h^2} + \frac{3\eta V^2}{2\pi h^5} \frac{dh}{dt} \quad (1.5)$$

Où V représente le volume d'eau, γ son énergie de surface et η sa viscosité.

On remarque que le second terme de cette force dépend de la vitesse de variation de distance entre les deux plaques. Cette variation de distance pouvant être interprétée comme une déformation, ce phénomène peut ainsi expliquer l'augmentation de la résistance du béton en fonction de la vitesse de déformation.

Le fait que la résistance dynamique du béton augmente avec son taux d'humidité [CADONI et al., 2001] [ROSSI, 1997] peut aussi s'expliquer par l'effet Stefan. En effet plus le volume d'eau est important au sein du béton plus cette force de réaction est importante. La figure (1.6) montre que l'eau au sein du béton augmente sa résistance dans le cas d'essais à vitesse de déformation élevée. Ici on ne voit pas de différence pour les essais à vitesse quasi-statique ($\dot{\epsilon} \approx 10^{-6} s^{-1}$), tandis que plus on augmente la vitesse plus la sensibilité semble importante.

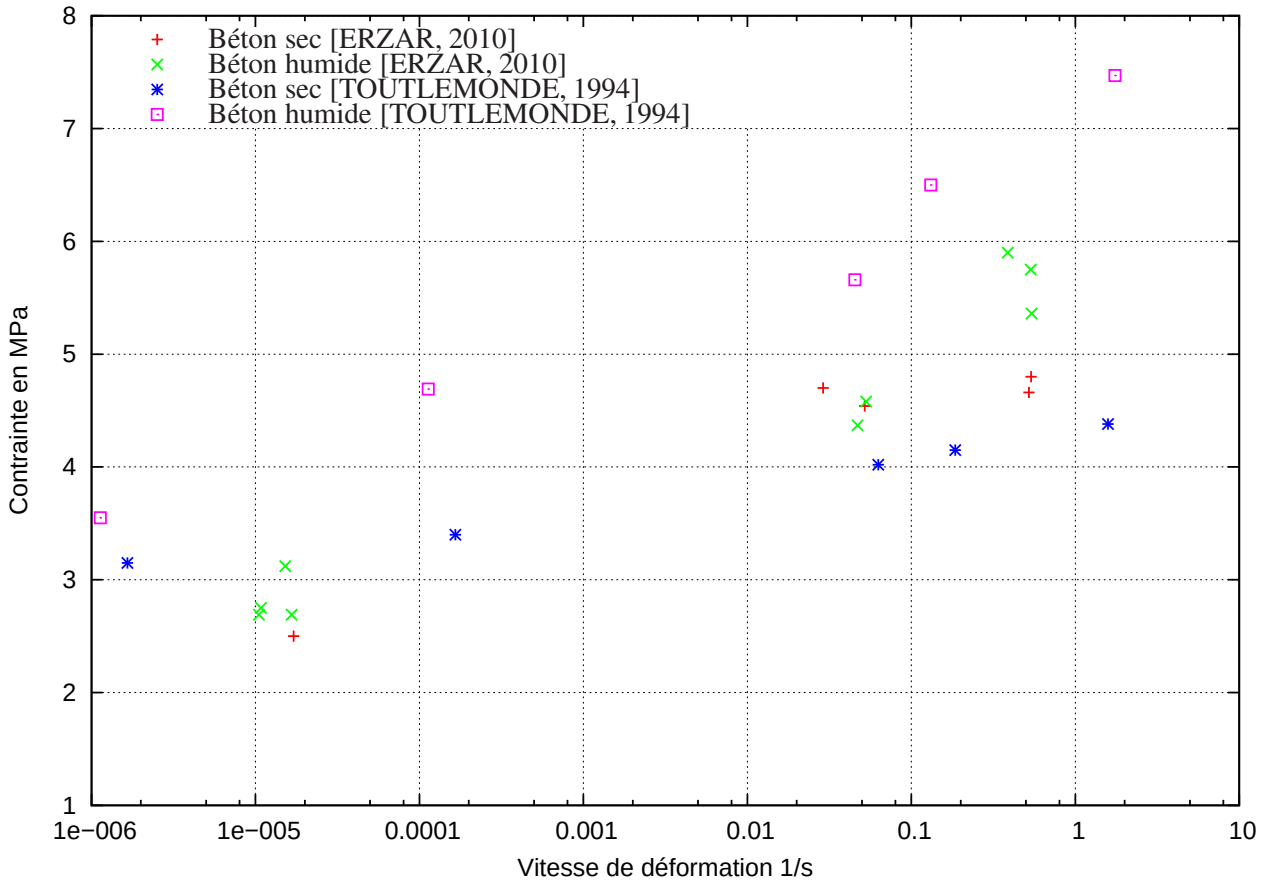


FIGURE 1.6 – Résistance en traction en fonction de la vitesse de déformation

Effets Inertiels : Les effets inertiels correspondent à la force créée par le déplacement de matière au sein de l'éprouvette. D'après Bischoff et Perry [BISCHOFF and PERRY, 1991] ceux-ci peuvent s'écrire de la manière suivante :

$$F = \frac{\rho S l^2}{3} \ddot{\epsilon}(t) \quad (1.6)$$

Avec S la section de l'éprouvette, l la longueur et ρ sa masse volumique.

En simulant des essais au barres de Hopkinson à l'aide d'un calcul éléments-finis en considérant un modèle viscoplastique pour le béton, Georgin et Reynouard [GEORGIN and REYNOUARD, 2001] expliquent qu'en dynamique un confinement se crée lors d'essais sur le béton, que cela soit dû aux forces d'inertie, dans quel cas on parlera de confinement inertiel, ou lié aux conditions aux limites dans quel cas on parlera d'un effet de structure. En jouant sur les conditions aux limites, ils ont mis en avant que l'effet de structure n'était pas négligeable pour expliquer l'augmentation de la contrainte apparente. Enfin, leurs différents tests sont en adéquation avec des résultats expérimentaux, ce qui peut laisser penser que l'utilisation d'une loi viscoplastique traduit bien le phénomène. Néanmoins l'augmentation de contraintes calculée est toujours inférieure à celle qui classiquement est observée expérimentalement.

1.2 Différents types d'essais sur le béton

1.2.1 Essais dynamiques sur structures

Il s'agit d'observer une réponse structurelle à un chargement dynamique. Pour cela sont étudiés des éléments de structures (dalles, poutres) auxquels on applique un tel chargement. Ces différents éléments peuvent être armés ou non. Les chargements exercés sont de deux types représentatifs des différents scénarios.

Les premiers sont des impacts de projectiles. Ces essais peuvent être réalisés à petite ou moyenne échelle avec l'aide d'une tour de chute ou d'un canon à air comprimé par exemple. Mais aussi à une plus grande échelle comme les essais d'impact sur dalle de Meppen [JONAS et al., 1979], [RÜDIGER and RIECH, 1983]. Ces derniers consistent en la réalisation d'impact de type mou, ceci afin de modéliser un impact d'avion sur une structure de type centrale nucléaire. Les résultats de ces essais sont toujours utilisés afin de valider ou non des modèles de comportement du béton sous de tels impacts [MARTIN et al., 2012]. Dans le même ordre d'idée, au début des années 90 la collaboration entre le 'Sandia National Laboratories' et le 'Kobori Research Complex' [SUGANO et al., 1993a][SUGANO et al., 1993b] a mené à la réalisation d'essais à échelle réelle d'impacts de moteurs d'avion ainsi que d'un avion de chasse entier sur des dalles.

Il est aussi possible de créer un chargement dynamique sur une structure à l'aide d'une onde de choc. Cette dernière étant la conséquence d'une explosion (détonation d'une bulle de gaz ou explosif solide). Ces essais peuvent être, comme dans le cadre des essais d'impact réalisés à échelle réelle ou à échelle réduite [BAILLY, 1994].

Nous allons ainsi regarder d'un peu plus près quelques exemples précis afin de voir quels sont les enseignements que l'on peut retirer des essais sur structures.

Essai d'impact sur poutre de Marion Chambart [CHAMBART, 2009] :

Marion Chambart utilise une tour de chute afin de réaliser des impacts sur poutres. Pour cela elle utilise quatre poutres en béton armé (4 ferraillages longitudinaux), qui possèdent une section de : $15 \times 20 \text{ cm}^2$. Deux d'entre elles ont une longueur de 1,80 m (portée 1,50 m), les deux autres une longueur de 1,30 m (portée 1,00 m). De plus des cadres verticaux sont ajoutés sur les deux poutres longues et sur une courte. L'ensemble des essais est effectué avec le même chargement (projectile hémisphérique avec une vitesse de 8,43 m/s et une masse de 100 kg). Ainsi seulement la structure change, les résultats obtenus sont une rupture en flexion pour les trois poutres avec les cadres et une par cône de cisaillement pour la poutre sans cadre. Le but de ces essais était d'une part de déterminer un montage expérimental à l'aide d'une tour de chute, et d'autre part de caractériser l'influence de l'armature métallique sur les profils de rupture.

Essai d'impact sur dalle VTT [CALONIUS et al., 2009] :

Dans le cadre du 'IMPACT project' le laboratoire VTT en Finlande a pratiqué une série d'essais d'impacts de tubes sur des dalles. Ces essais consistent à lancer un projectile sur des dalles de béton. Les mesures se font

à l'aide de jauges de déformation fixées sur l'armature de la dalle, tandis que la vitesse d'impact du projectile est établie à l'aide d'un capteur laser. La vitesse d'impact est comprise entre 100 et 200 m/s. L'objectif de ces essais est de vérifier la validité des calculs numériques dans le cadre de chocs mous sur des structures en béton armé. Afin de d'étudier différents types de choc (dur ou mou) plusieurs types de projectiles ont été utilisés. Pour les chocs mous, c'est au final un projectile en acier inoxydable de faible épaisseur qui s'est avéré le plus satisfaisant, notamment en terme de reproductibilité. Tandis que pour les chocs durs c'est un projectile en béton au sein d'une coque en acier qui fut utilisé.

Essais au tube à choc :

François [TOUTLEMONDE, 1994] a réalisé une série d'essais à l'aide d'un tube à choc de diamètre relativement grand (666 mm). La figure (1.7) représente le dispositif. Ce dernier est configuré afin de tester des dalles de 90 cm de diamètre et 8 cm d'épaisseur. La pression générée dans le réservoir est relâchée afin de générer une onde plane de surpression, la surpression incidente pouvant atteindre 3,5 bars et la surpression réfléchie contre les dalles 17 bars. Dans ce cadre différents types de dalles sont testées, la composition du béton variant. Pour certaines dalles il s'agit de béton dont les plus gros granulats n'excèdent pas les 10 mm (composition similaire au béton envisagé, considéré comme du mini-béton), alors que d'autres sont composées avec du béton dont les plus gros granulats ne dépassent pas les 2 mm alors considéré comme du micro-béton. Enfin certaines dalles sont armées.

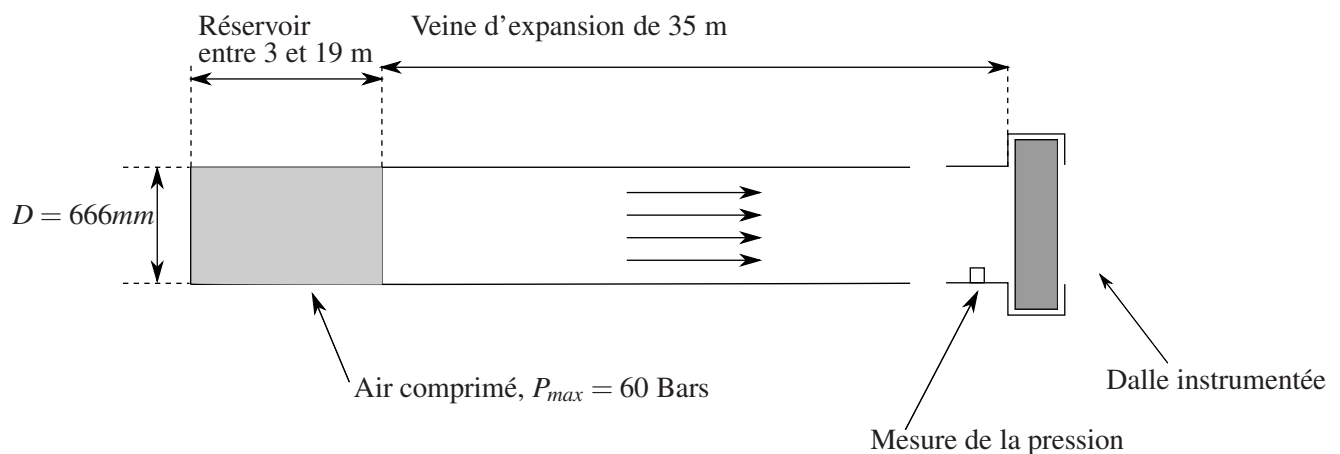


FIGURE 1.7 – Tube à chocs utilisé par [TOUTLEMONDE, 1994]

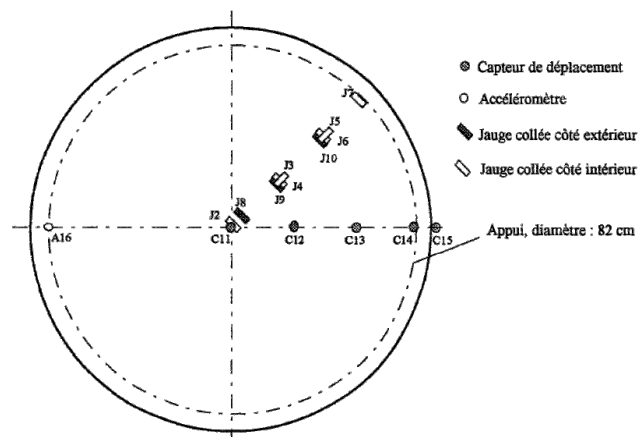


FIGURE 1.8 – Tube à chocs : instrumentation de la dalle [TOUTLEMONDE, 1994]

La figure (1.8) montre la métrologie sur les dalles non armées, ces dernières sont équipées de jauges et de capteurs de déplacement le long du rayon. Que cela soit pour la mesure du déplacement ou de la déformation, la forme des signaux recueillis est schématisée sur la figure (1.9). Ainsi François Toutlemonde peut récupérer de ses essais les cinq informations suivantes :

- la vitesse initiale ;
- la valeur maximale atteinte (pic de la première oscillation) ;
- le palier atteint (valeur moyenne des oscillations) ;
- l'amortissement des oscillations ;
- la souplesse (vitesse finale).

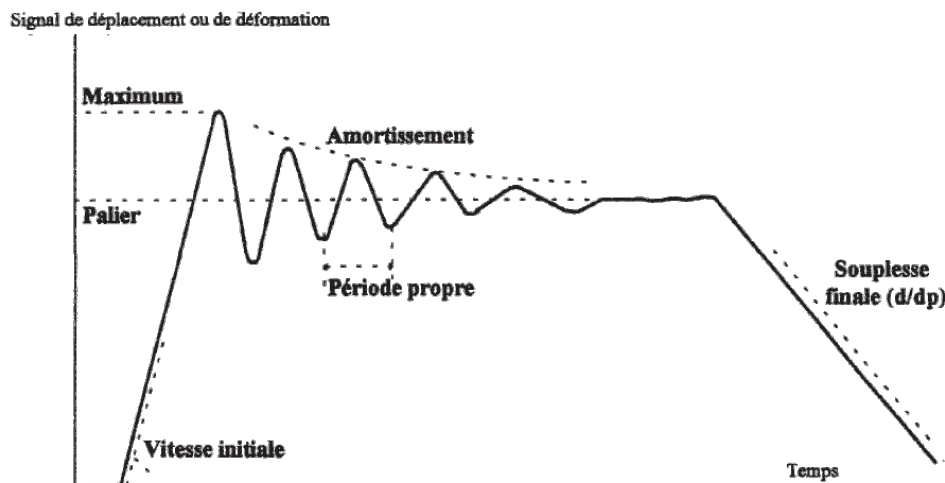


FIGURE 1.9 – Signaux recueillis lors des essais sur tube à choc [TOUTLEMONDE, 1994]

Un des buts de son travail étant de quantifier l'accroissement de la résistance dynamique du béton, et particulièrement l'influence de l'eau libre au sein du béton, il compare les charges de ruine des dalles en dynamique avec les valeurs obtenues pour le cas statique. Ainsi dans le cadre du béton sec l'accroissement est faible. La pression à rupture est de 227 kPa en dynamique contre 210 kPa en statique, soit 8% de plus. Tandis que pour le béton humide l'accroissement est plus important 229 kPa contre 172 kPa, soit 33% de plus. Cela va dans le même sens que les essais matériaux réalisés en traction directe, bien que l'accroissement de résistance soit beaucoup plus faible (cf. figure 1.6)

Ces résultats mettent en avant la difficulté de transposer un 'DIF' matériau à une structure. En effet les causes de la ruine dans le cas de cette dalle, bien que majoritairement dues à de la rupture en traction sont plus complexes que dans le cadre des essais matériaux caractérisés par un chargement uniaxial.

Essais d'explosion sur plaque :

Schenker et ses collaborateurs [SCHENKER et al., 2008] s'intéressent à l'apport d'une mousse d'aluminium sur la résistance des dalles de béton. Pour cela ils ont réalisé des expériences à grande échelle en faisant exploser une charge hémisphérique d'une tonne de TNT sur des paires de dalles situées à une vingtaine de mètres. Une paire de dalles est faite avec un béton haute résistance ($\sigma_{rupt} = 100$ MPa) tandis que l'autre paire avec un béton standard ($\sigma_{rupt} = 30$ MPa). Sur chacune des paires, il est appliqué ou non une mousse d'aluminium. Dans les deux cas l'utilisation de la mousse d'aluminium a réduit sensiblement l'accélération subie par la dalle (d'un facteur 2 à 3) ainsi que les dommages visibles.

Conclusion sur les essais sur structures :

Les essais présentés ont l'avantage de bien représenter une problématique donnée et ainsi de bien prédire la ruine ou non d'une structure à un chargement précis. Néanmoins, par leur disparité et par la difficulté à établir des mesures pertinentes au sein de la structure, il n'est pas toujours évident de modéliser le comportement du matériau lié à ces essais. C'est pour cela que l'on va se diriger vers la réalisation d'essais de caractérisation, certes non représentatif d'une situation réelle mais permettant de caractériser plusieurs paramètres matériaux, dont celui qui nous intéresse : la limite en rupture.

1.2.2 Essais de caractérisation quasi-statiques

Les essais quasi statiques concernant le béton sont normalisés, il est ainsi aisé pour l'ensemble de la communauté de réaliser des essais dans des conditions similaires. Cette partie s'attache à présenter en partie ces différentes normes. Dans le cadre des essais normalisés pour le béton durci, il existe trois formes d'éprouvettes [AFNOR, 2001b]. La figure (1.10) décrit la forme canonique de ces dernières. Ici d représente la dimension de base de chacune de ses éprouvettes et doit être au moins 3,5 fois plus importantes que les plus gros granulats.

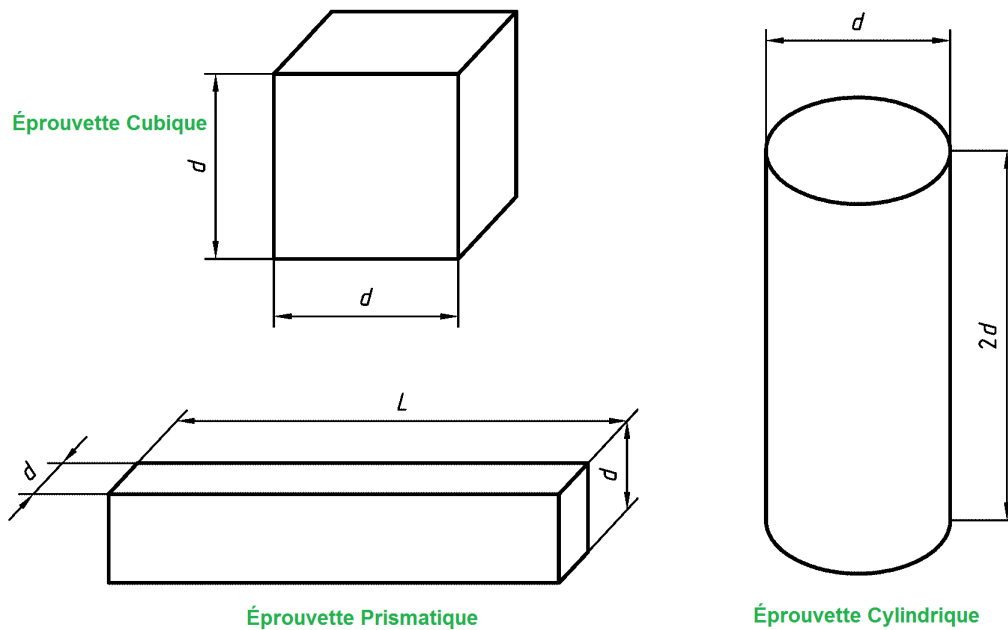


FIGURE 1.10 – Schéma des différentes éprouvettes selon la norme : [AFNOR, 2001b]

Essais de compression simple (NF EN 12390-4) [BEINISH, 2000] [AFNOR, 2001d] [AFNOR, 2001e] :

Cet essai caractérise la résistance mécanique en rupture en compression de l'éprouvette. Ceci permet de vérifier que l'on dispose du béton voulu. La plupart du temps il est réalisé sur des éprouvettes de 160 mm de diamètre sur 320 mm de hauteur conformément à la norme. Ces dernières sont conservées durant les 28 premiers jours à humidité et température constantes. On applique un effort de compression sur la section transversale jusqu'à la fissuration de l'éprouvette, c'est l'effort maximal obtenu qui nous permet de déterminer la contrainte à rupture :

$$\sigma_{rupt} = \frac{F_{max}}{S} \quad (1.7)$$

On peut aussi suivre les déformations au sein de l'éprouvette, à l'aide d'un extensomètre par exemple, ceci afin de déterminer le module d'Young. L'essai doit se réaliser à une vitesse constante, tel que :

- $\dot{\sigma} \in [0,2; 1,0]$ MPa/s en contrainte imposée
- $\dot{\epsilon} = 1,65.10^{-5} s^{-1}$ en déformation imposée

Les éprouvettes doivent être rectifiées ou surfacées, c'est à dire que les faces en contacts avec les instruments de chargement doivent être lissées afin d'optimiser le parallélisme de l'éprouvette. Pour des éprouvettes de diamètre 160 mm et 320 mm de hauteur il ne doit pas y avoir une différence de plus de 1 mm sur une face, soit un défaut angulaire inférieur à $0,08^\circ$ [VU, 2007]. De plus on peut positionner des planches de bois entre la presse et l'éprouvette afin de minimiser les défauts résiduels. En effet les contacts aux surfaces induisent des forces de frottement qui se doivent d'être négligeables afin de considérer l'essai comme un problème de

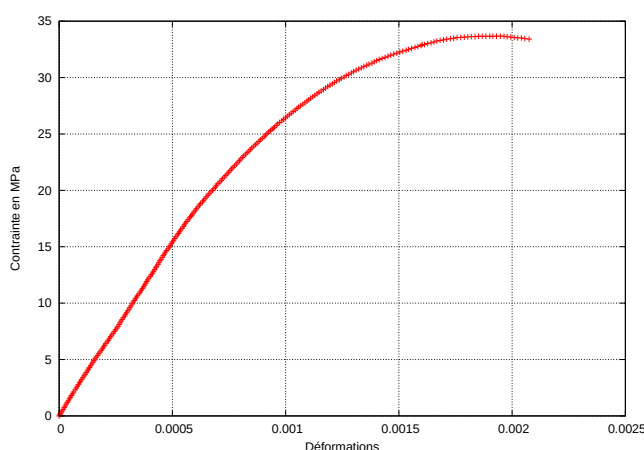


FIGURE 1.13 – Résultat d'un essai de compression simple sur une éprouvette voulue R30A7, ici il s'agit d'une éprouvette de caractéristique R34A6,5

compression simple. C'est pour cela que les faces sont lissées afin de réduire ces forces et que l'éprouvette doit posséder une longueur deux fois plus importante que son diamètre.

Lors de l'essai en compression les fissures apparaissent dans l'axe du chargement, puis la rupture doit être similaire à ce qui est visible sur les figures (1.11) et (1.12).

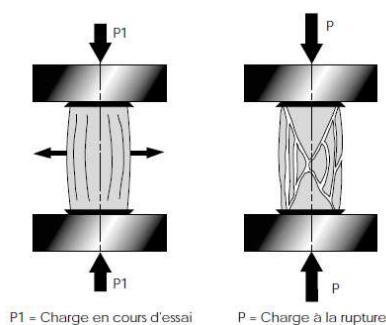


FIGURE 1.11 – Schéma d'un essai de compression [BEINISH, 2000]

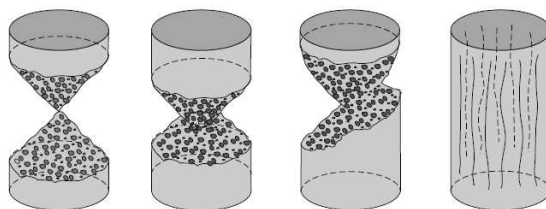


FIGURE 1.12 – Modes de rupture corrects pour un essai de compression [BEINISH, 2000]

La figure (1.13) met en avant la perte de linéarité du béton, et l'existence d'une phase non linéaire importante dans le cadre de la compression.

Essais de traction simple :

Il n'est pas aussi aisé de réaliser des essais de traction directe, que de compression, dans le cadre des éprouvettes évoquées par la norme NF 12390-1. C'est pour cela que la norme NF 12390 ne décrit pas d'essai de

traction directe, mais seulement des essais dits indirects. La figure (1.14) montre trois dispositifs utilisés pour établir un essai de traction. Ces derniers sont décrits plus en détails ici.

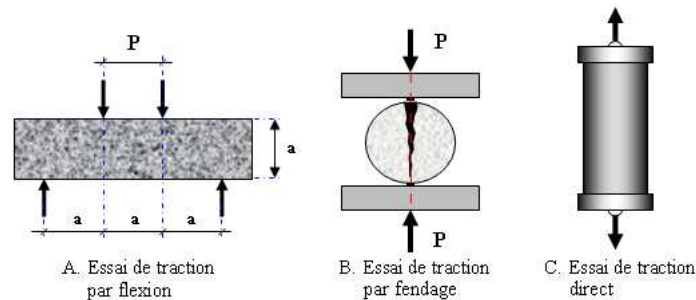


FIGURE 1.14 – Dispositifs pour établir un essai de traction [CHAMBART, 2009]

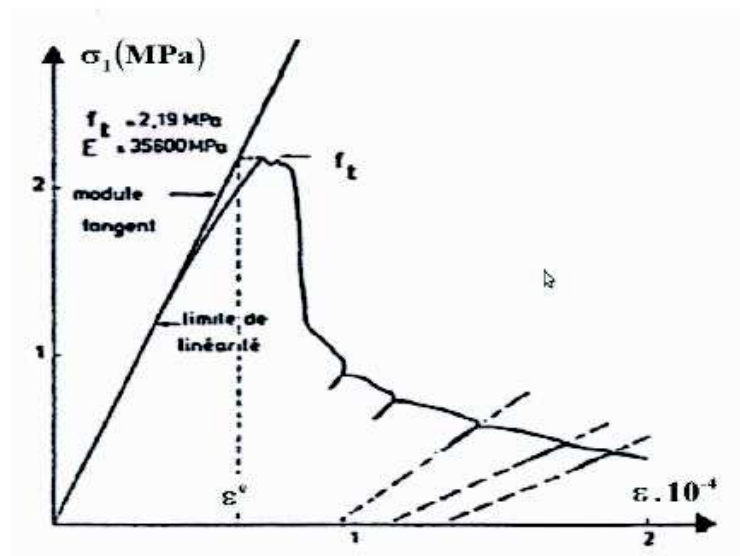


FIGURE 1.15 – Courbe contrainte/déformation pour un essai de traction [TERRIEN, 1980]

La figure (1.15) nous montre la relation contrainte déformation dans le cadre d'un essai de traction directe. Tout comme en compression on aperçoit une perte de linéarité, néanmoins elle est beaucoup moins marquée qu'en compression.

Essai de traction directe [BEINISH, 2000] :

Cet essai permet de connaître la résistance en traction de l'éprouvette, tout comme pour l'essai en compression cette dernière est soumise à une charge croissante jusqu'à la rupture. Une plaque est collée sur chacune des faces soumises au test, la plaque inférieure étant maintenue à l'aide d'un dispositif de bridage alors que la partie supérieure est tractée à l'aide d'une contreplaque munie d'une rotule. La difficulté de cet essai est le soin particulier que nécessite le collage de l'éprouvette afin d'être certain que la rupture se produise au sein de l'éprouvette et non dans au niveau du collage. C'est pour cette raison que cette essai est rarement pratiqué. Le CERIB recommande comme vitesse de chargement de prendre les même que pour les essais de flexion ou de fendage, c'est à dire : $\dot{\sigma} \in [0,04;0,06]$ MPa/s en contrainte imposée.

La résistance en traction est obtenue directement à l'aide de la charge au moment de la rupture divisée par la section.

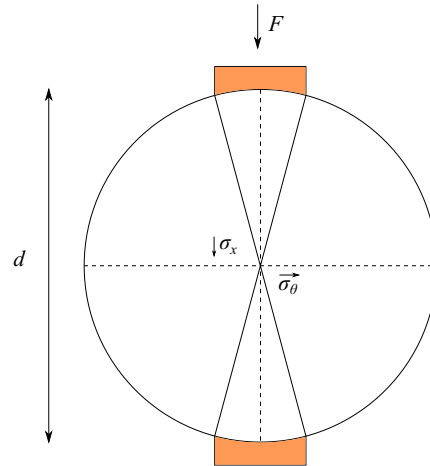


FIGURE 1.16 – Géométrie d'un disque dans le cadre d'un essai brésilien [LI and WONG, 2013]

Essai de traction par fendage (NF EN 12390-6) (dit essai brésilien) [BEINISH, 2000] [AFNOR, 2001g] :

L'essai brésilien est utilisé sur les matériaux fragiles pour caractériser la limite de rupture en traction. Il consiste à comprimer un disque en deux points opposés, cet effort induit un effort en traction perpendiculairement au chargement. Le matériau étant fragile, la rupture se fait en traction. Pour cela on utilise des éprouvettes cylindriques telles que décrites précédemment, il est à noter que l'élancement (rapport entre la hauteur et le diamètre) peut descendre jusqu'à une valeur de un. Afin d'avoir un contact de bonne qualité entre l'éprouvette et les plateaux, il est recommandé d'utiliser un dispositif de guidage (tel que sur la figure 1.17) où l'on vient disposer des bandelettes. La vitesse de chargement de ce test est normalisée à :

- $\dot{\sigma} \in [0,04; 0,06]$ MPa/s en contrainte imposée
- $\dot{\epsilon} = 1,65 \cdot 10^{-5} s^{-1}$ en déformation imposée

Selon le critère de Griffith la rupture doit se produire au centre du disque, à ce point l'état de contrainte est [HONDROS, 1959] :

$$\sigma_x = -3 \frac{F}{\pi (d/2) L} \quad (1.8)$$

$$\sigma_\theta = \frac{F}{\pi (d/2) L} \quad (1.9)$$

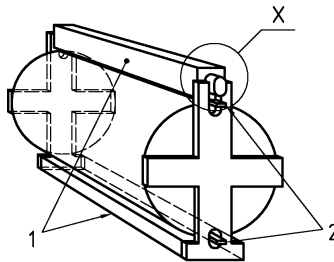


FIGURE 1.17 – Appareillage nécessaire à la réalisation d'un essai de fendage

Ainsi, même si la contrainte de compression est trois fois plus élevée que la contrainte de traction au centre, le béton ayant une résistance de l'ordre de dix fois plus élevée en compression, la rupture se fait en traction. Et

la résistance en traction σ_{rupt} , en MPa, est donc égale à :

$$\sigma_{rupt} = 2 \frac{F}{\pi d L} \quad (1.10)$$

Avec F la charge maximale en N, d le diamètre de l'éprouvette en mm et L la hauteur de l'éprouvette en mm.

Essai de traction par flexion (NF EN 12390-5) [BEINISH, 2000] [AFNOR, 2001f] :

L'essai de traction par flexion consiste à réaliser une flexion à trois ou quatre points afin de générer au sein de l'éprouvette des efforts de traction. Pour cela on utilise une éprouvette prismatique de section $d_1.d_2$ et de portée l . Il faut placer l'éprouvette au sein de l'appareil de telle manière que les faces les plus planes soient en contact avec les rouleaux. La vitesse de chargement doit être constante et comprise entre : $\dot{\sigma} = 0,04$ MPa/s et $0,06$ MPa/s. La résistance en traction s'obtient à l'aide de la formule suivante dans le cadre d'une flexion en 4 points :

$$\sigma_{flex} = \frac{F l}{d_1 d_2^2} \quad (1.11)$$

Alors que dans le cas d'une flexion trois points elle est définie par :

$$\sigma_{flex} = \frac{3}{2} \frac{F l}{d_1 d_2^2} \quad (1.12)$$

Avec F en N et d_1 et d_2 en mm, σ_{flex} est donné en MPa. La rupture se produisant avec un gradient de contraintes dans cet essai, le CERIB recommande d'utiliser un coefficient de 0,6 afin d'obtenir la résistance en traction pure.

$$\sigma_{trac} = 0,6 \sigma_{flex} \quad (1.13)$$

La figure (1.18) montre les deux géométries possibles pour l'essai de flexion, ainsi que les cotes à respecter.

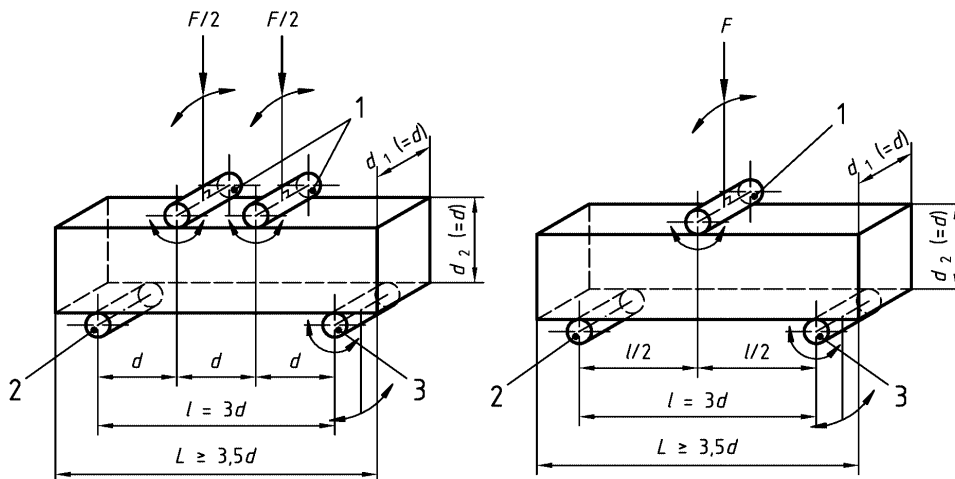


FIGURE 1.18 – Géométries d'un essai de flexion normalisé [AFNOR, 2001f]

Essais de compression confinée

Ces essais ne sont pas normalisés, ils consistent à créer un confinement ce qui augmente grandement la résistance à rupture. Il existe plusieurs façons de réaliser ce type d'essai. On peut bloquer les déplacements suivant

deux des trois directions principales, ce qui confine l'éprouvette. Puis l'on vient comprimer l'éprouvette suivant la troisième direction. Ce type d'essai s'appelle essai œdométrique.

L'essai triaxial est une autre façon de réaliser un essai confiné. Ce dernier consiste à comprimer l'éprouvette dans les trois axes. Lorsque l'éprouvette est soumise à ce genre de chargement sa résistance augmente significativement. Dans sa thèse Xuan Hong VU a réalisé des essais triaxiaux à l'aide d'une presse GIGA, l'un des problèmes rencontrés fut lié à l'étanchéité des éprouvettes de béton. En effet de par sa conception le béton est un matériau perméable, et il est nécessaire d'appliquer une pression à l'aide d'un fluide pour ce genre d'essai. Pour ses essais il utilise des éprouvettes cylindriques de 7 cm de diamètre et 14 cm de haut. Le chargement des éprouvettes se fait en deux temps, premièrement il charge la face latérale qu'il soumet à une pression de confinement montant jusqu'à 0,85 GPa. Dans un second temps il charge l'éprouvette dans l'axe de la hauteur jusqu'à une contrainte de 2,3 GPa.

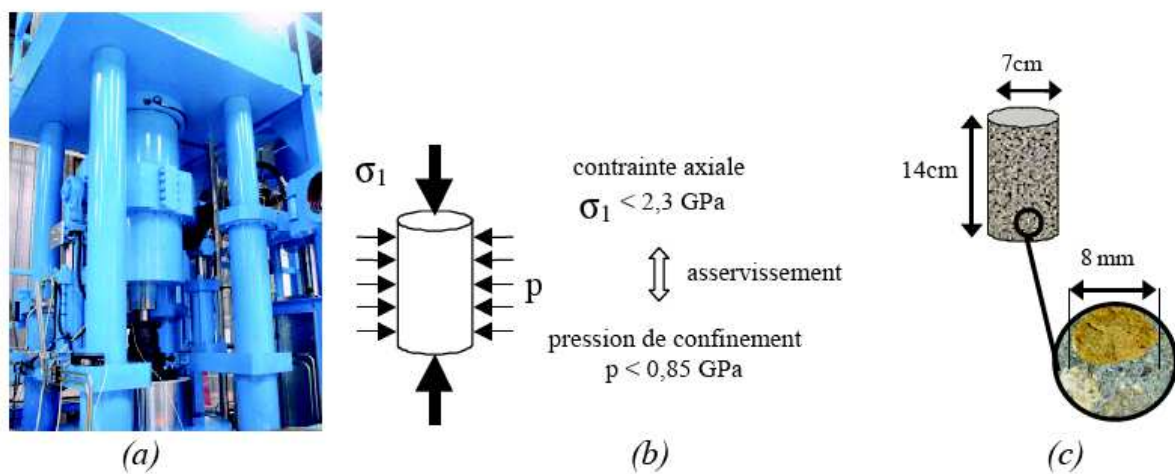


FIGURE 1.19 – Dispositif établie par VU pour l'essai triaxial [VU, 2007]

1.2.3 Essais de caractérisation dynamiques

Contrairement aux essais statiques il n'existe aucune norme sur les essais dynamiques, ce manque s'explique par la difficulté à mettre en place des essais dynamiques (mesure du chargement, mesure des déformations, grande plage de vitesses, etc ..). Nous trouvons alors dans la littérature une multitude d'essais différents et il n'est pas évident de confronter les résultats obtenus par différents procédés. Dans un premier temps nous évoquerons divers dispositifs d'essais utilisés dans le cadre d'essai dynamique.

Les barres de Hopkinson La plupart des essais dynamiques peuvent se réaliser à l'aide du dispositif des barres d'Hopkinson, en anglais "Split Hopkinson Pressure Bars" (SHPB). Ce dispositif a été conçu par B. HOPKINSON en 1914 [HOPKINSON, 1914] et amélioré par H. KOLSKY [KOLSKY, 1949]. L'utilisation des barres de Hopkinson pour l'étude du béton a été validé par Zhao [ZHAO and GARY, 1996]. Ce dispositif consiste en la transmission d'une onde mécanique créée grâce à une barre dite "impacteur" frappant une barre dite "entrante". Cette onde de choc étant transmise à l'éprouvette. La célérité d'une onde au sein d'un matériau est égale à :

$$C = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (1.14)$$

avec E le module d'Young et ρ la masse volumique du matériau.

La barre entrante ainsi que la barre sortante sont munies d'un capteur de déformation qui permet de suivre l'évolution du front d'onde. La figure (1.20) montre le parcours de l'onde au sein du dispositif. A chaque interface une partie de l'onde est transmise et une autre est réfléchiée. Ainsi on voit où et quand sont mesurées les différentes valeurs des déformations, ceci dans le cadre d'un essai de compression.

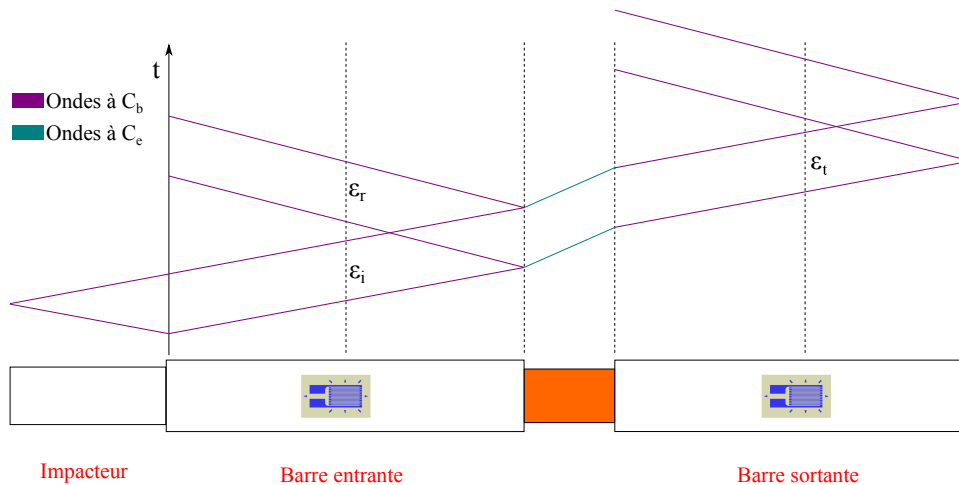


FIGURE 1.20 – Parcours de l'onde le long des barres

Les vitesses particulières V_e de l'interface entrante et V_s de l'interface sortante peuvent s'écrire de la manière suivante en fonction des ondes incidentes et réfléchiées :

$$V_e = C_b [\epsilon_i(t) - \epsilon_r(t)] \quad (1.15)$$

$$V_s = C_b \epsilon_t(t) \quad (1.16)$$

On peut également calculer les forces aux interfaces :

	E [GPa]	ρ [kg/m ³]	ν	rayon [mm]	C [m/s]	Z [Ns/m]
Nylon	3,3	1150	0,39	10,5	1693	153
Aluminium	69	2700	0,33	20	5055	17152
Acier	140	7800	0,3	10	4237	10382

TABLE 1.1 – Caractéristiques des barres

	E [GPa]	ρ [kg/m ³]	ν	C [m/s]	Z [Ns/m ³]
Nylon	3,3	1150	0,39	1693	$1,95 \cdot 10^6$
Aluminium	69	2700	0,33	5055	$1,36 \cdot 10^7$
Acier	140	7800	0,3	4237	$3,30 \cdot 10^7$
Béton	42	2300	0,20	4273	$9,83 \cdot 10^6$
Mortier	28	2100	0,20	3651	$7,67 \cdot 10^6$

TABLE 1.2 – Caractéristiques matériaux

$$F_e = S_b E_b [\epsilon_i(t) + \epsilon_r(t)] \quad (1.17)$$

$$F_s = S_b E_b \epsilon_t(t) \quad (1.18)$$

Avec C_b et E_b représentant respectivement la célérité des ondes au sein des barres et le module d'Young des barres. A l'interface entrante les conditions limites en termes de forces et de vitesses permettent d'écrire les équations (1.15) et (1.17) de la manière suivante :

$$V_e = C_b [\epsilon_i(t) - \epsilon_r(t)] = C_e \epsilon_t(t) \quad (1.19)$$

$$F_e = S_b E_b [\epsilon_i(t) + \epsilon_r(t)] = S_e E_e \epsilon_t(t) \quad (1.20)$$

Avec ϵ_i , ϵ_r et ϵ_t , représentant respectivement les ondes incidente, réfléchie et transmise, on définit les coefficients de transmission et réflexion tels que :

$$T = \frac{\epsilon_t}{\epsilon_i} \quad (1.21)$$

$$R = \frac{\epsilon_r}{\epsilon_i} \quad (1.22)$$

En posant pour l'échantillon et pour les barres l'impédance de la manière suivante :

$$Z_e = S_e \sqrt{E_e \rho_e} \quad (1.23)$$

$$Z_b = S_b \sqrt{E_b \rho_b} \quad (1.24)$$

On peut écrire les coefficients de transmission et de réflexion de la manière suivante :

$$T = \frac{2Z_b}{Z_b + Z_e} \quad (1.25)$$

$$R = \frac{Z_e - Z_b}{Z_b + Z_e} \quad (1.26)$$

Il est ainsi clair que pour obtenir le coefficient de transmission le plus proche de 1 il est nécessaire que Z_e et Z_b soient le plus proche possible. Au contraire afin d'avoir une onde réfléchie importante il faut que l'une de ces deux valeurs soit petite devant l'autre. En pratique il est souhaitable d'avoir à la fois une partie de l'onde qui soit réfléchie et une partie de l'onde qui soit transmises. Si l'on souhaite avoir l'onde qui soit autant réfléchie que transmise (i.e. $T = R = \frac{1}{2}$), alors il faut s'approcher du rapport d'impédance suivant : $Z_b = \frac{1}{3} Z_e$. Le tableau (1.1) montre différentes caractéristiques des jeux de barres disponibles au laboratoire. Ces données permettent de calculer les valeurs des coefficients T et R en fonction des éprouvettes concernées. Le tableau (1.2) récapitule les données matériaux des barres et des échantillons envisagés. L'impédance Z indiquée n'est plus l'impédance mécanique $S\sqrt{E\rho}$, mais l'impédance acoustique $\sqrt{E\rho}$. Cette dernière devient la grandeur pertinente dans le cas d'essais où la surface de contact est faible devant la dimension des corps d'épreuve.

De plus afin de transmettre une onde correcte les barres doivent rester dans le régime linéaire, pour cela la résistance élastique de ces dernières doit être bien supérieure à celle de l'échantillon testé. Ceci est vérifié dans le cas où les barres sont en aluminium ou en nylon, le matériau testé étant le béton ce dernier se cassant à très faibles déformations (de l'ordre de quelques 10^{-4})

Pour un essai classique aux barres de Hopkinson (par exemple un essai de compression), les éprouvettes doivent être suffisamment petites afin que l'onde de choc puisse faire un nombre d'aller retour suffisant pour obtenir un état homogène.

Machine d'essai rapide Les machines d'essais standards ne permettent pas d'atteindre des vitesses de déformations élevées. Par exemple la machine à disposition au laboratoire a une plage de vitesse de traverse allant de 10^{-3} mm/min à 500 mm/min.

Les machines de traction rapide permettent d'atteindre des vitesses de traverse de l'ordre du mètre par seconde. C'est le cas de la machine hydraulique ZWICK présentée par Benjamin Erzar [ERZAR, 2010], les vitesses de déformation atteintes avec celle-ci sont comprises entre $5 \cdot 10^{-2}$ et $5 \cdot 10^{-1} \text{ s}^{-1}$

L'instrumentation se fait de manière similaire au cas statique à l'aide d'une cellule de force. Néanmoins à partir d'une vitesse de traverse de 5 m/s le dispositif peut entrer en vibration ce qui rend les mesures compliquées.

Tour de chute La tour de chute est un appareil qui permet de guider la chute d'un projectile sur un corps d'épreuve. L'instrumentation se fait à l'aide d'accéléromètres et des capteurs d'effort, disposés sur le projectile en chute. C'est de cette manière que peuvent être déterminées la vitesse et de la force d'impact. De la même manière le corps d'épreuve peut être instrumenté [CHAMBART, 2009].

Synthèse des machines d'essais La figure (1.21) nous montre les plages de vitesse pour différents types de machines d'essais. Il est mis en avant qu'aucun de ces dispositifs permet de couvrir l'ensemble des vitesses de déformation.

Néanmoins les barres de Hopkinson permettent d'une part de couvrir une plage importante de vitesses de déformation et d'autre part d'avoir accès à des mesures précises sans surcharger le corps d'épreuve de divers capteurs.

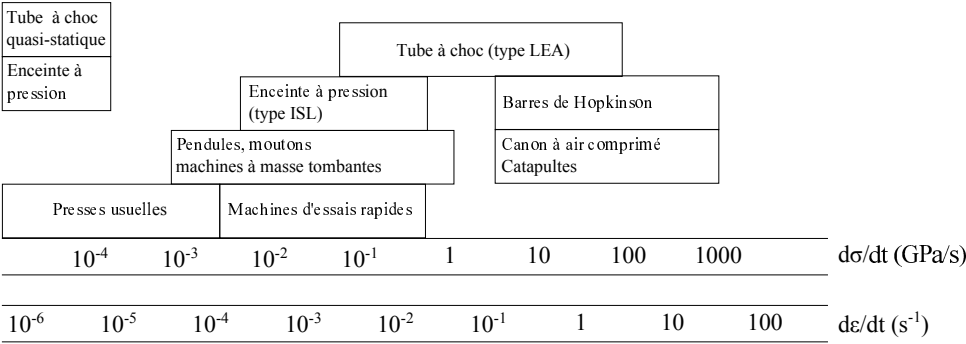


FIGURE 1.21 – Machines d'essai et vitesses de déformation associées d'après [TOUTLEMONDE, 1994]

Maintenant que nous avons évoqué les différentes machines d'essais existantes, divers essais réalisés avec ces dispositifs sur du béton seront présentés.

Essais de compression simple :

Dans le cadre des essais de compression simple en dynamique, il est souvent utilisé les barres de Hopkinson, en effet le montage en compression est simple d'utilisation et ces dernières nous permettent d'obtenir les mesures désirées. En effet nous connaissons la force et la vitesse en entrée et en sortie de notre corps d'épreuve.

Ainsi en notant l la longueur de l'échantillon, V_e la vitesse mesurée à l'interface entrante et V_s la vitesse mesurée à l'interface sortante, nous pouvons en déduire la vitesse de déformation :

$$\dot{\epsilon} = \frac{V_e - V_s}{l} \quad (1.27)$$

De la même manière par intégration des signaux de vitesses, nous pouvons en déduire la déformation au cours du temps :

$$\epsilon = \frac{U_e - U_s}{l} \quad (1.28)$$

De plus nous pouvons facilement utiliser les éprouvettes décrites dans les normes statiques.

Essai de traction directe :

Les essais de traction dynamique directe sont assez rares pour les raisons suivantes, d'une part comme pour les essais quasi-statiques l'essai de traction directe demande beaucoup de soin dans le collage des surfaces, d'autre part il nécessite une installation puissante capable d'établir une traction en dynamique.

Reinhardt [REINHARDT et al., 1986] a effectué des essais en traction directe à l'aide du dispositif des barres de Hopkinson en aluminium. Le même dispositif a été utilisé pour réaliser une partie des essais dans la thèse de François Toulemonde [TOUTLEMONDE, 1994]. Pour cela les barres sont disposées verticalement et une onde de traction est générée en lâchant une masse depuis une certaine hauteur. Au sein de ce dispositif, les paramètres permettant de jouer sur le profil de chargement sont la masse utilisée (47 ou 60 kg), sa hauteur (entre 30 et 60 cm) ainsi que l'ajout de plaques pour amortir le choc. Avec ce dispositif, les vitesses de déformation atteintes varient entre 10^{-4} et 2 s^{-1} .

Dans sa thèse Benjamin ERZAR [ERZAR, 2010] décrit des essais de traction directe réalisés au sein de LPMM de Metz à l'aide d'une machine hydraulique rapide (prototype ZWICK). Ce dispositif permet d'obtenir avec du béton R30A7 des vitesses de déformation varient entre 5.10^{-2} et 5.10^{-1} s^{-1} . Il a étudié de cette manière le comportement d'éprouvettes de béton R30A7 sèches et humides. L'intérêt de cette campagne était de montrer l'influence de l'eau libre sur le comportement du béton dans le cadre de sa réponse dynamique.

Essai d'écaillage :

Pour établir un essai de traction indirecte en dynamique, on utilise un système de barres d'Hopkinson modifié. Le dispositif est le dispositif classique auquel on enlève la barre sortante. Dans cette configuration lorsque l'onde de compression arrive sur la face libre de l'éprouvette, cette dernière se réfléchit comme une onde de traction. Étant donné que la résistance en traction du béton est environ dix fois plus faible qu'en compression, il peut se produire un écaillage de la face arrière du béton. La figure 1.22 montre le dispositif utilisé par J.R. Klepaczko [KLEPACZKO and BRARA, 2001]. Au vu du mode de rupture généré par ce type d'essais, ces derniers sont appelés essais d'écaillage.

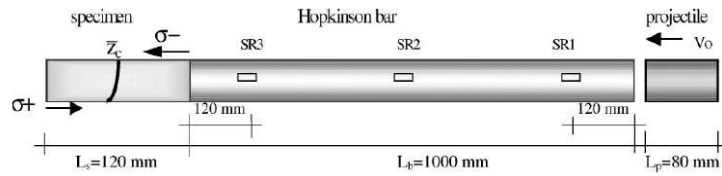


FIGURE 1.22 – Dispositif des barres de Hopkinson pour l'étude de la traction par écaillage [KLEPACZKO and BRARA, 2001]

Lors des essais d'écaillage aux barres de Hopkinson, on trouve dans la littérature plusieurs manières de déterminer la contrainte à rupture. Dans l'ensemble des cas, il s'agit de déterminer la valeur de la contrainte dans le plan de rupture au moment de cette dernière.

Une première méthode repose sur la méthodologie classique dans le dépouillement des barres d'Hopkinson, on détermine l'évolution de la contrainte de compression et de traction, on les superposant on obtient le niveau de contrainte pour chaque plan de l'éprouvette, il suffit de choisir celle correspondant au plan de rupture. La difficulté consiste dans l'identification du plan de rupture, l'éprouvette pouvant se fracturer en plusieurs lieux.

Une seconde méthode considérant un état unidimensionnel des ondes au sein de l'éprouvette consiste à estimer cette contrainte par :

$$\sigma = \rho C_0 V_{eject} \quad (1.29)$$

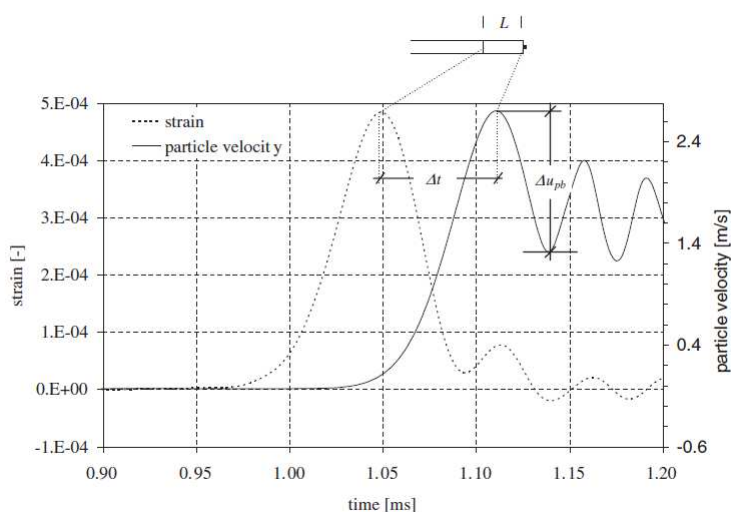
où V_{eject} est la valeur de la vitesse d'éjection du fragment.

La difficulté d'une telle méthode consiste dans la détermination de cette vitesse. En effet la vitesse des fragments décroissant rapidement il n'est pas toujours évident d'avoir une bonne estimation de cette dernière à l'instant de la fracturation.

Dans le même ordre d'idée, Schuler [SCHULER et al., 2006] utilise une approche acoustique linéaire, la valeur de la contrainte est décrite à l'équation 1.30. Ici ΔU_{pb} correspond à la chute de la vitesse de la surface libre lorsque l'échantillon se rompt. La manière dont celle-ci est déterminée vous est montré sur la figure (1.23).

$$\sigma = \frac{1}{2} \rho C_0 \Delta U_{pb} \quad (1.30)$$

Un des biais de l'ensemble de ces méthodes est de considérer le comportement du matériaux comme purement élastique alors qu'on travaille sur des parties largement endommagées. En effet l'étude post-mortem des échantillons montre une multiple fissuration lors des essais d'écaillage [ERZAR, 2010]

FIGURE 1.23 – Détermination de la vitesse de *Pullback* [SCHULER et al., 2006]

Lors de ces essais les vitesses de déformations atteintes sont de l'ordre de 30 à 150 s^{-1} (en utilisant des barres d'aluminium).

Essai de traction fendage :

Il existe plusieurs méthodes pour effectuer un essai de traction dynamique par fendage, la première consiste en l'utilisation d'un appareillage appelé tour de chute. Dans sa thèse Marion CHAMBART [CHAMBART, 2009] décrit les essais qu'elle a effectués à l'aide de la tour de chute Orion au CEA de Saclay. Ce dispositif consiste à guider la chute d'un projectile en aluminium le long d'une tour. Le guidage permettant de maintenir le projectile en position, l'énergie cinétique du projectile étant seulement due à son propre poids. Les deux paramètres variant dans cette série d'essais sont d'une part la longueur des éprouvettes, ces dernières sont découpées dans des éprouvettes standards ($320 \times 160 \text{ mm}$), et d'autre part la hauteur de chute. Les quatre configurations d'essai sont répertoriées au sein du tableau (1.2.3).

Désignation	Longueur	Hauteur de Chute	Vitesse
B10	9,4 cm	12 cm	1,47 m/s
B11	22 cm	12 cm	1,47 m/s
B12	22 cm	30 cm	2,42 m/s
B13	6.8 cm	12 cm	1,47 m/s

TABLE 1.3 – Caractéristiques des essais de fendage de Chambart

Dans l'ensemble de ces quatre cas le choc peut être considéré comme dur. La force d'impact mesurée à l'aide d'un capteur d'effort sur le projectile a permis de mettre en avant que la vitesse d'impact a eu peu d'influence sur cette dernière. Contrairement à la longueur des éprouvettes qui semble être une caractéristique déterminante. Il semblerait ainsi que la force d'impact soit proportionnelle à la longueur de l'éprouvette. En effet pour les essais B10 et B11 (essais à même vitesse d'impact), le rapport entre la force maximale et longueur de l'éprouvette est quasi identique. Ceci est en adéquation avec le cas statique ou la force à rupture est proportionnelle à la longueur de l'échantillon (cf. équation (1.10)).

Une seconde manière d'effectuer des essais brésiliens est d'utiliser les barres de Hopkinson suivant un dispositif similaire à l'essai de compression dynamique, l'éprouvette étant mise cette fois-ci dans le sens de

la largeur. Dans leur bilan Zhang et Zhao [ZHANG and ZHAO, 2014] mettent en avant un des problèmes rencontrés avec l'utilisation du dispositif des barres de Hopkinson, ce dernier est la taille de l'échantillon. En effet lors des essais statiques un élancement compris entre 1 et 2 est recommandé, or ici d'une part la section des barres limite l'élancement afin d'avoir un chargement répartie sur toute la hauteur, et d'autre part l'équilibre recherché dans l'échantillon limite son diamètre. Par exemple, dans le cadre du mortier et du béton, pour un échantillon de 8 cm de diamètre le temps de parcours des ondes est d'environ 20 μ s. Or à haute vitesse de déformation ($\dot{\epsilon} \approx 100s^{-1}$), la durée de l'essai sera plus courte que ce temps de traversée.

Essai de traction par flexion :

Dans le cadre de l'essai de traction par flexion à trois points en dynamique on utilise le dispositif des barres de Hopkinson. La barre sortante est remplacée par deux barres afin d'obtenir un essai de flexion dynamique [DELVARE et al., 2010]. Ici Delvare et ses collaborateurs remarquent que la fracturation arrive avant que l'information n'arrive aux appuis et aux extrémités de l'échantillon. Ceci leur permet de décrire le comportement de la poutre comme si elle était de longueur infinie. Ainsi, ils peuvent déterminer la contrainte de traction maximale à l'aide de la vitesse entrante :

$$\sigma(t) = eE \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\rho S}{EI}} V_e(t) \quad (1.31)$$

Dans cette approche la vitesse de déformation est également estimée à partir de la vitesse entrante.

$$\dot{\epsilon} = e \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\rho S}{EI}} \frac{dV_e(t)}{dt} \quad (1.32)$$

La vitesse de déformation à rupture ne correspond pas nécessairement à la valeur maximale, puisque par effet d'inertie la vitesse apparente peut continuer d'augmenter une fois l'éprouvette fracturée. Dans ce modèle il est donc nécessaire d'avoir une mesure fiable et précise de la vitesse entrante.

La vitesse de déformation peut également être obtenue à l'aide d'une jauge fixée sur la face opposée à la barre entrante [HANUS et al., 2012]. Concernant des éprouvettes de béton de R30A7 et l'utilisation de barre en aluminium, les vitesses de déformation mesurées varient entre 9,5 et 67 s^{-1} .

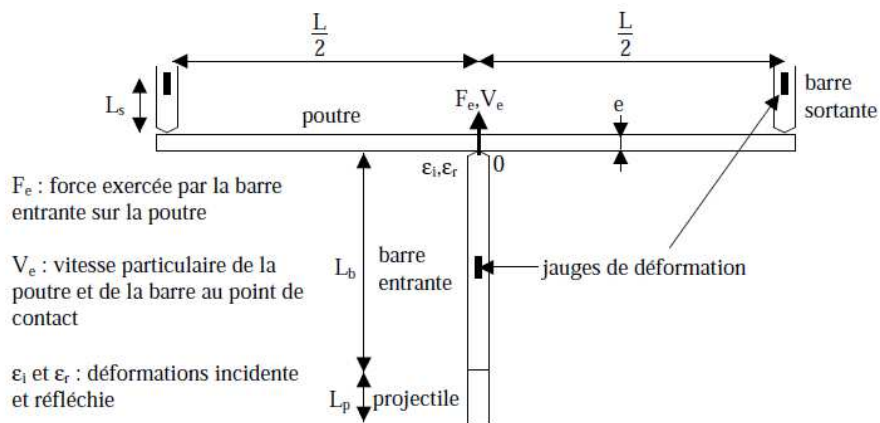


FIGURE 1.24 – Dispositif des barres de Hopkinson pour un essai de flexion [DURAND, 2009]

Afin de déterminer la contrainte à rupture en flexion dynamique Belenky et Rittel [BELENKY and RITTEL, 2011] proposent de réaliser non plus des essais en flexion trois points mais en flexion directe, c'est à dire sans appui. Afin de déterminer la contrainte à rupture pour les matériaux quasi-fragiles ils établissent des simulations

élément-finis avec l'ensemble échantillon/barre entrante, ils prennent comme donnée d'entrée pour le chargement la vitesse d'impact sur la barre entrante, concernant les conditions limites la poutre est laissée libre. Une fois la simulation réalisée ils considèrent la contrainte à rupture comme celle obtenue au moment de la rupture, cet instant étant déterminé au moyen d'une jauge de rupture fixée sur l'échantillon. Le temps de rupture est ainsi connu à $2 \mu s$ près à l'aide de leur dispositif ce qui leur permet d'obtenir une valeur de la contrainte à 8,5 % près. Les vitesses de déformations sont estimées à l'aide du calcul numérique à 450 et $900 s^{-1}$.

Dans cette approche le fait de déterminer l'ensemble du problème uniquement à l'aide du chargement entrant pose problème. En effet aucun instrument de mesure ne permet de vérifier la validité du modèle élastique global appliqué et ainsi que les contraintes et vitesses de déformations déterminées soient cohérentes avec la réalité.

1.2.4 Conclusion sur les essais

Afin de caractériser notre matériau, il nous faut choisir un type d'essai en particulier en disposant en dynamique d'un essai équivalent à l'essai statique. Les essais de flexion semblent intéressants du fait qu'ils permettent de caractériser une limite à rupture de type traction. Bien que la limite déterminée ainsi semble supérieure à celle obtenue pour de la traction pure, ce sont les mêmes mécanismes qui rentrent en jeu. De plus ces essais sont normalisés en statique, ce qui rend plus aisée la conception d'un procédé expérimental reproductible et compréhensible de l'ensemble de la communauté. Des essais dynamiques de flexion trois points ont déjà été réalisés par plusieurs auteurs à l'aide des barres de Hopkinson, et ceci sur des matériaux quasi-fragiles tel du béton R30A7. Ces derniers semblent en accord pour réaliser une analyse hors-équilibre de ce type d'essai, la rupture ayant lieu avant que l'effort ne soit transmis aux barres sortantes. De plus diverses pistes pour les interpréter au mieux ont déjà été mises en avant. Il faudra néanmoins réfléchir à la meilleure façon de les utiliser pour obtenir le meilleur dépouillement possible des essais.

1.3 Modélisations envisageables

Comme cela a déjà été rappelé, le béton peut être considéré comme un matériau homogène à l'échelle macroscopique. Contrairement à certains composites à base de fibres, l'assemblage des granulats et du mortier ne privilégiant aucune direction, le béton peut également être considéré comme isotrope initialement. Ce dernier possède néanmoins un comportement anisotrope suite au chargement. En effet sa résistance en traction étant environ dix fois plus faible que celle en compression, l'anisotropie de ce matériau n'apparaît que lors du chargement ; on parle ainsi d'anisotropie induite. [CHAMBART, 2009]

Suivant le type de chargement auquel on soumet le béton, celui-ci ne se comporte pas de manière identique. Ainsi il existe une multitude de modèles qui prennent en compte telle ou telle caractéristique de la réponse de ce dernier. Les différentes observations issues des essais amènent à chercher une modélisation qui prenne en compte. Les comportements mécaniques suivants :

- un comportement élastique initial du béton en traction comme en compression linéaire isotrope (de même module d'élasticité) ;
- une perte de linéarité du comportement qui se traduit entre autres par un caractère adoucissant aussi bien en traction qu'en compression, mais aussi par une perte de raideur dans le domaine élastique ;
- la dissymétrie du comportement s'observe aussi bien sur les contraintes/déformations à rupture, que par un comportement non linéaire différent (phase non linéaire beaucoup plus importante en compression) ;
- la sensibilité à la vitesse de déformation.

Ainsi dans un premier temps nous évoquerons les modèles elasto-plastiques et verront quelles solutions ils peuvent apporter pour la modélisation du béton. Puis nous verrons la limite de tels modèles et nous évoquerons la mécanique de l'endommagement.

1.3.1 Modèles basés sur la plasticité

Les modèles basés sur la plasticité considèrent généralement deux limites. La première est la limite d'élasticité jusqu'à laquelle le comportement du matériau est réversible. Au delà, la loi de comportement change pour prendre en compte un écrouissage jusqu'à la seconde, limite dite de rupture. Cet écrouissage peut être nul (plasticité parfaite), positif ou négatif. Cette dernière option permet de décrire le comportement adoucissant des bétons.

Modèle de Han Chen [HAN and CHEN, 1985] :

Un des intérêts de ce modèle est de prendre en compte une surface seuil de rupture qui n'est pas proportionnelle à la surface seuil d'élasticité. Ainsi, il considère une rupture fragile en traction et au contraire une plastification en compression. Ceci correspond à des observations expérimentales où la phase plastique est moins visible en traction qu'en compression. Les surfaces de seuil élastique et de rupture sont représentées à sur figure (1.25).

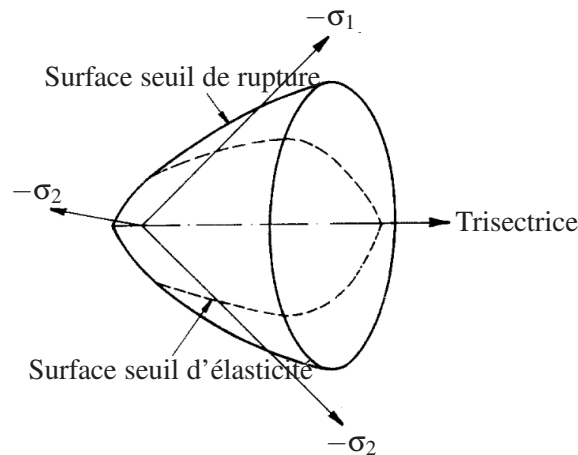


FIGURE 1.25 – Modèle de Han-Chen : surfaces seuils d'élasticité et de rupture d'après [HAN and CHEN, 1985]

Modèle de Johnson-Holmquist [HOLMQUIST TJ, 1993] :

Le modèle de Johnson-Holmquist est un modèle qui permet de suivre l'évolution du béton en considérant une sensibilité à la vitesse de déformation. Ce dernier est implémenté dans de nombreux codes de dynamique rapide comme LS-DYNA. Il est utilisé dans le cadre de fortes contraintes et de fortes vitesses de déformation. Ici le seuil de plasticité est défini comme une fonction de l'endommagement D , de la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ et de la pression normalisée P^* .

$$\sigma_{eq}^* = (A(1 - D) + BP^{*N}) (1 + C \ln(\dot{\epsilon}_{eq})) \quad (1.33)$$

où σ_{eq}^* et P^* sont normalisées par la contrainte à rupture en compression quasi-statique.

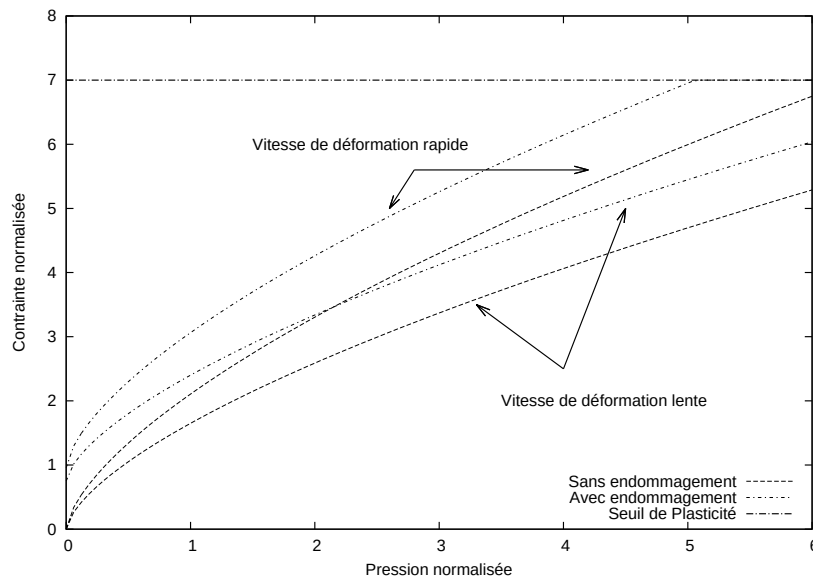


FIGURE 1.26 – Modèle de Johnson-Holmquist : surface seuil de plasticité

Ce modèle fut amélioré par [POLANCO-LORIA et al., 2008] pour entre autres ne plus avoir de discontinuité en $P^* = 0$ et mieux prendre en compte les efforts de cisaillement. Ainsi une nouvelle surface seuil de plasticité est définie par :

$$\sigma_{eq}^* = B(P^* + T^*(1 - D))^N F(\dot{\epsilon}_{eq}) R(\theta, e) \quad (1.34)$$

Où $F(\dot{\epsilon}_{eq})$ est une nouvelle fonction permettant de prendre en compte l'influence de la vitesse définie par : $F(\dot{\epsilon}_{eq}) = (1 + \dot{\epsilon}_{eq})^C$ avec $R(\theta, e)$ le facteur permettant de prendre en compte l'excentricité ainsi que l'orientation du chargement afin de mieux considérer les efforts de cisaillement.

1.3.2 Modèles d'endommagement

Les modèles élasto-plastiques sont limités par leur incapacité à reproduire la perte de raideur du béton lors de cycle de charge-décharge. C'est afin de palier cette faiblesse que l'on peut décrire le comportement du béton avec de l'endommagement.

Approche continue de l'endommagement [LEMAITRE, 1984] :

On peut modéliser le comportement non linéaire à la rupture du béton en regardant l'endommagement de manière continue. Pour cela on pose une variable interne D qui représente la croissance des micro-fissures présentes à l'origine dans le béton, cette variable variant de 0 à 1, 0 représentant le matériau dans son état initial sans dégradation et 1 représentant l'annihilation du béton. Il s'agit d'une variable interne rentrant en compte dans l'expression du potentiel thermodynamique Ψ . En considérant que les effets thermiques sont négligeables, on peut alors écrire le potentiel d'état élastique de la manière suivante :

$$\Psi_e = \frac{1}{2} \epsilon_e : E(D) : \epsilon_e \quad (1.35)$$

$$E(D) = (1 - D)E_0 \quad (1.36)$$

où E_0 représente le module d'Young du matériau non endommagé.

Les lois d'état du modèle nous fournissent le tenseur des contraintes σ ainsi que la force thermodynamique Y associée à l'endommagement.

$$\sigma = \rho \frac{\partial \Psi_e}{\partial \epsilon_e} \quad (1.37)$$

$$Y = \rho \frac{\partial \Psi_e}{\partial D} \quad (1.38)$$

Ensuite on définit une surface de charge qui permet de déterminer le seuil à partir duquel l'endommagement est activé.

Cette façon d'envisager l'endommagement peut être qualifiée de modèle isotrope à élasticité variable, le module d'Young apparent variant en fonction de l'endommagement.

Modèle d'endommagement isotropique de Mazars [MAZARS, 1984] :

Le modèle de Mazars fait référence, c'est pour cela qu'il est détaillé dans ce paragraphe. Pour ce dernier la relation contrainte/déformation est déterminée par :

$$\sigma = (1 - D)C^0 \cdot \epsilon \quad (1.39)$$

On pose la déformation équivalente de Mazars définit par :

$$\epsilon_{eq} = \sqrt{\sum \langle \epsilon_i \rangle_+^2} \quad (1.40)$$

$\langle \epsilon_i \rangle_+$ représentant la partie positive de la composante principale ϵ_i .

Le seuil initial d'endommagement pour $D = 0$ est défini par :

$$\varepsilon_{eq} - \kappa_0 = 0 \quad (1.41)$$

En général κ_0 est compris entre $0,5 \cdot 10^{-4}$ et $1,5 \cdot 10^{-4}$. Par la suite l'évolution de l'endommagement est définie à partir de la fonction seuil suivante :

$$f(\varepsilon_{eq}, D) = \varepsilon_{eq} - \kappa(D) = 0 \quad (1.42)$$

On définit alors des lois d'endommagement, une en traction et une autre en compression afin de prendre en compte la distinction du comportement du béton pour chacun de ces chargements.

$$D_t = 1 - \frac{\kappa_0(1 - A_t)}{\varepsilon_{eq}} - \frac{A_t}{\exp(B_t(\varepsilon_{eq} - \kappa_0))} \quad (1.43)$$

$$D_c = 1 - \frac{\kappa_0(1 - A_c)}{\varepsilon_{eq}} - \frac{A_c}{\exp(B_c(\varepsilon_{eq} - \kappa_0))} \quad (1.44)$$

L'endommagement global est défini comme une combinaison de l'endommagement en compression et de celui en traction :

$$D = \alpha_t^\beta D_t + \alpha_c^\beta D_c \quad (1.45)$$

Afin de déterminer les coefficients α en fonction des paramètres du système, les tenseurs de déformations en traction (ε_t) et en compression (ε_c) peuvent s'écrire de la manière suivante :

$$\varepsilon_t = \frac{1 + \nu}{E} \langle \sigma \rangle_+ - \frac{\nu}{E} \text{tr}(\langle \sigma \rangle_+) I \quad (1.46)$$

$$\varepsilon_c = \frac{1 + \nu}{E} \langle \sigma \rangle_- - \frac{\nu}{E} \text{tr}(\langle \sigma \rangle_-) I \quad (1.47)$$

Alors les coefficients α_t et α_c sont définis de la manière suivante :

$$\alpha_t = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\varepsilon_{ti} \langle \varepsilon_i \rangle}{\varepsilon_{eq}^2} \right) \quad (1.48)$$

$$\alpha_c = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\varepsilon_{ci} \langle \varepsilon_i \rangle}{\varepsilon_{eq}^2} \right) \quad (1.49)$$

On remarque que $\alpha_c + \alpha_t = 1$, en posant $\alpha = \alpha_t$, l'équation (1.45) devient :

$$D = \alpha^\beta D_t + (1 - \alpha)^\beta D_c \quad (1.50)$$

Ce modèle demande l'identification de huit paramètres, quatre peuvent être déterminés à l'aide d'un essai en compression uniaxiale (E , ν , A_c , B_c), trois à l'aide d'un essai de traction directe ou indirecte (κ_0 , A_t , B_t). β est déterminé à l'aide d'un essai en cisaillement. Dans le cas où ce dernier n'a pas pu être identifié, il est recommandé de prendre la valeur de 1 dans [GEORGIN et al., 2005], alors que la notice du code ASTER rédigée par Marina BOTTONI conseille la valeur de 1,06 [BOTTONI, 2009].

Modèle de La Borderie-Dubé :

Il s'agit du modèle d'endommagement de Mazars amélioré permettant de tenir compte de l'ouverture et de la fermeture des fissures (qui génèrent un effet unilatéral) [LA BORDERIE, 1991] et d'une sensibilité à la vitesse [DUBÉ et al., 1997]. Tout comme pour le modèle de Mazars, on prend en compte ici deux variables d'endommagement distinctes pour la compression et la traction. Ainsi l'évolution des déformations peut s'écrire de la manière suivante :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underbrace{\frac{\sigma^+}{E(1-D_t)} + \frac{\sigma^-}{E(1-D_c)} + \frac{\nu}{E} \left(\sigma - (Tr \underline{\underline{\sigma}}) I \right)}_{\text{Partie élastique des déformations}} + \underbrace{\frac{\beta_1 D_t}{E(1-D_t)} \frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma} I + \frac{\beta_2 D_c}{E(1-D_c)} I}_{\text{Partie anélastique des déformations}} \quad (1.51)$$

Où D_t et D_c correspondent respectivement aux variables d'endommagement en traction et compression, $f(\underline{\underline{\sigma}})$ représente la refermeture de fissure en compression.

La prise en compte de ceci permet de retrouver la raideur lors de cycle de traction compression, ce que ne permettait pas le modèle de Mazars.

On définit des fonctions seuils (F_i) pour chacune des deux directions (traction, compression) en fonction d'une part des taux de restitution d'énergie :

$$Y_t = \frac{\sigma^+ : \sigma^+ + 2\beta_1 f(\sigma)}{2E(1-D_t)^2} \quad ; \quad Y_c = \frac{\sigma^- : \sigma^- + 2\beta_1 Tr(\sigma)}{2E(1-D_c)^2} \quad (1.52)$$

et d'autre part de l'évolution de l'écrouissage Z_i et d'un seuil Y_{0i} à déterminer :

$$F_i = Y_i - Z_i - Y_{0i} \quad (1.53)$$

Le modèle originel (La Borderie) ne prenait pas en compte la vitesse de l'essai et l'évolution de l'endommagement était définie par $F_i = 0$ et $\dot{F}_i = 0$.

pour y remédier [DUBÉ et al., 1997] ont introduit une formulation dépendante du temps :

$$\dot{D}_i = \left(\frac{F_i}{m} \right)^n \quad (1.54)$$

Ce modèle est plus adapté pour des calculs de chargements cycliques et prend en compte une sensibilité à la vitesse, ce qui le rend apte à être utilisé en dynamique.

Modèle de Gatuingt [GATUINGT, 1999] :

On ne considère ici que la version unidimensionnelle du modèle associée à l'endommagement en traction tel que $\sigma = (1-D)E_0\varepsilon$. Ce modèle fut pensé pour le béton, la surface de charge dépendante de la déformation et de l'endommagement s'écrit :

$$F(\varepsilon, D) = \varepsilon - \kappa_0 - \frac{1}{a} \left(\frac{D}{1-D} \right)^{1/b} \quad (1.55)$$

Pour la version indépendante du temps du modèle, la condition $F(\varepsilon, D) = 0$ permet d'obtenir une expression explicite de l'endommagement en fonction de la déformation :

$$D(\varepsilon) = \frac{a^b (\varepsilon - \kappa_0)^b}{1 + a^b (\varepsilon - \kappa_0)^b} \quad (1.56)$$

Pour la version dépendante du temps du modèle, la loi d'évolution de l'endommagement s'écrit :

$$\dot{D} = \left(\frac{F}{m} \right)^n \quad (1.57)$$

Des paramètres caractéristiques pour l'endommagement en traction sont donnés au tableau (1.3.2)

Paramètre	comportement post-pic			comportement visqueux	
	a	b	κ_0	m	n
Valeur	20000	1,6	1.10^{-4}	$0,5.10^{-4}$	3

TABLE 1.4 – Paramètres de loi pour du MB50 d'après [GATUINGT, 1999]

Modèle de Allix et Deü :

Il s'agit d'un modèle développé pour les composites par Olivier Allix et Jean-François Deü [ALLIX and DEÜ, 1997] et étendu par Marion Chambart [CHAMBART, 2009] dans sa thèse pour l'étude du béton. La surface de charge dépendante de la déformation s'écrit :

$$F(\epsilon, D) = ab \arctan\left(\frac{\epsilon}{a} - \arctan\left(\frac{\kappa_0}{b}\right)\right) - D \quad (1.58)$$

Pour la version indépendante du temps du modèle, la condition $F(\epsilon, D) = 0$ permet d'obtenir une expression explicite de l'endommagement en fonction de la déformation :

$$D(\epsilon) = ab \arctan\left(\frac{\epsilon}{b} - \arctan\left(\frac{\kappa_0}{b}\right)\right) \quad (1.59)$$

La vitesse d'endommagement s'écrit :

$$\dot{D} = \dot{D}_\infty (1 - e^{-cF}) \quad (1.60)$$

Écrire la vitesse d'endommagement de cette manière permet de la borner, ce qui dans le cadre de hautes vitesses de déformation évite de se retrouver avec $\dot{D}$ qui tend vers l'infini. Ainsi ce modèle est performant dans le domaine des hautes vitesses. Des paramètres caractéristiques pour l'endommagement en traction sont données au tableau (1.3.2)

Paramètre	comportement post-pic			comportement visqueux	
	a	b	κ_0	$\dot{D}_\infty$	c
Valeur	5000	$2,93.10^{-4}$	1.10^{-4}	$50\,000\text{ s}^{-1}$	1

TABLE 1.5 – Paramètres de loi pour du béton d'après [CHAMBART, 2009]

1.4 Approches statistiques

De part les défauts liés à sa conception évoqués antérieurement, la rupture du béton peut être vue comme un phénomène aléatoire. Si, le comportement en traction du béton peut être considéré comme fragile, l'apparition de la première macro-fissure menant à la ruine, la valeur de la contrainte à rupture varie sensiblement d'un échantillon à l'autre. La répartition et la taille des micro-fissures au sein du béton jouent un rôle important sur la contrainte à rupture, en effet une micro-fissure importante aura plus de facilité à créer une macro-fissure à contrainte peu élevée qu'une micro-fissure de plus petite taille. La distribution des défauts ayant un caractère aléatoire, la contrainte maximale atteinte possède aussi cet aspect aléatoire.

1.4.1 Modèle de Weibull

Il est présenté ici l'approche de Weibull [WEIBULL, 1939]. Il considère un corps mécanique constitué d'une succession de maillons. Lorsque ce dernier est soumis à un chargement uniforme et uniaxial et qu'il y a rupture, cette dernière est due au maillon le plus faible. Pour cela il suppose la présence de défauts aléatoirement

répartis dans le volume. Ainsi la probabilité de survie d'un volume global, soumis à une contrainte σ , est le produit de la probabilité de survie de chacun de ses sous-ensembles :

$$P_s(V_1 + V_2, \sigma) = P_s(V_1, \sigma) \times P_s(V_2, \sigma) \quad (1.61)$$

Une loi de Poisson permet de bien appréhender ce genre de problématique où l'on souhaite dénombrer le nombre d'événements discrets (ici la rupture d'un maillon) sur un intervalle (ici spatial, le volume de notre échantillon).

Ainsi la probabilité de survie est définie par :

$$P_s(V, \sigma) = e^{-\lambda(\sigma)V} \quad (1.62)$$

Et celle de la rupture par :

$$P_r(V, \sigma) = 1 - e^{-\lambda(\sigma)V} \quad (1.63)$$

Weibull a choisi de décrire le paramètre λ comme une loi puissance, cela correspondant à la phénoménologie habituelle de la rupture fragile.

$$\lambda = \frac{1}{V_0} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \quad (1.64)$$

où m est le module de Weibull.

Plus ce dernier est élevé, moins il y a de disparités entre les différents échantillons. Tandis que V_0 et σ_0 sont des facteurs d'échelle dépendants l'un de l'autre. Les écrire de cette manière permet d'assimiler σ_0 à une contrainte. Ce paramètre n'est toutefois pas égal à la valeur moyenne de contrainte en rupture, celle-ci peut être déterminée à l'aide de la relation suivante :

$$\sigma_w = \sigma_0 V^{-1/m} \Gamma \left(1 + \frac{1}{m} \right) \quad (1.65)$$

où V_0 correspond à un volume élémentaire de référence (généralement égal à 1 m^3 ou 1 mm^3).

La probabilité de rupture peut se réécrire :

$$P_r(V, \sigma) = 1 - e^{-\frac{1}{V_0} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m V} \quad (1.66)$$

Dans le cas d'un champ de contrainte non uniforme il faut prendre en compte la répartition du champ de contrainte au sein du volume. Alors la probabilité de rupture ne s'écrit plus en fonction du simple produit $\sigma^m V$, mais de l'intégrale de σ^m sur le volume.

$$P_r(V, \sigma) = 1 - e^{-\frac{1}{V_0} \int \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m dv} \quad (1.67)$$

Afin de simplifier cette expression, on définit le volume effectif tel que décrit à l'équation (1.68). Celui-ci correspond au volume soumis à la contrainte maximale dans notre échantillon si nous avons une répartition uniforme de cette dernière. Ce volume est donc par définition inférieur au volume réel de notre échantillon.

$$V_E = \int \left(\frac{\sigma}{\sigma_{\max}} \right)^m dv \quad (1.68)$$

Le volume effectif dépend donc de la modélisation que l'on fait de notre étude et du module de Weibull. Désormais nous pouvons écrire la probabilité de rupture de la manière suivante :

$$P_r(V, \sigma) = 1 - e^{-\frac{V}{V_0} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m} \quad (1.69)$$

En fonction de la modélisation envisagée nous pouvons déterminer ce volume effectif facilement ou non. Par exemple pour une modélisation éléments-finis, il est tout à fait possible de déterminer ce volume numériquement. Le volume effectif dans le cadre de la flexion trois points en utilisant la théorie des poutres est rappelé dans l'équation (1.70) (pour information son calcul est reporté en annexe).

$$V_E = \frac{V}{2(m+1)^2} \quad (1.70)$$

Ainsi le volume effectif peut s'écrire directement en fonction du volume et du module de Weibull.

Au final, dans le cadre de la flexion trois points en rupture fragile nous avons la probabilité de rupture pour un certain volume à une certaine contrainte qui est donnée par l'équation (1.71). Ici les paramètres m et σ_0 sont à déterminer à l'aide d'essais.

$$P_r(V, \sigma) = 1 - e^{-\frac{V}{2(m+1)^2 V_0} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m} \quad (1.71)$$

1.4.2 Détermination des paramètres

Génération d'une distribution de données expérimentales Une des méthodes les plus fréquentes pour déterminer le module de Weibull est de tracer sur une échelle logarithmique la relation entre la contrainte à rupture d'une part et la probabilité expérimentale d'autre part.

Pour cela on trie par ordre croissant l'ensemble des contraintes à rupture obtenues expérimentalement et on lui adjoint une probabilité de rupture empirique calculée à l'aide d'un estimateur de la forme :

$$P_i = \frac{i - \alpha}{n + \beta} \quad (1.72)$$

Les plus courants sont :

$$P_i = \frac{i}{n+1} \quad ; \quad P_i - 0,3 = \frac{i}{n+0,4} \quad ; \quad P_i = \frac{i-3/8}{n+1/4} \quad ; \quad P_i = \frac{i-0,5}{n} \quad (1.73)$$

Il a été montré que de ces quatre estimateurs de probabilité $P_i = \frac{i-0,5}{n}$ est celui qui donne les meilleurs résultats [LAMON, 2007]

Si l'on reprend l'équation (1.71), nous pouvons écrire :

$$1 - P_i = e^{-\frac{V}{2(m+1)^2 V_0} \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_0} \right)^m} \quad (1.74)$$

où P_i et σ_i représentent respectivement la probabilité expérimentale avec la contrainte associée.

$$\ln(1 - P_i) = -\frac{V}{2(m+1)^2 V_0} \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_0} \right)^m \quad (1.75)$$

$$\ln(-\ln(1 - P_i)) = m \ln(\sigma_i) + \ln \left(\frac{V}{2(m+1)^2 V_0 \sigma_0^m} \right) \quad (1.76)$$

Ainsi en établissant l'interpolation linéaire du nuage de points défini par les couples $[\ln(\sigma_i), \ln(-\ln(1 - P_i))]$, on peut déterminer le module de Weibull m , ce dernier étant le coefficient directeur de cette interpolation. Dans un second temps, il est alors possible de déterminer le facteur d'échelle.

Méthode du maximum de vraisemblance Une autre manière de déterminer ces paramètres et de déterminer le jeu de paramètre possédant le maximum de vraisemblance. Cette méthode est décrite dans l'ouvrage : '*Mécanique de la rupture fragile et de l'endommagement : approches statistiques et probabilistes*' [LAMON, 2007], en voici le détail. Dans un premier temps, pour une distribution de la forme $P = e^{(-\frac{\sigma}{\alpha_0})^m}$ on pose la fonction L suivante :

$$L = \prod_{j=1}^n \left(\frac{m}{\alpha_0} \right) \left(\frac{\sigma_R^j}{\alpha_0} \right)^{m-1} \exp \left[- \left(\frac{\sigma_R^j}{\alpha_0} \right) \right] \quad (1.77)$$

où les σ_R^j représentent l'ensemble des valeurs expérimentales des contraintes en rupture.

En utilisant les dérivées partielles de $\ln(L)$ on peut déterminer les paramètres m et α_0 .

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial m} = 0 \quad (1.78)$$

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial \alpha_0} = 0 \quad (1.79)$$

Ainsi nous avons :

$$\frac{\sum_{j=1}^n (\sigma_j)^m \ln(\sigma_j)}{\sum_{j=1}^n (\sigma_j)^m} - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\sigma_j) - \frac{1}{m} = 0 \quad (1.80)$$

$$\alpha_0 = \left[\frac{1}{m} \sum_{j=1}^n (\sigma_j)^m \right]^{1/m} \quad (1.81)$$

Afin de déterminer m il suffit de trouver celui qui minimise la fonction $f(m)$ que l'on définit à l'aide de l'équation (1.82).

$$f(m) = \frac{\sum_{j=1}^n (\sigma_j)^m \ln(\sigma_j)}{\sum_{j=1}^n (\sigma_j)^m} - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\sigma_j) - \frac{1}{m} \quad (1.82)$$

En dérivant la fonction définie ci-dessus on obtient :

$$f'(m) = \frac{((\sum_{j=1}^n (\sigma_j)^m)(\sum_{j=1}^n (\sigma_j)^m \ln(\sigma_j)^2)) - (\sum_{j=1}^n (\sigma_j)^m \ln(\sigma_j))^2}{(\sum_{j=1}^n (\sigma_j)^m)^2} + \frac{1}{m^2} \quad (1.83)$$

et ainsi à chaque pas :

$$m_{n+1} = m_n - \frac{f(m_n)}{f'(m_n)} \quad (1.84)$$

l'algorithme itératif se termine lorsque $f(m)$ est suffisamment proche de 0. Une fois m le module de Weibull déterminé on obtient directement le paramètre lié au facteur d'échelle à l'aide de l'équation (1.81). Si on reprend la forme de la loi de Weibull explicitée à l'équation 1.66, nous avons :

$$\alpha_0 = \sigma_0 \left(\frac{V}{V_0} \right)^{-1/m} \quad (1.85)$$

1.4.3 Données de la littérature

Dans le cadre de sa thèse [ERZAR, 2010] a déterminé des paramètres de Weibull pour du béton R30A7 sec et humide, ces derniers sont repris dans le tableau ci-dessous et pourront nous servir de valeurs de référence.

Hydrométrie	Dimmension [mm ³]	m	σ_w [MPa]	V_{eff} [mm ³]
Humide	40*20*160	12	6,0	284
Sec	40*20*160	12	7,1	284

TABLE 1.6 – Paramètres de Weibull du R30A7 [ERZAR, 2010]

1.4.4 Utilisation de ces paramètres en dynamique

L'approche statistique du premier défaut à rompre peut s'étendre pour des plus grandes vitesses de déformation. Dans sa thèse Erzar [ERZAR, 2010] décrit le modèle de fragmentation de Denoual-Forquin-Hild [DENOUAL and HILD, 2000] qui permet, à l'aide des paramètres de Weibull déterminés en statique, de prédire un certain nombre de caractéristiques d'une fragmentation dynamique, telles que la contrainte de début de fracturation et la contrainte ultime.

En statique, on considère que le défaut avec la plus faible contrainte d'activation entraîne la ruine du corps d'épreuve. En dynamique, l'état de contrainte met un certain temps à s'établir au sein du matériau, ainsi le premier défaut sollicité n'est pas forcément celui possédant la plus faible contrainte d'activation. De plus par l'aspect dynamique de la chose, même si un défaut est activé, le niveau de contrainte continue à augmenter dans les régions suffisamment loin de cet amorçage de fissuration où la tension n'est pas relâchée. De la même manière il est à noter que certains défauts ne seront pas activés du fait de la diminution locale du niveau de contraintes dans les régions où la tension s'est relâchée. Il faut donc prendre en compte l'occultation d'un certain nombre de défauts afin d'envisager au mieux l'augmentation de la contrainte au sein de l'échantillon.

Ainsi, on peut considérer que le volume dans lequel les défauts sont occultés est proportionnel à la longueur de la fissure [DENOUAL and HILD, 2000].

$$V_{ocul}(t_2 - t_1) = S(v_{fiss}(t_2 - t_1))^n \quad (1.86)$$

où n est la dimension du milieu considère et S un facteur de forme.

Pour cela on considère que la vitesse de propagation des fissures est inférieure à la célérité des ondes dans le milieu. Généralement on applique un facteur $k = 0,38$ à la célérité des ondes afin d'avoir une estimation de la vitesse de fissuration. [KANNINEN and POPELAR, 1985]

Les auteurs [DENOUAL and HILD, 2000] considèrent que le processus de fragmentation se termine une fois que l'ensemble du volume est occulté. En supposant un chargement à vitesse constante ($\dot{\sigma} = Cte$) et en posant comme temps de référence l'amorçage de la fissure, il est possible de déduire la contrainte à rupture ainsi que le temps caractéristique associé :

$$t_c = \left(\sigma_0 \left(\frac{V}{V_0} \right)^{-1/m} \right)^{\frac{m}{m+n}} (\dot{\sigma})^{\frac{-m}{m+n}} \left(\frac{1}{S^{1/n} v_{fiss}} \right)^{\frac{n}{m+n}} \quad (1.87)$$

$$\sigma_c = \left(\sigma_0 \left(\frac{V}{V_0} \right)^{-1/m} \right)^{\frac{m}{m+n}} \left(\frac{\dot{\sigma}}{S^{1/n} v_{fiss}} \right)^{\frac{n}{m+n}} \quad (1.88)$$

Ainsi, ces grandeurs dépendent à la fois des paramètres de Weibull déterminés à l'aide d'essai statique (m et $\sigma_0 \left(\frac{V}{V_0} \right)^{-1/m}$) et à la fois des paramètres de fissuration (S et v_{fiss}).

Conclusion

Nous avons, au cours de cette succincte étude bibliographique, mis en évidence que le béton est un matériau dont la principale faiblesse est sa résistance en traction. Le caractère quasi-fragile du comportement de ce dernier, qui est associé à une rupture pour de très faibles niveaux de déformation, a conduit à l'utilisation d'essais spécifiques tant en statique qu'en dynamique. Les essais dynamiques mettent en évidence une apparente augmentation de la résistance du béton avec la vitesse de sollicitation. Cette augmentation de résistance apparaît plus importante en traction qu'en compression et ne semble pas pouvoir s'expliquer par un effet structural de type confinement inertiel.

Afin de contribuer à mieux comprendre et caractériser cette sensibilité à la vitesse en traction, nous nous appuierons sur des essais de flexion trois points qui seront réalisés en statique comme en dynamique. Le choix de cette configuration s'appuie d'une part, sur le fait que c'est un chargement qui amène à la rupture en traction (faiblesse de notre matériau), et d'autre part qu'il s'agit d'un essai normalisé en quasi-statique (ce que ne sont pas les essais de tractions directes). De plus cet essai peut amener à différents profils de fracture avec génération d'un nombre plus ou moins important de fragments lors d'essais dynamiques. Afin de compléter les informations de la littérature (cf. figure (1.27)), nous tacherons de réaliser des essais pour des vitesses de déformation comprises entre 1 et 20 s⁻¹, pour cela des barres d'Hopkinson en nylon seront utilisées. Le détail du procédé expérimental sera détaillé dans la partie suivante.

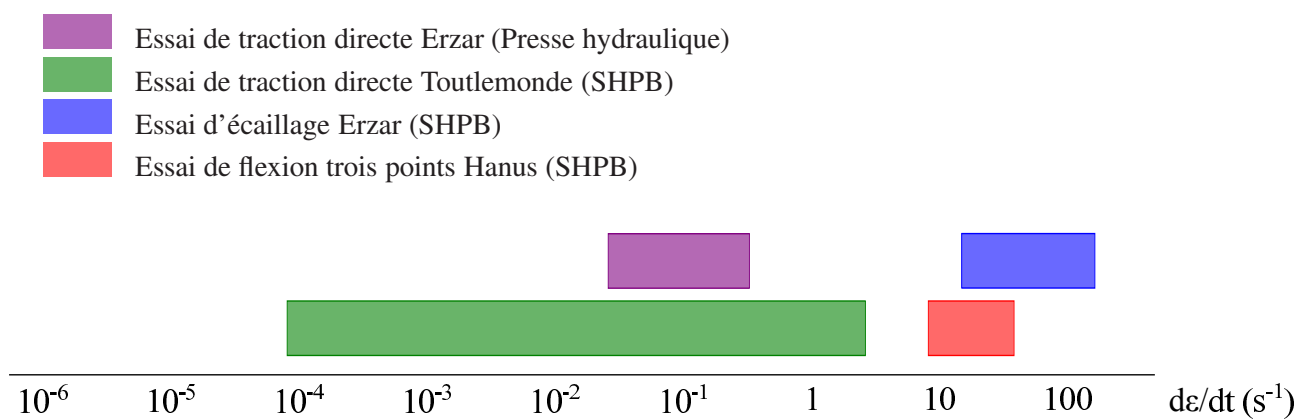


FIGURE 1.27 – Vitesses de déformation atteintes lors de différents essais dans le cadre de la traction du béton

Afin de faire face à différentes contraintes de moyens et expérimentales, des éprouvettes de dimension 160*40*40 mm³ sont choisies. Concernant les matériaux étudiés, comme évoqué précédemment il s'agira de mortier, ainsi que d'un mini-béton (granulats inférieurs au centimètre) utilisable dans le cadre d'éprouvettes de cette taille. Ce mini-béton est qualifié de R30A7 au vu de ses caractéristiques (résistance de 30 MPa à 28 jours et un affaissement de 7 cm). Le choix de ce dernier résulte de la définition rigoureuse de son élaboration et de nombreux résultats disponibles dans la littérature. Afin de minimiser l'influence de l'eau libre au sein de nos éprouvettes, nous les sécherons. L'ensemble du processus de réalisation de nos corps d'épreuve sera détaillé dans le chapitre suivant.

La rupture de nos matériaux se faisant pour des faibles déformations (de l'ordre de 2.10⁻⁴ en traction) il faut envisager une métrologie adaptée. C'est pour cela que l'utilisation de jauges de déformations nous semble cohérente, ces dernières sont utilisées depuis des décennies et possèdent une précision suffisante pour notre problème. De plus, l'utilisation, de l'imagerie (et imagerie rapide en dynamique) nous semble intéressante pour la mesure des déplacements, ces techniques étant de plus en plus performantes et permettant une mesure du déplacement non perturbée par les problèmes de mise en place. L'utilisation de ces moyens de mesure seront

détaillés dans le chapitre suivant qui décrit le procédé expérimental.

Enfin nous avons vu plusieurs modèles prenant en compte à la fois l'endommagement de notre matériau et sa sensibilité à la vitesse de déformation. Au sein du chapitre trois nous étudierons l'apport et la cohérence de ces modèles. De la même manière l'approche statistique à l'aide du modèle de Weibull sera étudiée.

Chapitre 2

Dispositif expérimental et résultats

Introduction

Dans ce chapitre nous présenterons l'ensemble du procédé expérimental, de la réalisation des éprouvettes aux différents dispositifs d'essais en passant par la métrologie.

Dans un premier temps, nous détaillerons le processus de réalisation des éprouvettes conformément aux normes en vigueur.

Puis la corrélation d'images numériques sera présentée et les différents moyens à disposition seront détaillés. Il sera alors expliqué l'utilisation de ces derniers afin d'avoir la meilleure mesure de déplacement possible. Comme nous cherchons à mesurer de très faibles déplacements, nous devrons, par conséquent, veiller à minimiser aux maximum les incertitudes de mesure. Concernant l'incertitude, cette dernière sera explicitée et confrontée à différents paramètres afin d'estimer au mieux les causes d'imprécision.

Enfin nous viendrons sur les essais eux-même que cela soit en statique ou en dynamique. Nous mettrons en avant les dispositifs utilisés et nous en profiterons pour présenter les premiers résultats, c'est à dire l'évolution des grandeurs mesurées.

2.1 Préparation des éprouvettes

2.1.1 Confection des gâchées

Les éprouvettes réalisées au sein de ce travail sont en mortier et en béton de dimensions $40 \times 40 \times 160 \text{ mm}^3$, celles-ci correspondant à la norme NE EN 12350-1 [AFNOR, 2001b]. Elles sont réalisées à l'aide de moules pouvant contenir trois éprouvettes (cf figure (2.1.1)). De plus des éprouvettes cylindriques de dimensions $320 \times 80^2 \times \pi \text{ mm}^3$ sont également réalisées afin de vérifier la résistance en compression à 28 jours de chacune des gâchées.



FIGURE 2.1 – Moules ayant servi à la fabrication des éprouvettes

Souhaitant un béton R30A7, c'est à dire un béton dont la résistance de compression est de 30 MPa et possède un affaissement au cône d'Abrams de 7 cm, nous utilisons la composition donnée dans le tableau (2.1.1) afin de le réaliser.

Composant	Masse pour 1 m ³
Eau	169 Kg
Sable D 1800 μm	838 kg
Granulats BB 0.5/8	1007 kg
BB 2/4	201, 4kg
BB 4/8	805,6 kg
Ciment : CEM 52.5 N PM ES CP2	263 kg
Masse volumique	2277 kg/m ³

TABLE 2.1 – Composants utilisé pour la fabrication du micro-béton R30A7 [VU, 2007]

Les différents composants sont détaillés ci-dessous.

Gravier BB0,5/8 Ceux sont des granulats siliceux (98,5% de silice) roulés de gisement de dimension D0,5/8 ($d_{\min} = 0,5 \text{ mm}$, $d_{\max} = 8 \text{ mm}$) obtenus par mélange de deux granulats : 20% de BB2/4 et 80% de BB4/8. Ils sont fournis par la société SIBELCO France de Mios (33). Les courbes granulaires correspondantes ont été déterminées et sont reportées sur les figures (2.2(a), 2.2(b) et (2.2(c))). Nous notons que la dimension des granulats n'excède pas les 8 mm, ce qui est bien 3,5 fois inférieur à notre dimension de base la plus petite (40 mm).

Sable Silmix 1800 μm Il est constitué de 98,5% de silice, issu de gisements naturels (granulats roulés) et fourni par la société SIBELCO France de Saint Césaire (17). La courbe granulométrique est présentée sur la

figure (2.2(d))

Ciment Le ciment utilisé est le : EXTREMAT CEM I 52,5 N-SR3 CE PM-CP2 NF de Vicat . Il s'agit d'un ciment adapté pour réaliser des bétons haute performance et résistant aux milieux agressifs (sel, sulfates, froid).

Eau Aucune attention particulière n'a été faite au regard de l'eau, il s'agit de l'eau courante. La dureté de l'eau et sa quantité de calcaire n'ont pas été mesurées. D'après la norme NF EN 1008 [AFNOR, 2003] l'eau potable est toujours adéquate pour gâcher du béton. Selon la mairie la dureté de l'eau à Bourges varie entre 22°fH et 25°fH.

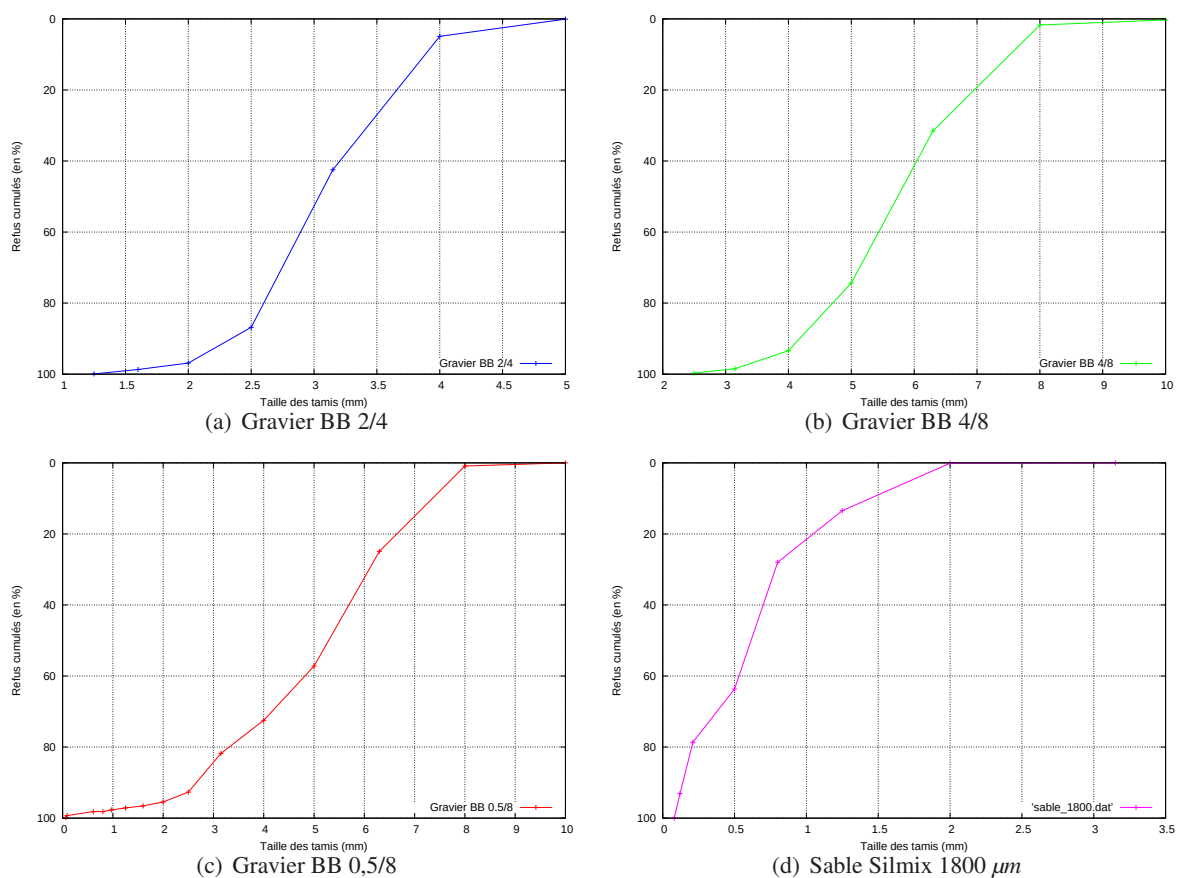


FIGURE 2.2 – Granulométrie des différents composants

Une fois le béton coulé, on mesure son affaissement à l'aide du test dit du cône d'Abrams suivant la norme NF 12350-2 [AFNOR, 2001a]. Ce test d'affaissement consiste à mesurer l'affaissement d'un cône tronqué de béton frais de 30 cm de haut, ce dernier ayant une section circulaire allant de 20 cm de diamètre à 10 cm. Plus l'affaissement est grand, plus le béton est souple. La figure (2.3) montre la géométrie et le matériel utilisé pour réaliser la mesure de cet affaissement. Afin de le réaliser il faut remplir le cône en trois temps, à chaque en prenant le temps de bien tasser le béton à l'aide du bâton fourni. Une fois le cône rempli à ras bord, on tourne ce dernier d'un quart de tour avant de l'enlever. Puis on attend une minute que l'affaissement se produise et on le mesure.

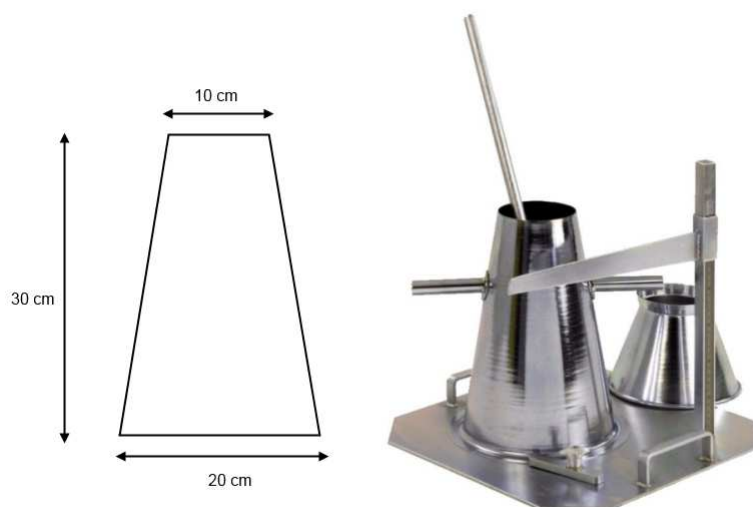


FIGURE 2.3 – Configuration du cône d'Abrams

Ensuite, le béton frais est placé dans les moules et vibré afin d'éviter les bulles d'air en son sein et le rendre le plus homogène possible. Ensuite, les éprouvettes sont placées dans une salle à hygrométrie et température contrôlées pendant 28 jours, ces dernières étant démoulées dans les 48 heures. Ce protocole suit la norme NF 12390-2 [AFNOR, 2001c].

Deux coulées de béton ont été faites, la première a mené à la réalisation de 48 éprouvettes de 40*40*160 et 2 cylindres 160*320 mm et la deuxième à 48 éprouvettes de 40*40*160 et 4 cylindres 160*320 mm.

2.1.2 Test de compression à 28 jours

A 28 jours des tests de compression simple sont réalisés afin de déterminer la contrainte de rupture en compression qui est une des caractéristiques majeures du béton. Pour cela on applique un chargement et l'on note l'effort à rupture, les éprouvettes étant rectifiées et des plateaux en bois étant posé entre l'appareillage et le cylindre afin d'éviter toute concentration de contraintes liée à une imperfection géométrique. Cette étape suit la norme NF 12390-3 [AFNOR, 2001d]. La première gâchée à une résistance à 28 jours de 24 MPa et un affaissement au cône d'Abrams de 6,5 cm tandis que la seconde possède une résistance de 34,76 MPa et un affaissement de 6,5 cm.

2.1.3 Saturation et séchage du béton

Une fois les 28 premiers jours passés, les éprouvettes sont disposées dans l'eau jusqu'à saturation de ces dernières. La saturation des éprouvettes en eau est contrôlée à l'aide du suivi de leur masse, en effet à partir d'un certain point celles-ci ne gagnent plus d'eau. La figure (2.4(a)) nous montre cette évolution. En moyenne les éprouvettes gagnent 3,74 % de masse pour la première gâchée et 2,67 % pour la seconde. Une fois les éprouvettes saturées en eau, on les sèche à l'aide d'un four pour accélérer ce processus. La température du four est fixée à 50°C. Le suivi de ce séchage est visible sur la figure (2.4(b)). En moyenne les éprouvettes perdent 4,46 % de masse pour la première gâchée et 4,36 % pour la seconde.

Ainsi au cours de ces deux phases un suivi régulier de leur masse est effectué. En plus de cela on mesure leurs fréquences de résonance afin d'en déterminer le module d'Young.

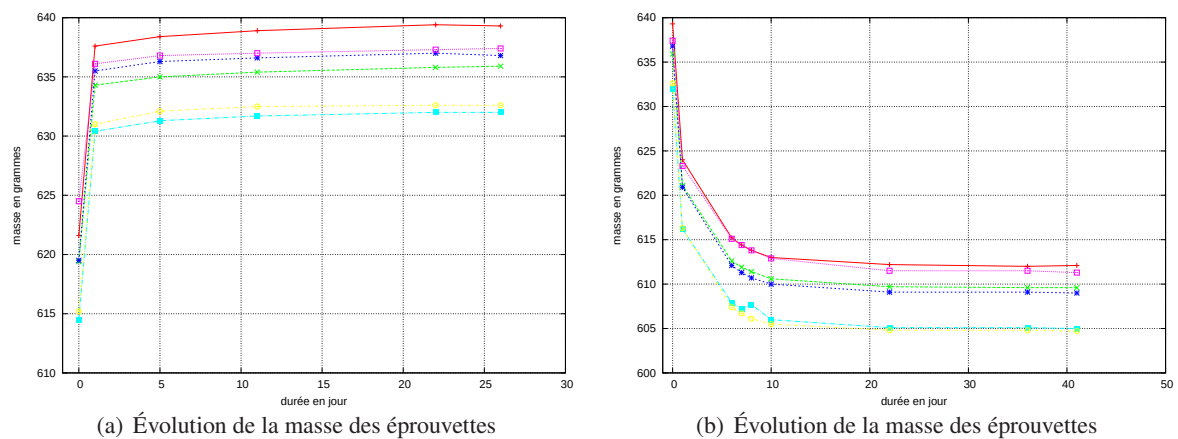


FIGURE 2.4 – Suivi de la masse des éprouvettes lors de leurs phases de saturation et de séchage

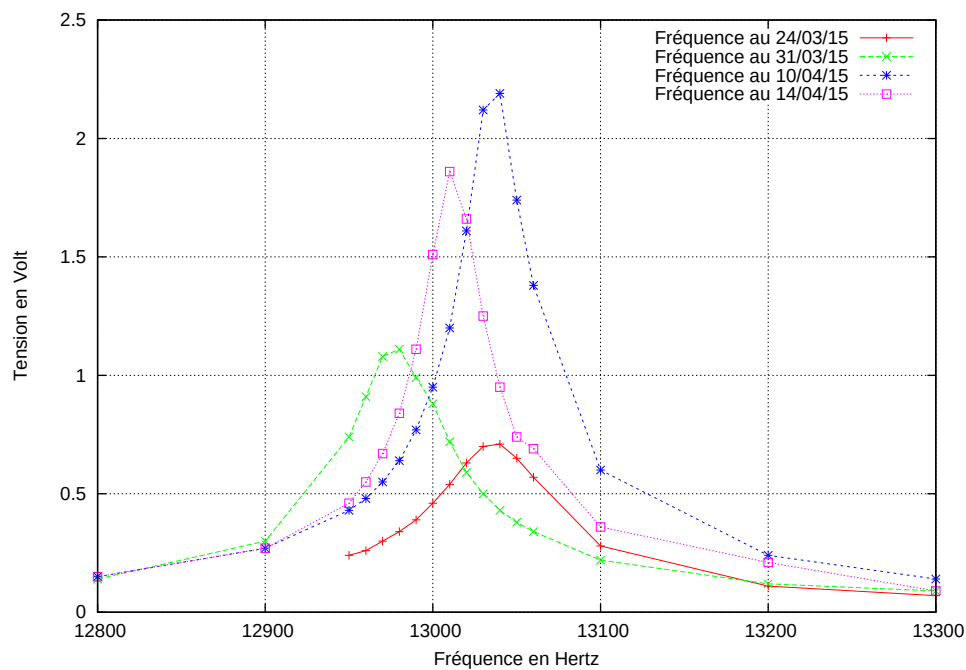


FIGURE 2.5 – Tension mesurée en fonction de la résonance, évolution temporelle

La figure (2.5) montre différents suivis de résonance pour une éprouvette de béton, réalisée le 15 décembre 2014, lors de sa phase de séchage. Une des informations intéressantes à noter est la plus grande difficulté à mesurer la fréquence de résonance lorsque l'éprouvette est trempée. En effet le pic de résonance est beaucoup moins prononcé pour les deux premières mesures qui correspondent aux états les plus humides.

2.1.4 Synthèses des béton secs

Au final nous avons à disposition des éprouvettes de béton issues de trois gâchées différentes, une première du 12/10/2009 établie il y a fort longtemps. Puis les deux dernières évoquées ci dessus. Le tableau (2.1.4) renvoie les caractéristiques de chacune de ces gâchées. De plus une dizaine d'éprouvettes de mortier ont été mises à notre disposition.

Gâché N°	date	E en [GPa]	σ_{28j} [MPa]	ρ_{frais} [kg.m ⁻³]	ρ_{sec} [kg.m ⁻³]	affaissement
béton 1	12/10/2009	43,15	34,80	2321	2358	7,5
béton 2	15/12/2014	40,75	24,00	2292	2312	6,5
béton 3	23/01/2015	40,52	34,76	2324	2376	6,5
mortier	23/02/2012	27,92	/	/	2127	/

TABLE 2.2 – Caractéristiques des différentes gâchées

2.2 Matériel Optique et CIN

2.2.1 Corrélation d'Images Numériques : Principe

La Corrélation d'Images Numériques (CIN) est une méthode qui consiste à déterminer des champs de déplacement en comparant des photographies d'échantillons avant et après un chargement. Elle s'appuie sur les travaux de Sutton et al. réalisés au début des années 80 [SUTTON et al., 1983]. Cette méthode dans sa version de base permet uniquement une analyse bidimensionnelle des champs de déplacement.

Les prises de vues qui nous intéressent sont enregistrées sous format numérique. C'est à dire que chaque image est découpée en pixels auxquels on affecte une ou des valeurs de colorisation. Par exemple pour une photographie couleur, le système RGB donne une valeur codée sur 8 bits (un octet, soit 256 possibilités) pour l'intensité de rouge, une autre pour le vert et une dernière pour le bleu. Ainsi chaque pixel est encodé sur 24 bits, soit un total de 16 777 216 de couleurs possibles. Dans le cas qui nous intéresse les images sont encodées en niveaux de gris sur 8 ou 12 bits (256 ou 4096 valeurs). Chaque image peut être ainsi écrite sous la forme d'une fonction discrète renvoyant le niveau de gris en fonction des coordonnées verticales et horizontales de l'image. Dans la suite nous noterons $\underline{x}$ le vecteur de coordonnées et f et g les fonctions liées respectivement à l'image dite de référence et à l'image déformée [Michel BORNERT and ROUX, 2011].

Le but de la corrélation d'images est de déterminer une transformation apparente Φ_a telle que :

$$g(\Phi_a(\underline{x})) = f(\underline{x}) \quad (2.1)$$

en notant $\underline{u}(\underline{x})$ le déplacement réalisé entre les deux images, nous pouvons écrire :

$$\Phi_a(\underline{x}) = \underline{x} + \underline{u}(\underline{x}) \quad (2.2)$$

Pour cela, l'image est subdivisée en différents motifs, généralement carrés. Le but ici est de déterminer une transformation Φ pour chacun de ces motifs. La taille de ces motifs est un choix de calcul important, cette dernière pouvant varier de 4×4 à 128×128 pixels². Prendre une taille de motif importante permet d'avoir une meilleure précision sur la mesure de déplacement [BORNERT et al., 2009], tandis que prendre des motifs petits permet d'avoir une informations sur un plus grand nombre de points.

Afin de déterminer la transformation qui correspond le mieux, on cherche à minimiser le coefficient de corrélation. Ce dernier est un scalaire qui détermine la ressemblance entre la transformée par Φ_0 de l'image f et l'image g . Plus ce dernier est faible, plus la ressemblance est grande.

Il existe plusieurs coefficients qui permettent de valider cette transformation. Ainsi par exemple au sein du logiciel Icasoft [MORESTIN et al., 2009], deux coefficients de corrélation sont utilisés, le premier est l'écart quadratique des images :

$$C1 = \int_R [f(\underline{x}) - g(\Phi_0(\underline{x}))]^2 dx \quad (2.3)$$

le second est le coefficient de corrélation croisé :

$$C2 = 1 - \frac{\int_R [f(\underline{x}) \cdot g(\Phi_0(\underline{x}))] dx}{\sqrt{\int_R f(\underline{x})^2 dx \cdot \int_R g(\Phi_0(\underline{x}))^2 dx}} \quad (2.4)$$

Comme on peut le voir, ces coefficients nécessitent l'utilisation de fonctions continues, or les fonctions f et g ne le sont pas. Pour les besoins de calculs celles-ci sont transformées à l'aide de méthodes d'interpolation. Généralement ces interpolations sont faites de manière bilinéaire, polynomiale ou à l'aide de splines [MORESTIN et al., 2009][YANG et al., 2010].

Concernant la détermination des transformations locales, il existe deux écoles. La première est dite approche locale dans laquelle chaque transformation est indépendante des autres. Dans ce cadre on s'appuie

généralement sur une base de déformation polynomiale. Si l'on explicite le vecteur déplacement de la manière suivante : $\underline{u}(x) = u(x, y) + v(x, y)$. Dans le cadre d'une approximation quadratique, les deux composantes du vecteur déplacement peuvent s'écrire telles que décrits aux équations (2.5) et (2.6).

$$\begin{aligned} u(x, y) = & \alpha_1 + \alpha_3(x - x_0) + \alpha_5(y - y_0) \\ & + \alpha_7(x - x_0)(y - y_0) \\ & + \alpha_9(x - x_0)^2 + \alpha_{11}(y - y_0)^2 \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} v(x, y) = & \alpha_2 + \alpha_4(x - x_0) + \alpha_6(y - y_0) \\ & + \alpha_8(x - x_0)(y - y_0) \\ & + \alpha_{10}(x - x_0)^2 + \alpha_{12}(y - y_0)^2 \end{aligned} \quad (2.6)$$

Où (x_0, y_0) représente les coordonnées du centre du motif.

Ainsi au sein de chaque motifs est déterminé un jeu de n paramètres (12 pour la famille de transformation choisie) qui permettent d'avoir la transformation qui correspond au mieux.

La seconde est l'approche dite globale ou chaque transformation locale s'appuie sur une même base de transformation. Il est d'usage de choisir des transformations s'appuyant sur une cinématique donnée telle celle des éléments-finis [BESNARD et al., 2006].

2.2.2 Réalisation du mouchetis

Sur chacune des éprouvettes, on applique un mouchetis dans le but de pouvoir utiliser la technique de corrélation d'images numériques. Afin de minimiser les erreurs liées à cette dernière, on souhaite obtenir une surface la plus plane possible, or de par sa réalisation la surface est couverte de quelques trous. C'est pour cela que dans un premier temps on applique une couche de plâtre afin les combler, la figure(2.6(a)) nous montre l'aspect des éprouvettes plâtrées. Afin d'obtenir un état de surface optimal, ces dernières sont ponçées manuellement à l'aide de papier de verre, c'est ainsi qu'on obtient les éprouvettes visibles à la figure (2.6(b)). Une fois que la surface est suffisamment lisse on applique une couche de peinture blanche mate et enfin à l'aide d'une bombe de peinture on saupoudre de gouttelettes de peinture noire.



(a) Éprouvettes recouvertes de plâtre



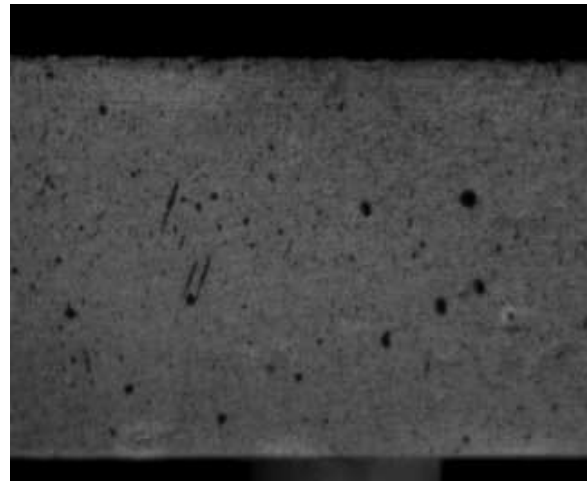
(b) Éprouvettes prêtes à être peintes

FIGURE 2.6 – Préparation des éprouvettes avant le mouchetis

L'ensemble de ce traitement nous permet d'obtenir les vues présentées aux figures (2.7(b)) et (2.7(a)). Ainsi il est possible de suivre l'évolution du déplacement à l'aide de la corrélation d'images numériques.



(a) Cas statique

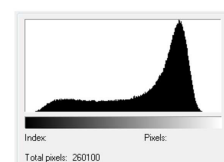
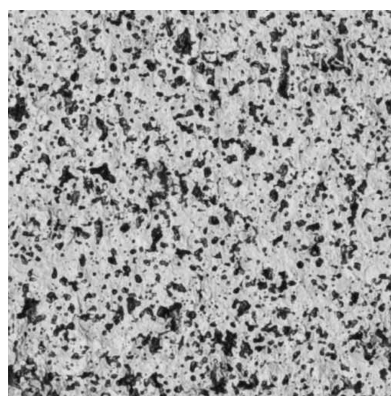


(b) Cas dynamique

FIGURE 2.7 – Vues des éprouvettes depuis la caméra rapide

2.2.3 Qualité des Images

Afin d'établir de bonnes mesures de champs de déplacement via la corrélation d'images, il est nécessaire que les images analysées possèdent une bonne répartition des niveaux de gris, c'est à dire que le plus possible de ces niveaux soient utilisés au sein de l'image et cela de manière homogène. C'est pour cette raison que nous avons réalisé un mouchetis, c'est à dire la création d'une répartition aléatoire de petites tâches sur l'objet que l'on souhaite mesurer. Il est à noter que certains logiciels de corrélation d'images numériques, comme par exemple le logiciel Correli (développé au LMT-Cachan [HILD and ROUX, 2008]), permettent une analyse a priori d'une image afin de déterminer si celle-ci présente une qualité suffisante et quels sont les paramètres optimaux à considérer pour réaliser une corrélation.



Histogramme obtenu

← Mouchetis réalisé à l'aide d'une bombe de peinture

FIGURE 2.8 – Mouchetis réalisé à l'aide d'une bombe de peinture et histogramme correspondant

Détermination de la qualité du mouchetis à l'aide du "Mean intensity Gradient"

Le "Mean Intensity gradient" est un paramètre global qui permet de déterminer la qualité du mouchetis. Il est défini de la manière suivante :

$$\delta_f = \frac{1}{H \times L} \sum_{i=1}^H \sum_{j=1}^W \sqrt{f_x(x_{ij})^2 + f_y(x_{ij})^2} \quad (2.7)$$

où $f_x(x_{ij})$ et $f_y(x_{ij})$ représentent les composantes du gradient de la fonction niveau de gris de l'image.

Il est montré que plus cette valeur est importante plus la corrélation d'images sera facilitée (i.e l'incertitude est moins importante [PAN et al., 2010]).

La figure 2.9 montre trois mouchetis différents accompagnés de leur histogramme de niveaux de gris ainsi que de la valeur moyenne du gradient des niveaux de gris. Nous remarquons sur les histogrammes que ces images ne saturent ni en blanc, ni en noir.

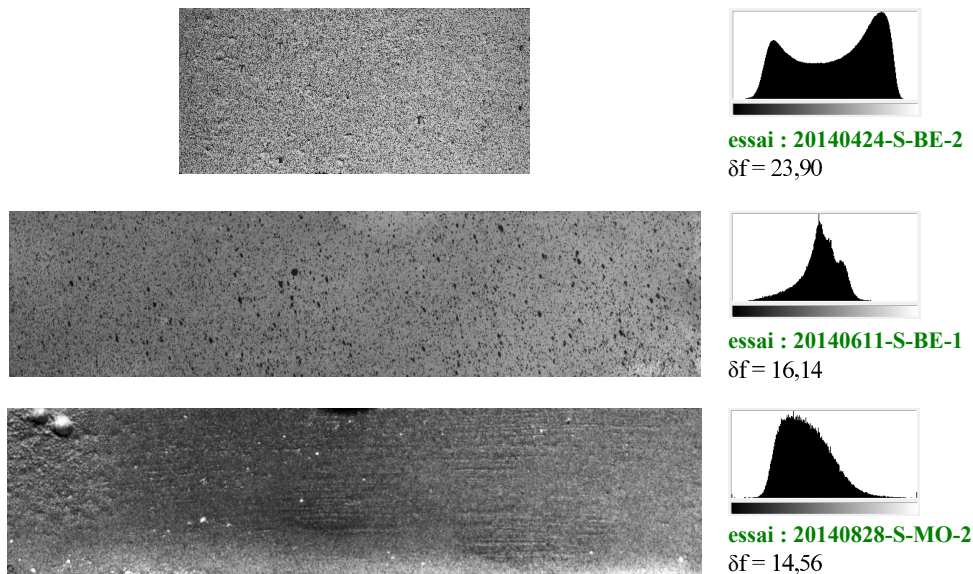


FIGURE 2.9 – Comparaison de différents mouchetis

Influence de la quantité et de la taille des tâches

Crammond et al. [CRAMMOND et al., 2013] ont analysé l'impact du nombre de taches et leur taille au sein du mouchetis sur la qualité de la corrélation d'images. Pour cela, ils ont créé 64 mouchetis numériques différents, la taille des taches variant de 2 à 9 pixels, tandis que leur nombre par motif varie de 4 à 18. Sur l'ensemble de cette étude la taille des motifs est fixée à 128×128 pixels². Une déformation arbitraire identique a été appliquée à l'ensemble des mouchetis et les champs de déplacement ont été évalués à l'aide du logiciel DaVis 7.4 (La Vision). La qualité des résultats a été évaluée au moyen de la mesure de l'entropie de Shannon et de l'écart entre le déplacement imposé et celui mesuré. Ils ont ainsi montré que les motifs possédant un nombre important de taches avec un grand diamètre donnent les meilleurs résultats. En effet, d'une part l'entropie de Shannon est élevée, ce qui caractérise le côté aléatoire de ces motifs (caractéristique désirée par la CIN), et d'autre part l'écart sur les déformations est plus faible dans cette configuration. Les auteurs soulignent la difficulté de réaliser des mouchetis adéquats en laboratoire.

2.2.4 Problème inverse

Généralement en mécanique on résout des problèmes dits directs. C'est à dire qu'en ayant connaissance du chargement et en s'appuyant sur une modélisation, on détermine les déplacements et les réactions dont on déduit les déformations et les contraintes. Pour résoudre ce problème, il est nécessaire de connaître le modèle complet : le domaine, sa frontière, l'équation d'équilibre en statique ou l'équation du mouvement en dynamique, la loi de comportement, les conditions aux limites en tout point de la frontière et pour un problème dynamique les conditions initiales. L'absence d'une seule de ces données permet de qualifier le problème d'inverse. La connaissance d'informations sur les champs que l'on cherche à déterminer dans le problème direct peut permettre de remonter aux informations manquantes.

La corrélation d'images numériques en permettant d'accéder aux champs de déplacement sur tout ou une partie de la surface de l'échantillon est une des techniques permettant de fournir des données manquantes qui peuvent même devenir surabondantes. Dans le cadre d'essais pour caractériser le comportement mécanique d'un matériau, le problème est celui de l'identification de paramètres. Le problème inverse d'identification est alors souvent formulé comme un problème d'optimisation :

$$\theta = \operatorname{argmin} \mathfrak{F}(v) \quad (2.8)$$

où $\mathfrak{F}(v)$ est une fonction coût qui prend en compte à la fois des données calculées par une modélisation, et des données obtenues à l'aide des mesures, typiquement les champs de déplacements ou de déformations.

Les problèmes inverses sont souvent des problèmes mal posés au sens de Hadamard [HADAMARD, 1932]. Un problème bien posé correspond aux trois affirmations suivantes :

- existence de la solution ;
- unicité de la solution ;
- stabilité de la solution par rapport aux données : la continuité du champ en entrée doit se retrouver dans le champ solution.

Les problèmes inverses sont en effet sensibles à des petites variations, comme par exemple un bruit sur des mesures expérimentales.

Plus spécifiquement, on cherche généralement à déterminer les paramètres matériaux de différents modèles. A cette fin, il existe de nombreuses méthodes, en voici une liste non-exhaustive :

Méthode de recalage par éléments-finis

La méthode de recalage par éléments-finis, communément appelée FEMU (pour Finite-Elements Method Updated), consiste à modéliser un essai par éléments-finis pour en déterminer les paramètres élastiques [KAVANAGH and CLOUGH, 1971]. Il s'agit de minimiser la norme quadratique entre le champ de déplacement mesuré sur et celui calculé par éléments-finis.

Méthode des champs virtuels

La méthode des champs virtuels consiste à écrire le principe des travaux virtuels pour un certain nombre de champs virtuels (cinématiquement admissibles) afin d'avoir un certain nombre d'équations indépendantes [GRÉDIAC, 1989]. Ce dernier s'écrit pour chaque champ virtuel (les déplacements et déformations du champ virtuel sont respectivement indiqués par u^* et ϵ^*) :

$$-\int_V \sigma_{ij} \cdot \epsilon_{ij}^* dV + \int_{S_f} T_i \cdot u_i^* dS = 0 \quad (2.9)$$

On explicite les contraintes à l'aide des équation constitutives,

$$-\int_V C_{ijkl} \cdot \epsilon_{kl} \cdot \epsilon_{ij}^* dV + \int_{S_f} T_i \cdot u_i^* dS = 0 \quad (2.10)$$

On considère le matériau comme homogène :

$$-C_{ijkl} \int_V \epsilon_{kl} \cdot \epsilon_{ij}^* dV + \int_{S_f} T_i \cdot u_i^* dS = 0 \quad (2.11)$$

Ceci est vrai pour n'importe quel champ virtuel cinématiquement acceptable, i.e. qui respecte la relation $\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$, ainsi que les conditions aux limites. On peut donc ainsi obtenir un système de n équations à n inconnues si les champs virtuels sont indépendants les uns des autres.

En choisissant autant de champs virtuels que de paramètres matériaux que l'on souhaite déterminés nous avons notre système à résoudre.

Méthode d'écart à l'équilibre [CLAIRE et al., 2004]

Cette méthode consiste à rechercher un jeu de paramètre d'une loi de comportement permettant pour un champ de déplacement donné de vérifier l'équilibre interne.

Pour cela il est d'usage d'utiliser une fonction coût prenant en compte les trois relations suivantes :

$$\text{div } \sigma + f = 0 \quad (2.12)$$

$$\sigma \cdot n = t \quad (2.13)$$

$$\int_{S_i} \sigma \cdot n dx = T_i \quad (2.14)$$

Les équations (2.13 et 2.14) correspondent aux conditions aux limites.

On posant une relation de comportement du type $\sigma = C : \epsilon$, avec $\epsilon = \frac{1}{2}(\nabla U + \nabla^t U)$, on écrit une norme quadratique reprenant ces trois équations dépendant et du champ de déplacement U mesuré. Chacun des termes de cette équation est affecté d'un poids afin de mieux prendre en compte la confiance que l'on a dans chacun de ces termes.

$$\begin{aligned} \mathfrak{F}(C) = & \alpha V \|\text{div}(C : \nabla U) + f\|^2 \\ & + \beta S \|C : \nabla U \cdot n - t\|^2 \\ & + \gamma \sum \left\| \int_{S_i} C : \nabla U \cdot n dx - T_i \right\|^2 \end{aligned} \quad (2.15)$$

C'est donc cette fonction que l'on souhaite minimiser afin de déterminer les paramètres de la loi de comportement qui correspond le mieux à l'essai.

Méthode d'écart à la réciprocité

La réciprocité d'un système stipule pour deux chargements distincts P_1 et P_2 menant à deux déplacements différents U_1 et U_2 , alors le travail de P_1 sur U_2 est égal au travail de P_2 sur U_1 . Cette égalité ne demeure vérifiée que si le système n'est pas altéré. En conséquence l'écart à la réciprocité est souvent utilisé dans le but de découvrir des imperfections au sein du volume telles des fissures [ANDRIEUX and ABDA, 1993].

Synthèse sur les méthodes inverses

Plusieurs de ces méthodes, méthode des champs virtuels, écart à l'équilibre, peuvent faire appel à des champs de déformation comme mesure d'entrée. Alors que la corrélation d'images numériques nous renvoie le champs de déplacement. Ce dernier étant bruité nous souhaitons éviter le recours à une dérivation numériques de nos mesures dans le cadre de nos essais. C'est pourquoi nous utiliserons la méthode FEMU afin de déterminer les paramètres des modèles que nous cherchons à identifier, cette dernière travaillant sur les champs de déplacements. Son utilisation sera détaillée au sein du chapitre suivant.

2.2.5 Utilisation de la corrélation d'images dans notre domaine d'étude

Les techniques de mesures de champs ne sont pas encore d'une utilisation très courante dans notre domaine d'étude puisque de fortes contraintes doivent être satisfaites. A titre d'exemple, pour une éprouvette de béton R30A7 prismatique de dimension $4*4*16 \text{ cm}^3$, les essais de flexion statique auront pour caractéristiques :

- rupture pour de faibles déplacements : flèche maximale inférieure à $20 \mu\text{m}$;
- rupture pour de faibles déformations : déformation maximale inférieure à $0,03 \%$;
- durée de l'essai importante : environ 2 minutes.

De manière analogue, pour les essais dynamiques nous observerons :

- rupture pour de faibles déplacements : flèche maximale inférieure à $100 \mu\text{m}$;
- rupture pour de faibles déformations : déformation maximale inférieure à $0,1 \%$;
- durée de l'essai très faible : environ $500 \mu\text{s}$, avec une durée utile de $100 \mu\text{s}$.

On peut également évaluer un ordre de la durée de fissuration en considérant que la fissure se propage à la vitesse des ondes de Rayleigh $C_R = \frac{0,862+1,14\nu}{1+\nu} \sqrt{\frac{E}{2(1+\nu)\rho}} = 0,586 \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ soit une durée supérieure à $15 \mu\text{s}$ [FREUND, 1972].

Nous allons ci-après détailler l'utilisation qui est faite de la corrélation d'images numériques dans des cas similaires au nôtre.

Utilisation de la CIN pour le béton en statique

Différentes études existent sur l'utilisation de la CIN sur du béton dans le cadre statique. La plupart s'intéressent à la caractérisation de la fissuration que cela soit pour détecter la zone de fissuration ou le suivi de cette dernière sur la zone concernée.

Les premières études concernent le suivi d'essai de compression et de traction en statique, au sein de l'ACBM dans l'Illinois [CHOI and SHAH, 1997][LAWLER and SHAH, 2002]. Ces derniers suivent leurs essais à l'aide de la corrélation d'images numériques et de capteurs LVDT. Un des buts de leurs essais et de pouvoir suivre les discontinuités du champs de déplacement afin d'établir où se situent les fissures et de pouvoir caractériser leur épaisseur. Lors de l'essai de compression (qui va jusqu'à $0,4\%$ de déformation) ils mettent en évidence la bonne concordance des mesures établies à l'aide de la corrélation d'images avec celles issues des capteurs LVDT. Néanmoins au vu des moyens techniques à disposition (un appareil photo $1035*1317 \text{ pixels}^2$) et un déplacement subpixel connu à plus ou moins $1/20$ pixel, il est impossible de suivre directement le champ de déplacement d'un mortier en traction. Dans le but d'avoir une meilleure lecture du déplacement par la corrélation d'images, ces derniers utilisent une technique appelée SSCV qui consiste à prendre plusieurs images de la même scène. Ainsi, ils sont capables d'améliorer la précision de leur chaîne de mesure et de descendre jusqu'à une précision de $0,5 \mu\text{m}$. Cette précision est désormais suffisante pour suivre le déroulement de l'essai

de traction.

Dans des études plus récentes réalisées à Gdansk en Pologne les auteurs traitent d'essais de flexion sur des éprouvettes aux dimensions similaires aux nôtres ($32 \times 128 \times 4$, $16 \times 64 \times 4$, $8 \times 32 \times 4$ cm³) [KOZICKI and TEJCHMAN, 2007] [SKARZYNSKI et al., 2011] [SKARZYNSKI et al., 2013]. Ils utilisent des d'éprouvettes prè-entaillées et ils s'attachent à suivre le processus de fracturation. Pour les images utilisées, les tailles de pixels varient de 10 à 27 μ m. Afin d'établir une bonne corrélation, ils suggèrent de choisir une taille de motif plus grande que la plus grande des taches du mouchetis et d'utiliser la fonction erreur et la loi normale afin d'évaluer les profils de déplacements et de déformations. Ici aussi le but est de suivre la progression de la fissure.

Une dernière étude concernant le béton [GAJEWSKI and GARBOWSKI, 2014] décrit un procédé expérimental de compression simple sur du béton suivi à l'aide la CIN. Dans cette dernière il indique leur volonté d'utiliser un recalage éléments-finis pour déterminer les paramètres d'un modèle de Lubliner [LUBLINER et al., 1989]. Il convient de remarquer qu'ils ne parviennent pas à identifier ces paramètres sur des essais réels mais seulement d'étudier la sensibilité de leur problème à l'aide de données numériques.

Afin de mieux discerner la pertinence d'utiliser les mesures de champs pour caractériser les matériaux quasi-fragiles, il est nécessaire de sortir du cadre trop restrictif des études sur le béton. Plusieurs études portent sur la caractérisation de céramique à l'aide d'essais de traction et de flexion quatre points.

Une première étude [PUYO-PAIN et al., 2005] est réalisée sur l'étude d'un joint avec une amplitude des déformations similaire à celle de nos essais (environ 150 μ def). De plus, dans cette étude, un recalage éléments-finis est fait, en minimisant uniquement sur la zone sur laquelle sont disponibles les champs de déplacement. Ainsi ils trouvent une valeur du module d'Young et du coefficient de Poisson qui minimise l'écart entre les champs mesurés et calculés. Néanmoins, la valeur du coefficient de Poisson déterminée est loin de la valeur attendue.

Une autre étude sur les céramiques [LEPLAY et al., 2010] concerne l'identification d'une loi d'endommagement à l'aide d'essais de flexion. Pour cela les auteurs utilisent une corrélation d'images globale, non pas en utilisant des transformation similaires à des éléments Q4, mais en reprenant la cinématique de la flexion quatre points. En suivant l'évolution des déformations à l'aide de la CIN ils peuvent ainsi remonter aux paramètres de la loi.

Une dernière étude [ROBERT et al., 2007] sur des polymères concerne des essais de traction et de flexion dans le but de caractériser le module d'Young du matériau. Les auteurs comparent la déformation mesurée à l'aide d'un extensomètre et de la CIN. Pour déterminer la déformation à l'aide des images, ils utilisent une jauge numérique de 45 mm de long, leur mesure de champ ayant une précision de l'ordre du micromètre. En comparant leur jauge numérique avec les valeurs mesurées par l'extensomètre, ils peuvent valider l'utilisation de tels outils. Et ainsi à l'aide du rapport contrainte déformation, déterminer le module d'Young par régression linéaire. Pour ces matériaux la déformation maximale est de 4.10^{-4} .

Utilisation de la CIN en dynamique

Dans sa thèse M. Chambart [CHAMBART, 2009] suit des essais de fendage à l'aide d'une caméra rapide dans un premier temps à 6 000 i/s pour avoir l'ensemble de l'éprouvette, puis dans un second temps à 30 000 i/s pour espérer voir la fissuration s'étaler sur plusieurs images. L'augmentation de la fréquence d'acquisition se traduit par une réduction de la taille des images : 5 cm². Elle peut suivre l'évolution de son éprouvette antemortem, mais la fréquence d'acquisition demeure insuffisante pour suivre la propagation de la fissure. Elle en déduit donc que la vitesse de fissuration dans ces essais est supérieure à 1515 m/s.

Des essais d'impact sur poutres ont aussi été filmés. Cette campagne d'essai initiée par Marion Chambart a été poursuivie par [LOMBARD and GATUINGT, 2013]. Le suivi a été réalisé par deux caméras permettant de suivre les essais, une est utilisée afin de suivre l'ensemble de l'essai, tandis qu'une autre est utilisée pour suivre une zone plus restreinte à l'aide de la mesure de champs. La caméra la plus rapide permet de réaliser des mesures de champs à l'aide d'images de $512 \times 272 \text{ pixel}^2$ capturant une zone de $100 \times 57 \text{ mm}^2$. Ces images sont acquises à la vitesse de 50 000 images par seconde. Ils observent une rupture par cône de cisaillement, et à l'aide de la mesure de champs détermine une vitesse de fissuration de l'ordre de 400 m/s. Il semblerait que cette dernière dépende du mode de rupture.

Zhang et Zhao [ZHANG and ZHAO, 2013] réalisent des essais brésiliens aux barres de Hopkinson sur du marbre. Le but de leur travail est de déterminer l'effet de la vitesse de chargement sur la fissuration de ce matériau. Pour cela, ils suivent leurs échantillons à l'aide d'une caméra Photron SA1.1. Cette dernière leur permet de capturer des images $256 \times 144 \text{ pixel}^2$, pour une zone de $26 \times 16 \text{ mm}^2$, et ceci à la fréquence de 125 000 images par seconde.

Une autre étude porte également sur le suivi d'essais brésiliens aux barres de Hopkinson [CHEN et al., 2014]. Les auteurs utilisent une caméra Photron SA5 afin de suivre leurs essais dans la configuration suivante : une taille d'image de $512 \times 272 \text{ pixel}^2$ capturant une zone de $100 \times 57 \text{ mm}^2$, à la vitesse de 50 000 images par seconde. Les auteurs disent travailler sur des matériaux fragiles, néanmoins les différents champs de déplacement obtenus ne le sont que pour du PMMA qui n'est pas réellement un matériau fragile.

Pierron et al. [PIERRON et al., 2011] utilisent le dispositif des barres de Hopkinson afin de suivre la flexion trois points d'une éprouvette en aluminium. Pour cela ils utilisent une caméra IMACON 200 apte à capturer 16 images avec une profondeur de niveaux de gris encodé sur 10 bits à la vitesse de 100 000 images par seconde. La taille de la zone d'intérêt est d'environ $500 \times 800 \text{ px}^2$. Avec cette caméra en utilisant le logiciel de corrélation Vic2D, les auteurs remarquent d'une part qu'un mouvement de solide rigide est toujours présent sur la caméra, et d'autre part que leur incertitude de mesure se situe entre 0,1 et 0,2 pixel. De plus les déformations mesurables dans cette configuration sont précises au 1 %, en considérant un lissage important, les auteurs estiment pouvoir aller jusqu'à une précision de 0,1 %. Cette précision est suffisante pour obtenir certaines informations sur l'aluminium, mais dans le cas du béton les déplacements et les déformations étant plus faibles¹ cette dernière est insuffisante. Dans cette étude, la qualité du capteur de la IMACON 200 est comparée avec celui de la photron SA5 et les auteurs mettent en avant la plus grande qualité de ce dernier. Cette étude a partiellement motivé notre choix de la caméra Photron SA5.

2.2.6 Matériels optiques

Pour réaliser l'acquisition d'images, nous disposons de différents matériels : un appareil photo à haute résolution mais à basse vitesse d'acquisition, que nous destinons à nos essais statiques, et une caméra à haute vitesse dont la fréquence d'acquisition décroît avec l'augmentation de la résolution.

Nikkon D700

Il s'agit d'un appareil photo Nikon D700 possédant un capteur CMOS $23,9 \times 36 \text{ mm}^2$ pour une résolution de $4256 \times 2832 \text{ pixel}^2$ (soit 12,05 millions de pixels). Les images prises à l'aide de cet appareil seront encodées sous 8 bits de niveaux de gris. Le temps d'obturation peut descendre jusqu'à 1/8000 de seconde. On peut le paramétrer pour obtenir une cadence de prise de vue jusqu'à 8 images par seconde. Nous nous sommes toutefois aperçu que les temps d'écriture dans la mémoire ne permettent pas de maintenir cette cadence pendant une durée importante. Aussi afin de ne pas avoir de problème sur la régularité de l'acquisition des images, il est préférable de se limiter à une image par seconde.

1. Pour le béton les déformations atteintes sont de l'ordre de 0,02 % en statique jusqu'à 0,1 % en dynamique

Description de la caméra rapide SA5

La caméra utilisée pour les essais est la FASTCAM SA5 de Photron. Cette caméra est équipée d'un capteur 12-bit ADC (Bayer system color, single sensor) de $20,48 \times 20,48 \text{ mm}^2$ pour une résolution de $1024 \times \text{pixel}^2$, et de 8 Go de mémoire vive, et elle enregistre les différentes images sur 12 bits de niveau de gris. Le tableau (2.3) établit quelques correspondances entre les réglages : fréquence d'acquisition, résolution et la durée d'enregistrement. Cette caméra possède plusieurs modes de déclenchement comme la possibilité de démarrer lors de la réception d'une montée en tension de 5 volts.

IMS	Résolution	Durée d'enregistrement
50	1024*1024	109,2 s
7000	1024*1024	0,78 s
50 000	512*272	0,82 s
75 000	320*264	0,90 s
100 000	320*192	0,93 s
775 000	128*24	2,40 s

TABLE 2.3 – Résolution et durée d'enregistrement en fonction du nombre d'images par seconde

Afin de piloter la caméra cette dernière est reliée à un ordinateur sur sa carte réseau à l'aide d'un câble ethernet. Le logiciel Photron FASTCAM Viewer est alors utilisé pour établir les différents paramétrages et piloter le déclenchement de la caméra. Afin de ne pas souffrir d'une perte d'information, l'ensemble de nos images seront sauvegardées sous le format TIF en conservant la profondeur de 12 bits pour les niveaux de gris.

En plus de ces appareils l'équipe possède l'ensemble des objectifs suivants compatible avec la caméra et l'appareil photo :

- Nikkor ED 180 mm f/2.8
- Micro-Nikkor 105 mm f/2.8
- Micro-Nikkor 55 mm f/2.8
- Micro-Nikkor 55 mm f/1.8

2.2.7 Logiciels de CIN

Deux logiciels ont été utilisés pour établir la mesure de champs à l'aide de la corrélation d'images numériques, d'une part Correli Q4 développé par le LMT-Cachan et d'autre part Icasoft développé par le LaMCoS.

Icasoft [MORESTIN et al., 2009]

Ce logiciel établit une approche locale du problème c'est à dire que la base des transformations est indépendante dans l'ensemble des motifs. On n'essaye pas de donner du sens aux déplacements mais seulement de trouver la transformation locale qui convient le mieux. Pour un motif le champ de déplacement est supposé homogène et bilinéaire en x et y . Du côté pratique ce logiciel n'utilise que des BMP en 8 bits de niveaux de gris, c'est pour cette raison que l'ensemble de nos images furent converties dans ce format.

Avec ce logiciel pour chacun de nos calculs les fonctions d'interpolations des niveaux gris retenues seront des splines cubiques et le coefficient de corrélation croisé sera choisi pour construire la fonctionnelle à minimiser.

Concernant la taille des motifs et de la grille, ici nous sommes limités à une taille de grille de 20 pixels pour la plus grande et à une taille de motifs de 32 pixels.

Correli Q4 [HILD and ROUX, 2008]

Le logiciel Correli Q4 est l'un des premiers logiciels à proposer une approche globale, c'est à dire qu'il considère que la transformation globale peut s'écrire sous la forme d'une base de transformation identique dans l'ensemble des motifs. De plus on impose la continuité du champs de déplacement dans sa toute la région d'intérêt et donc au passage d'un motif à l'autre. La particularité ici est d'appliquer les fonctions de forme des éléments-finis Q4 comme base de transformation, ceci afin de se retrouver avec un champ de déplacement qui soit cohérent avec une modélisation éléments-finis [BESNARD et al., 2006]. Cette approche semble séduisante pour une utilisation avec une procédure d'identification par recalage par éléments-finis puisqu'on aura une correspondance entre le maillage et l'interpolation du champ de déplacement au sein de chaque motif. Concernant le coté pratique du logiciel ce dernier peut utiliser un grand nombre de format d'images. Nous utiliserons donc d'une part des images BMP encodées sur 8 Bits de niveaux de gris ainsi que nos images TIFF encodées sur 12 bits.

Le logiciel peut également établir une étude a priori d'une seule image afin d'estimer quelles sont les tailles de motif adaptés à la qualité de notre image ainsi que de pouvoir estimer les incertitudes en déplacements et en déformation en fonction de la taille des motifs. Nous en tirerons profit.

Comparaison

Afin de calculer nos déplacements à l'aide de la corrélation de nos images, il a fallu déterminer lequel des deux logiciels est le plus adéquat. On peut s'attendre que dans le cas de données bruitées l'approche globale permette d'obtenir de meilleurs résultats, comme cela a déjà été observé [HILD and ROUX, 2012]. Pour y voir plus clair nous avons analysé une série d'images identiques avec les même paramètres à l'aide des deux logiciels. Ici nous avons sélectionné une taille de motifs de 20 pixels alliée à une taille de grille identique afin d'avoir les motifs qui se superposent à la grille.

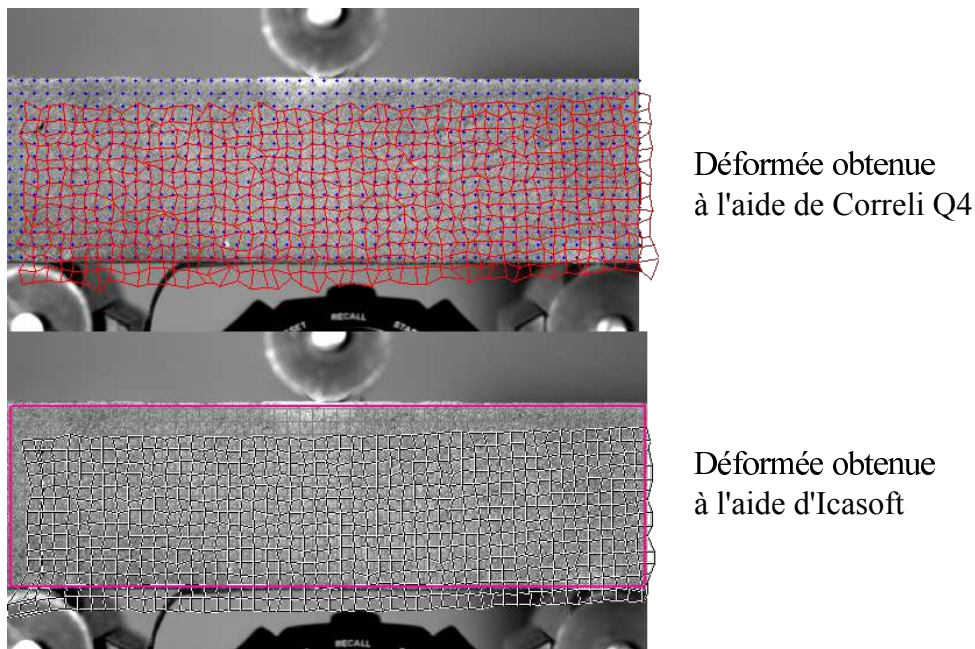


FIGURE 2.10 – Comparaison des déformées obtenues par les deux logiciels dans le cadre d'un essai de flexion trois points

La figure (2.10) nous montre un exemple de la déformée (ici amplifiée 50 fois) déterminée à l'aide des deux logiciels. On remarque que, pour le même jeu de paramètres, le logiciel Icasoft nous renvoie une mesure

de champs beaucoup plus régulière que Correlli Q4 contrairement à ce qui aurait pu être présumé. Cette observation, pour laquelle nous n'avons pas trouvé d'explication pertinente nous a conduit à retenir le logiciel Icasoft pour réaliser nous corrélation d'images numériques.

2.2.8 Incertitude sur le déplacement

Comme dit antérieurement, la CIN permet de déterminer des déplacements avec une précision subpixel à l'aide de la mesure de l'intensité lumineuse (niveau de gris). Il est important de connaître la précision de cette chaîne de mesure. Le logiciel correlli Q4 permet d'estimer l'erreur et l'incertitude à partir d'une image. Pour cela ce dernier simule un déplacement d'un demi pixel sur l'image puis établit la corrélation. Connaissant le déplacement exact, cela permet de déterminer l'erreur et l'incertitude. Néanmoins, nous avons remarqué à l'usage que cette manière de déterminer l'incertitude était trop favorable et que le bruit se trouve généralement plus important que la valeur indiquée. C'est pour cela que l'estimation du bruit est déterminée directement à partir de l'analyse de deux images successives pour lesquelles la différence de chargement est nulle. Déterminer le bruit de cette manière a l'avantage de prendre en compte l'ensemble des problèmes expérimentaux autres que la qualité du mouchetis, tels que la variation de la lumière ou des déplacements non-interprétable (liés à des légères vibrations)². Ainsi nous pouvons envisager le bruit de l'ensemble de la chaîne de mesure qui comprend les éléments suivants :

- bruit du capteur (incertitude sur l'intensité lumineuse) ;
- bruit mathématique (lié à la corrélation d'images numériques) ;
- bruit expérimental restant, ensemble des mouvements non-interprétables.

Afin de déterminer l'incertitude de cette chaîne de mesure, une mesure de champs entre deux images sans différence de chargement est établie. Lorsqu'on regarde la distribution des valeurs de ce champ de déplacement, on remarque que cette dernière ressemble à une "cloche de Gauss" (cf. figure 2.11), cela signifie donc que l'incertitude de mesure semble suivre une loi normale et donc avoir une distribution aléatoire.

En considérant $U_{i,1}$ et $U_{i,2}$ les valeurs en chaque point de chacun des champs de déplacements mesurés, on peut en calculer la moyenne (équation 2.16) ainsi que de l'écart-type (équation 2.17). Ces grandeurs vont nous permettre de quantifier notre bruit de mesure.

$$\overline{U}_N = \frac{1}{n} \sum_i^n U_{i,N} \quad N \in [1 : 2] \quad (2.16)$$

$$\zeta = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_i^n (U_{i,N} - \overline{U}_N)^2} \quad N \in [1 : 2] \quad (2.17)$$

Nous remarquons que la moyenne des champs de déplacement déterminée est proche de 0 ici comme attendu (cf. (2.11)). Ainsi, au lieu de considérer la moyenne calculée expérimentalement nous pouvons choisir 0. Dans ce cas le calcul de l'écart type s'en trouve modifié :

$$\zeta_N = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i^n (U_{i,N})^2} \quad N \in [1 : 2] \quad (2.18)$$

Ceci permet de reconstruire la densité de probabilité suivant une loi normale centrée en 0 et d'écart type ζ , définie par :

$$P(U) = \frac{1}{\zeta \sqrt{2\pi}} e^{-0,5 \left(\frac{U}{\zeta} \right)^2} \quad (2.19)$$

2. Je parle bien de mouvement non interprétable et non pas de mouvement non désiré : les mouvements de solide rigide dans le plan ne sont pas désirables dans notre cas, mais ils sont tout à fait compréhensibles et ne perturbent pas la mesure.

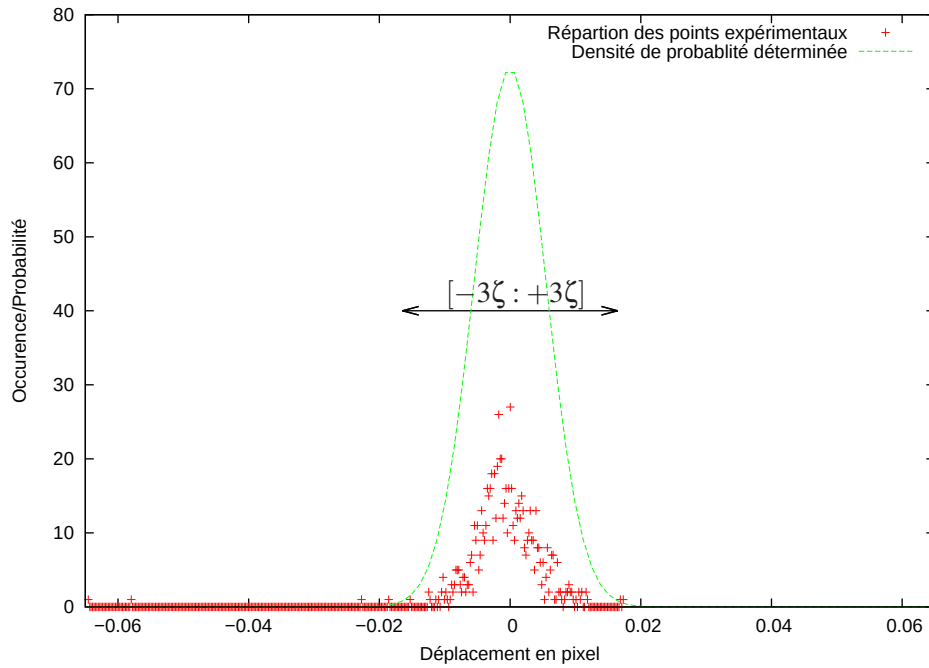


FIGURE 2.11 – Répartition des points d'un champ de déplacement supposé nul

Avec une telle loi, 95% des valeurs sont comprises entre $[-2\zeta : +2\zeta]$ et 99% entre $[-3\zeta : +3\zeta]$. Ainsi il suffit de considérer une valeur égale à trois fois l'écart type d'un champ de déplacement entre deux images sans effort afin de considérer l'incertitude de notre chaîne de mesure. Afin de qualifier notre mesure avec un seul scalaire, nous considérons alors notre mesure dans un intervalle de confiance ξ défini par :

$$\xi = \frac{3}{2}(\zeta_1 + \zeta_2) \quad (2.20)$$

où ζ_1 et ζ_2 sont les écarts types pour chacune des directions.

Le scalaire ξ correspond donc à la moyenne de l'incertitude de mesure sur les deux directions. En dynamique nous disposons de plus d'images sans effort appliqué, ainsi la valeur de ξ retenue est la moyenne de celles déterminées sur 100 champs de déplacement.

2.3 Essais statiques

2.3.1 Présentation

La figure (2.13) montre la disposition de l'éprouvette durant un essai. Celle-ci est soutenue par deux rouleaux sur sa partie inférieure tandis qu'un troisième exerce une force sur sa partie supérieure. Les différentes cotes indiquent les particularités géométriques à respecter.

Les vitesses d'essais s'appuient sur la norme NF EN 12390-5 [AFNOR, 2001f] qui est un guide de bonne conduite concernant les essais de flexion pour le béton. Ici les vitesses de chargement doivent être de l'ordre de : 0,04 MPa/s à 0,06 MPa/s.

La machine d'essai à disposition ne permet pas de piloter simplement les essais en effort, c'est pour cela que l'ensemble des essais statiques sont pilotés en déplacements. Au niveau de la métrologie, cette dernière nous renvoie les informations suivantes :

- déplacement de la traverse, connu à 0,01 mm près ;
- force appliquée, connue à 0,1 % près.

Le déplacement de la traverse n'est pas une mesure suffisamment fiable, ceci du fait que le déplacement associé à la mise en place de l'essai est bien plus important que le déplacement relatif de nos corps d'épreuve. Cette dernière mesure n'est donc pas utilisée. Sur chaque corps d'épreuve, une jauge de déformation sera collée sur la face inférieure. Il s'agit de la fibre la plus tendue dans l'analogie poutre. Cette dernière nous permettra d'avoir des informations plus précises qui pourront être utilisées pour déterminer les propriétés d'élasticité du matériau (module d'Young) ou pour déterminer les paramètres du modèle d'endommagement.



FIGURE 2.12 – Vue de l'essai statique : utilisation du Nikon D700

De plus, chacun des essais est suivi à l'aide d'un appareil photographique (Nikon D700) qui lors du déroulement de l'essai prend une image par seconde, ou par la caméra rapide Photron SA5 qui elle enregistre l'essai à 50 images par seconde.

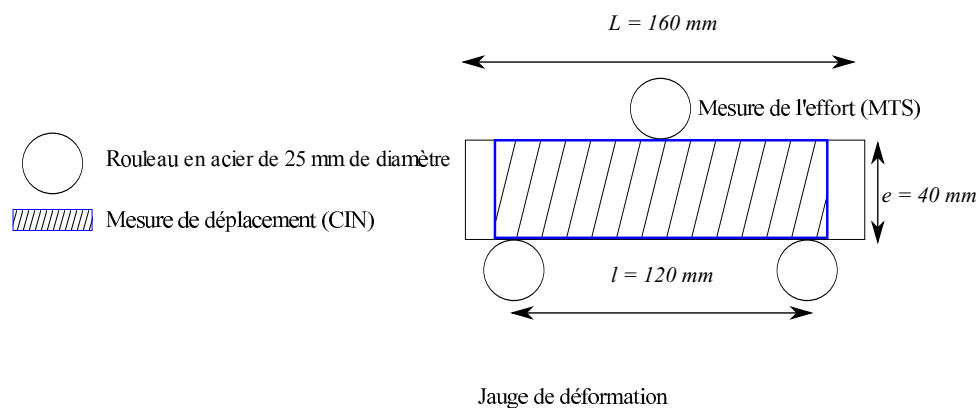


FIGURE 2.13 – Schématisation de l'essai de flexion 3 points : cas statique

2.3.2 Essais réalisés

Les tableaux (2.3.2 et 2.3.2) font une synthèse des essais statiques réalisés lors de ce travail. Pour chacun des essais il est indiqué les caractéristiques mécaniques de l'essai : la force à rupture, la vitesse de réalisation de l'essai, la vitesse de déformation de la fibre tendue. Sur ces tableaux sont également reportés des caractéristiques des images acquises : la taille d'un pixel en mm, le "Mean Intensity gradient" et l'incertitude décrits antérieurement.

N°	F [N]	V [mm/min]	$\dot{\epsilon}$	T_{pxl} [mm/pxl]	δ_f	ξ [pxl]
20140828-S-MO-1	2641	0,2	$2,60.10^{-6}$	$1,57.10^{-1}$	14,56	$2,15.10^{-2}$
20140904-S-MO-1	2965	0,2	$5,90.10^{-6}$	$1,56.10^{-1}$	16,87	$1,82.10^{-2}$

TABLE 2.4 – Caractéristiques des essais statiques réalisés sur du mortier

N°	F [N]	V [mm/min]	$\dot{\epsilon}$	T_{pxl} [mm/pxl]	δ_f	ξ [pxl]
20140424-S-BE-2	2804	0,1	$2,56.10^{-6}$	$1,97.10^{-2}$	23,90	$6,35.10^{-2}$
20140519-S-BE-1	1966	0,1	$3,79.10^{-7}$	$3,89.10^{-2}$	21,15	$6,64.10^{-2}$
20140611-S-BE-1	3195	0,2	$5,59.10^{-6}$	$1,33.10^{-1}$	16,49	$1,56.10^{-2}$
20150624-S-BE-1	3051	0,2	$5,30.10^{-6}$	$1,59.10^{-1}$	17,01	$1,34.10^{-2}$
20150624-S-BE-2	2735	0,2	$4,15.10^{-6}$	$1,59.10^{-1}$	16,14	$1,72.10^{-2}$
20150929-S-BE-2	2666	0,2	$5,77.10^{-6}$	$1,59.10^{-1}$	12,01	$2,43.10^{-2}$
20150929-S-BE-3	2506	0,2	$3,79.10^{-6}$	$1,59.10^{-1}$	13,74	$1,79.10^{-2}$
20150929-S-BE-4	2606	0,2	$2,29.10^{-6}$	$1,59.10^{-1}$	11,49	$2,15.10^{-2}$
20150929-S-BE-5	2620	0,2	$3,13.10^{-6}$	$1,59.10^{-1}$	11,51	$2,06.10^{-2}$

TABLE 2.5 – Caractéristiques des essais statiques réalisés sur du béton

Vitesse de déformation Les figures (2.14(a) et 2.14(b)) nous montrent un exemple, pour chacun des matériaux testés, de la déformation au cours du temps. On remarque clairement que la vitesse de déformation n'est pas constante lors de ces essais. Nous avons alors décidé, afin de quantifier une vitesse de déformation, de prendre la vitesse de déformation sécante entre 50 et 200 μdef . En effet le temps, que la mise en place de l'essai se fasse, le taux de déformation est beaucoup plus faible dans la première partie de l'essai que dans la seconde.

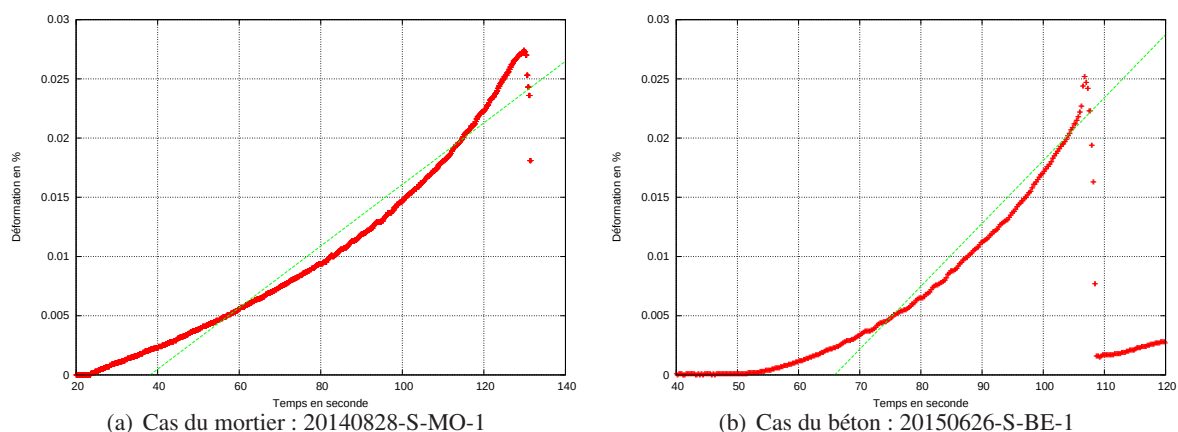


FIGURE 2.14 – Détermination de la vitesse de déformation dans le cadre des essais statiques

Courbes efforts-déformations Les figures (2.15(a) et 2.15(b)) montrent l'évolution de l'effort mesuré en fonction de la déformation mesurée. Ici les courbes correspondent aux mêmes essais que ceux qui figurent juste au-dessus. A première vue nous pouvons voir que le comportement de chacun des matériaux est similaire, bien que le béton présente une réponse plus raide. Ceci était attendu au vu de la différence de module d'Young entre les deux. De plus le comportement semble quasi-linéaire jusqu'à un certain point, notion qui sera précisée ultérieurement, puis on observe un léger adoucissement.

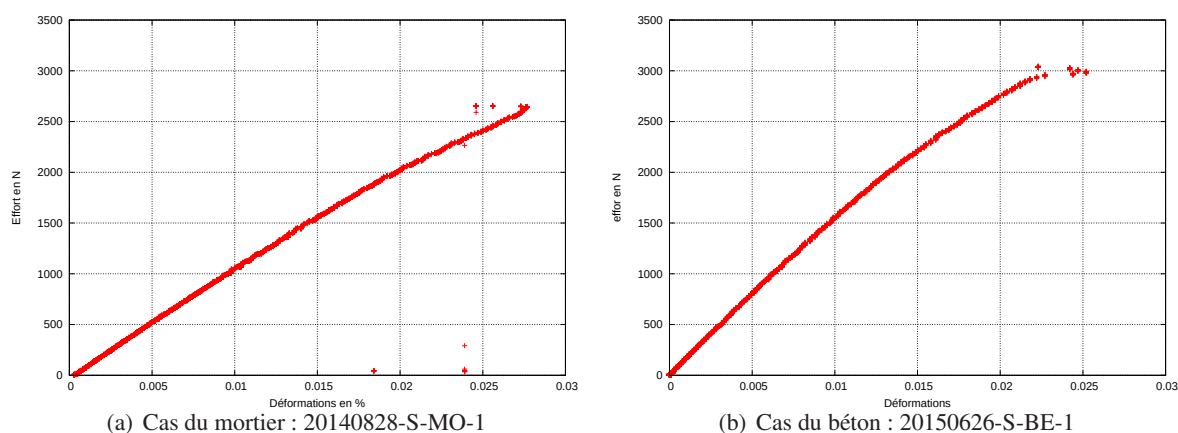


FIGURE 2.15 – Courbes effort déformation dans le cas statique

Images obtenues L'acquisition d'une caméra rapide dans le cadre de ce projet ainsi que la possession d'un appareil photo de qualité nous ont incité à utiliser la corrélation d'images numériques décrite antérieurement. Ainsi à l'aide des deux matériels optiques à notre disposition nous avons pu obtenir des champs de déplacements dans le cadre de nos essais statiques. Comme signalé lors d'un point précédent, dans le cadre de notre dispositif expérimental, l'utilisation du logiciel Icasoft semblait plus adapté que l'utilisation du logiciel Correli Q4, c'est pour cette raison que l'ensemble des résultats présenté à partir de maintenant sont ceux obtenus à partir de ce dernier.

Malgré la bonne qualité de l'appareil photo, les images obtenues à l'aide de ce dernier ne permettent pas toujours d'obtenir des champs de déplacement cohérents, et ceci particulièrement lorsque les déplacements que l'on souhaite mesurer sont très petits. La figure (2.16) est un exemple de champ de déplacement incohérent que

l'on a pu obtenir. Ici l'éprouvette semble grossir ce qui est mécaniquement incohérent au vu du chargement appliqué.

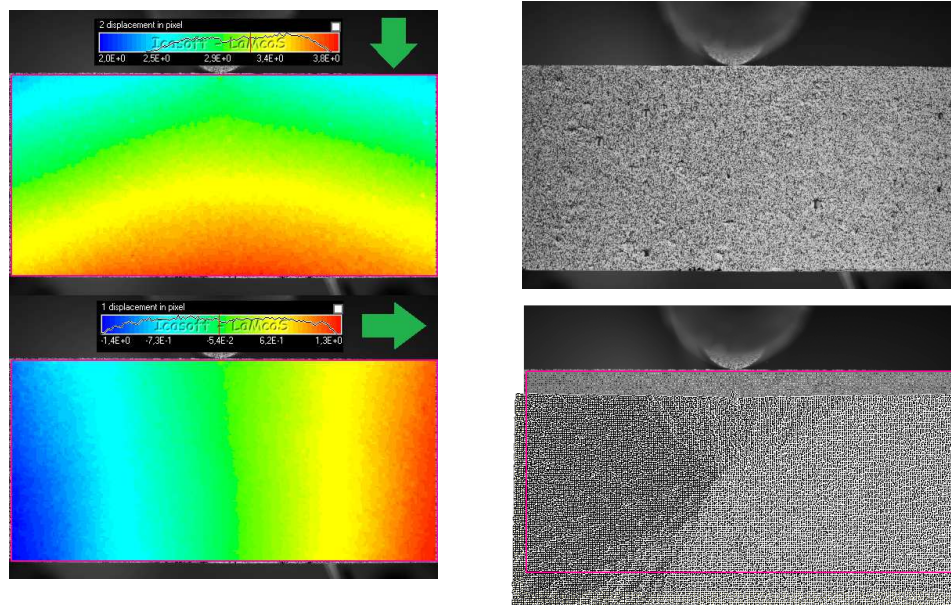


FIGURE 2.16 – Champs de déplacements issus d'Icasoft et la déformée associée

Une hypothèse, pour expliquer les incohérences obtenues sur certaines acquisitions réalisées à l'aide de l'appareil photo Nikon D700, est le fait que le rabattement du miroir de l'appareil reflex utilisé générerait des mouvements d'ensemble. Ces mouvements, en partie hors plan ne sont pas mesurables dans notre configuration et induisent un biais dans l'utilisation de la CIN.

Pour éviter d'obtenir des données inexploitable pour certains essais, nous avons décidé de réaliser les captures d'images au moyen de la caméra rapide.

Les figures (2.17 et 2.18) montrent deux exemples de champs mesurés lors de l'utilisation de la caméra rapide pour les deux matériaux testés dans cette étude. On remarque plusieurs choses sur ces champs de déplacement bruts. Dans un premier temps que les champs mesurés présentent bien l'allure des champs de déplacement attendus, c'est à dire, qu'ils possèdent une antisymétrie pour les champs horizontaux et une symétrie pour les champs verticaux. Et dans un deuxième temps que ces derniers sont fortement bruités.

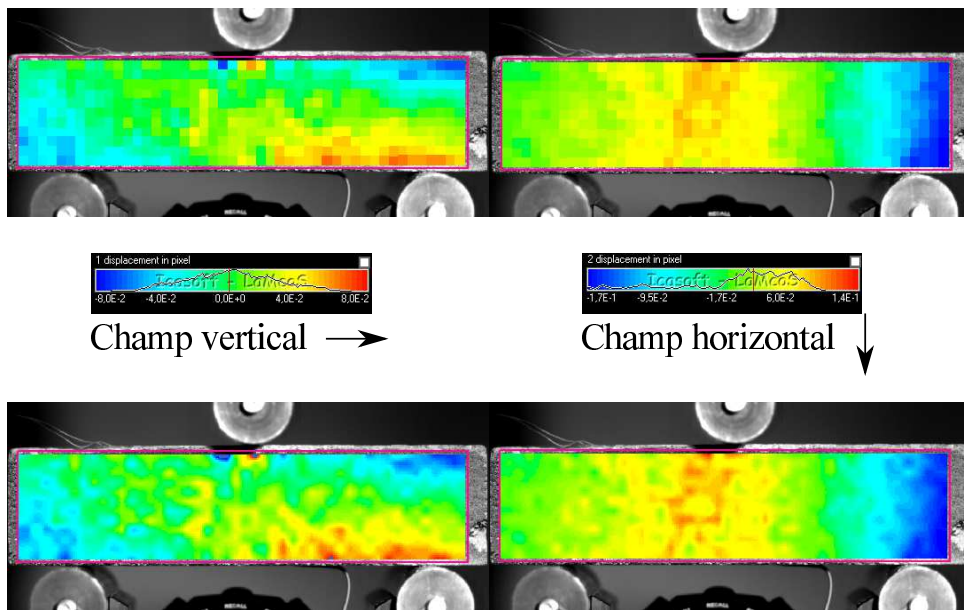


FIGURE 2.17 – Champs de déplacement obtenus à l'aide de la CIN : mortier

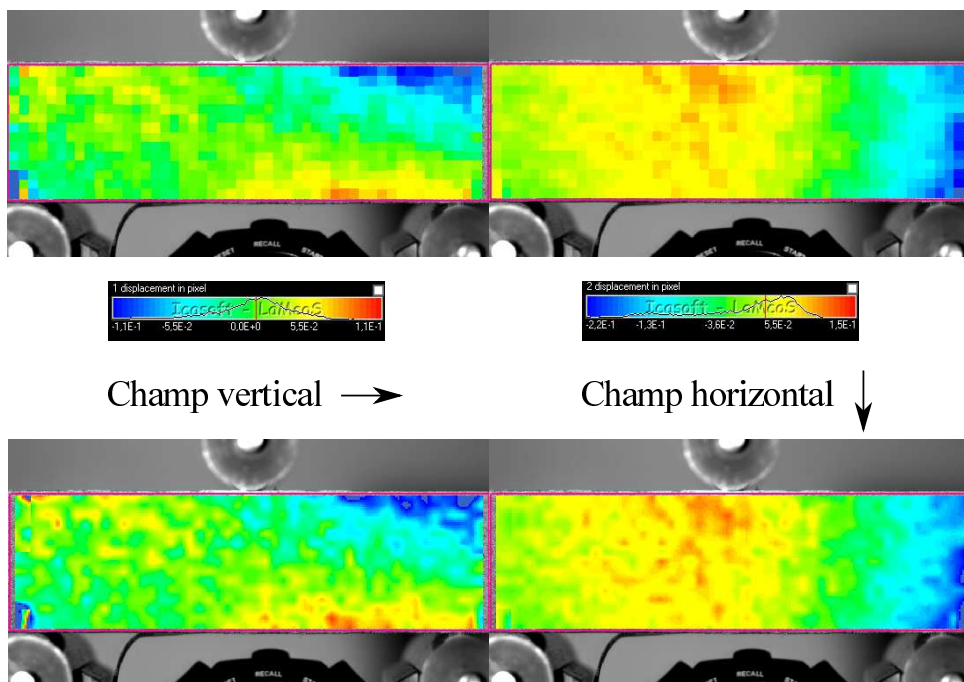


FIGURE 2.18 – Champs de déplacement obtenus à l'aide de la CIN : béton

Concernant la qualité du déplacement obtenu, nous pouvons tracer notre incertitude de mesure en fonction du "Mean Intensity Gradient" (Le gradient d'intensité moyenne, cf § : 2.2.3). Nous pouvons alors remarquer deux choses. Premièrement malgré un MIG bien plus important, les deux cas utilisant l'appareil photographique D700 ont une incertitude bien plus importante. Néanmoins si on s'intéresse uniquement aux images prises avec la caméra (cf figure (2.19(b))). On remarque que l'augmentation du MIG correspond bien à une meilleure qualité de la corrélation comme attendu. On peut donc en déduire que le MIG est un facteur de la qualité de la chaîne de mesure, mais ce n'est pas le seul. Ainsi malgré de bonnes images réalisés avec l'appareil photo, ce dernier génère des déplacements propres qui le rendent impropre pour la mesure de faibles déplacements.

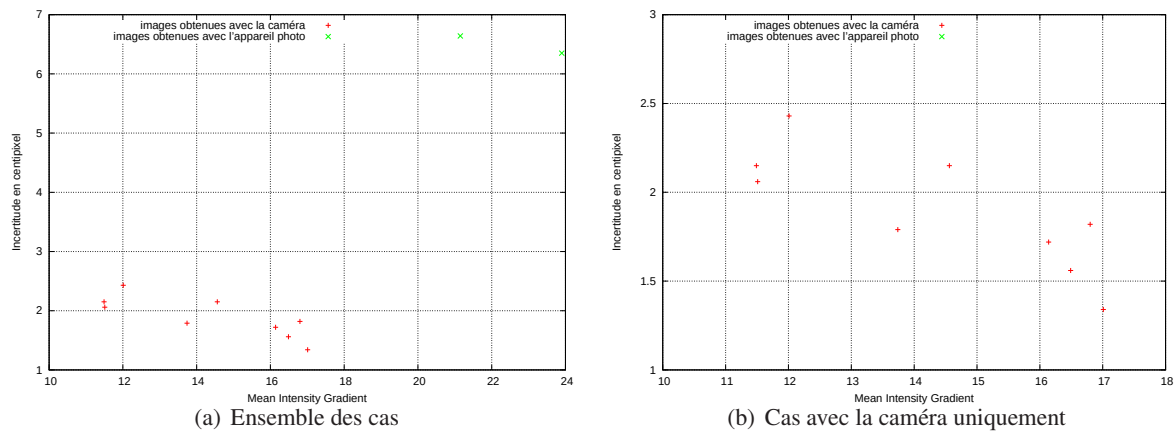


FIGURE 2.19 – Incertitude sur le déplacement en fonction de δ_f

2.4 Essais dynamiques

2.4.1 Description générale des essais

Il s'agit d'un ensemble d'essais réalisés à l'aide du dispositif des barres dites de Hopkinson [HOPKINSON, 1914] [KOLSKY, 1949]. Ce dispositif permet de réaliser des essais dynamiques au sein de diverses éprouvettes grâce à la propagation des ondes au sein des matériaux. Pour cela l'échantillon testé est placé entre une barre dite "entrante" et une ou plusieurs barres dites "sortantes". A l'aide d'un canon à air comprimé, une barre appelée "l'impacteur" vient frapper la barre entrante, ce qui génère une onde de choc qui progresse au sein du dispositif.

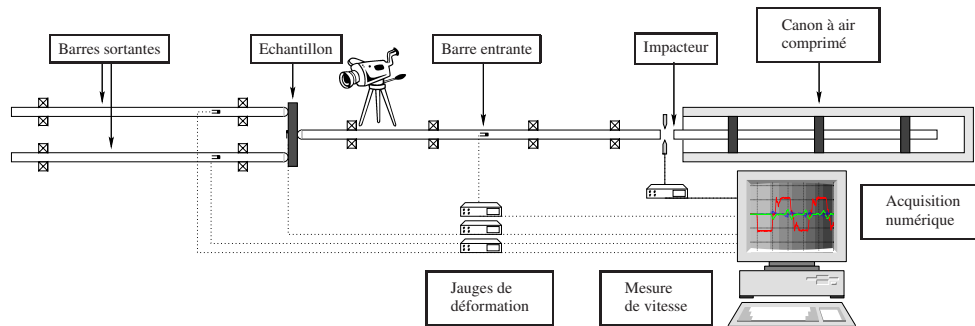


FIGURE 2.20 – Dispositif des barres de Hopkinson pour la flexion trois points

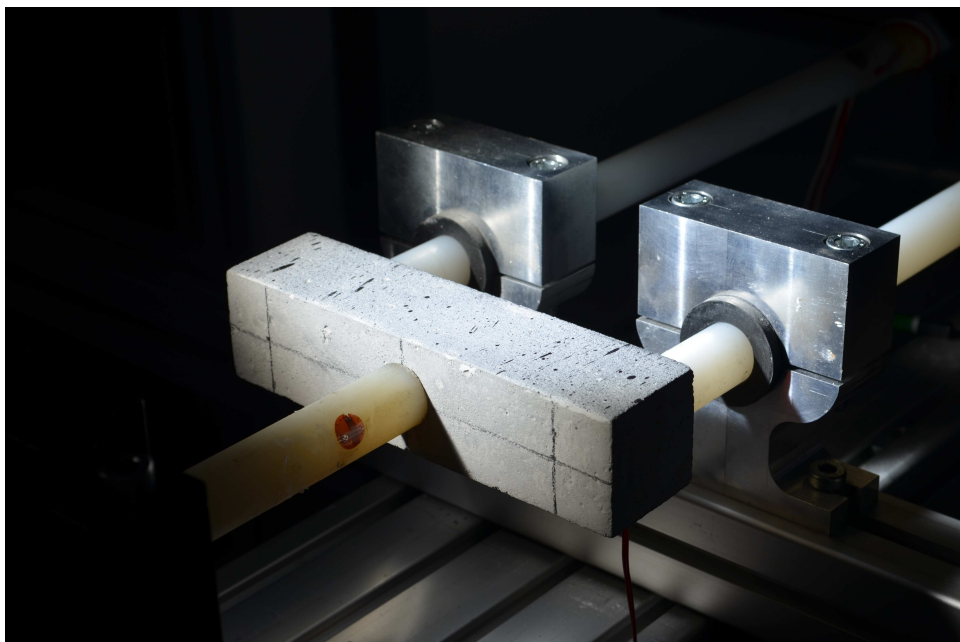


FIGURE 2.21 – Vue rapprochée d'une éprouvette de béton dans le cadre d'un essai de flexion dynamique

Dans le cas présent il s'agit d'essais effectués en configuration de flexion trois points. La figure (2.20) montre le dispositif général utilisé, tandis que la figure (2.21) reporte une prise de vue d'une éprouvette en place avant l'essai. On remarque que les forces de frottement suffisent à maintenir l'échantillon en place entre les barres. Les essais sont suivis à l'aide de la métrologie suivante :

- capteur de passage au niveau de l'impacteur ;
- jauges de déformations sur la barre entrante ;
- jauges de déformations sur les barres sortantes ;

	E [GPa]	ρ [kg/m ³]	ν	rayon [mm]	C [m/s]	Z [Ns/m]
Nylon	3,3	1150	0,39	10,5	1693	153
Aluminium	69	2700	0,33	20	5055	17152
Acier	140	7800	0,3	10	4237	10382

TABLE 2.6 – Caractéristiques des barres

- enregistrement du film de l'essai à l'aide d'une caméra rapide ;
- jauge de déformation sur l'éprouvette.

Le capteur de passage détecte l'arrivée de l'impacteur et sert de déclencheur pour les différentes acquisitions, que se soient celles des jauges ou de la caméra. Ainsi l'ensemble des mesures utilise la même base de temps. Le temps 0 seconde correspond à l'arrivée de l'impacteur au niveau du capteur de passage qui se situe à la sortie du tube du canon. Concernant les images enregistrées par la caméra rapide, la figure (2.22) donne une idée de la taille de la surface présente dans le champ de vision de la caméra. On remarque que contrairement au cas statique nous sommes dans l'incapacité de suivre l'ensemble de l'éprouvette, l'augmentation de la fréquence d'acquisition se faisant au détriment de la résolution.

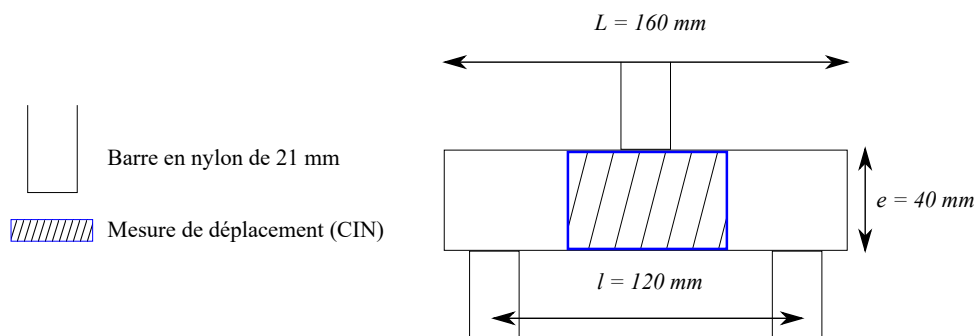


FIGURE 2.22 – Schématisation de l'essai de flexion 3 points : cas dynamique

Lors d'un essai, à chacune des interfaces, une partie de l'onde est transmise dans l'autre milieu tandis qu'une autre partie est réfléchiée. Les valeurs des déformations relevées par les jauges nous permettent de connaître en détail cette progression.

Pour permettre une séparation aisée des ondes incidentes et réfléchies, les jauges de déformations sont placées au milieu de la barre entrante, soit à 1,50 m de l'éprouvette. Concernant les barres sortantes, celles-ci sont situées à 0,4 m de l'éprouvette.

Afin d'étudier le comportement mécanique des barres à cette onde de choc, il est nécessaire de connaître les deux grandeurs caractéristiques suivantes :

- d'une part la célérité des ondes dans les barres qui est définie de la manière suivante :

$$C = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (2.21)$$

- d'autre part l'impédance mécanique d'une barre qui définit le rapport entre la force et la vitesse particulière au sein du matériau égale à :

$$Z = S\sqrt{E\rho} \quad (2.22)$$

On rappelle ici tableaux (2.6) et (2.7) qui reprennent les caractéristiques des différents jeux de barres disponibles au laboratoire de dynamique, ainsi que les caractéristiques des matériaux d'essai. On remarque ici que

	E [GPa]	ρ [kg/m ³]	ν	C [m/s]	Z [Ns/m ³]
Nylon	3,3	1150	0,39	1693	$1,95 \cdot 10^6$
Aluminium	69	2700	0,33	5055	$1,36 \cdot 10^7$
Acier	140	7800	0,3	4237	$3,30 \cdot 10^7$
Béton	42	2300	0,20	4273	$9,83 \cdot 10^6$
Mortier	28	2100	0,20	3651	$7,67 \cdot 10^6$

TABLE 2.7 – Caractéristiques matériaux

le rapport d'impédance acoustique ($Z = \sqrt{E\rho}$) entre le nylon d'une part et le béton ou le mortier d'autre part est intéressant. Ce dernier permet en effet d'avoir un bon compromis entre ondes transmises et réfléchies.

Concernant les barres en nylon il est à noter qu'elles sont très sensibles à la température et que leurs caractéristiques peuvent changer en conséquence. Le volume des barres varie peu dans la plage de température du laboratoire (15-30 °C). En effet si on écrit l'augmentation de la longueur L_0 liée à la dilatation :

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T \quad (2.23)$$

où α représente le coefficient de dilatation.

L'allongement relatif vaut alors :

$$\frac{L_0 + \Delta L}{L_0} = 1 + \alpha \Delta T \quad (2.24)$$

Dans le cadre du nylon $\alpha = 30 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, l'augmentation d'une longueur est de 0,045 % et l'augmentation du volume est alors de 0,135 %. Ainsi, la variation de célérité observée est bien due à une variation du module d'Young et non pas à un mauvais calcul de longueur. Il faudra ainsi faire attention de bien vérifier la température avant chaque essai et de contrôler la célérité au sein des barres par un essai à vide.

Les mesures des jauges de la barre entrante nous permettent de déterminer la force entrante en sommant les déformations dues à l'onde incidente et à l'onde réfléchie :

$$F_e = E S (\epsilon_i + \epsilon_r) \quad (2.25)$$

Tandis que la vitesse est obtenue en faisant la différence des déformations incidentes et réfléchies :

$$V_e = C (\epsilon_i - \epsilon_r) \quad (2.26)$$

Les mêmes opérations permettent de déterminer les forces et vitesses sortantes.

2.4.2 Traitement des signaux des essais

Une des caractéristiques de nos essais est que la rupture se produit hors équilibre dans les premiers instants du chargement. Une attention très poussée doit donc être apportée au traitement des signaux issus des mesures et notamment à leur calage temporel. Nous détaillerons donc relativement précisément ci-après le post-traitement des signaux acquis. Pour acquérir ces signaux il a été utilisé, d'une part un amplificateur FE-H379-TA de chez FLYDE, et d'autre part un boîtier d'acquisition de National Instrument qui permet de numériser les signaux à la fréquence de 1 MHz.

Détermination de la déformation incidente via la vitesse d'impact Afin de déterminer si notre mesure de déformation via les jauges est correcte, on peut comparer les valeurs des déformations incidentes déduites de la vitesse de l'impacteur ou de la mesure des jauges. Pour cela, on écrit que la force générée par l'impact à l'interface entre l'impacteur et la barre entrante est égale à :

$$F_i = Z_b V_e = Z_i (V_i - V_e) \quad (2.27)$$

Avec Z_i l'impédance de l'impacteur et Z_b l'impédance de la barre entrante.

Ainsi nous obtenons :

$$F_i = \frac{Z_b Z_i}{Z_b + Z_i} V_i \quad (2.28)$$

Les barres et l'impacteur étant constituées du même matériau, on peut en déduire en connaissant leurs rayons les contraintes générées par l'impact.

$$\sigma_i = \frac{R_i^2}{R_i^2 + R_b^2} \sqrt{E \rho} V_i \quad (2.29)$$

De même en divisant cette contrainte par le module d'Young de la barre, on obtient la déformation longitudinale générée par cet impact :

$$\epsilon_i = \frac{R_i^2}{R_i^2 + R_b^2} \frac{V_i}{C_b} \quad (2.30)$$

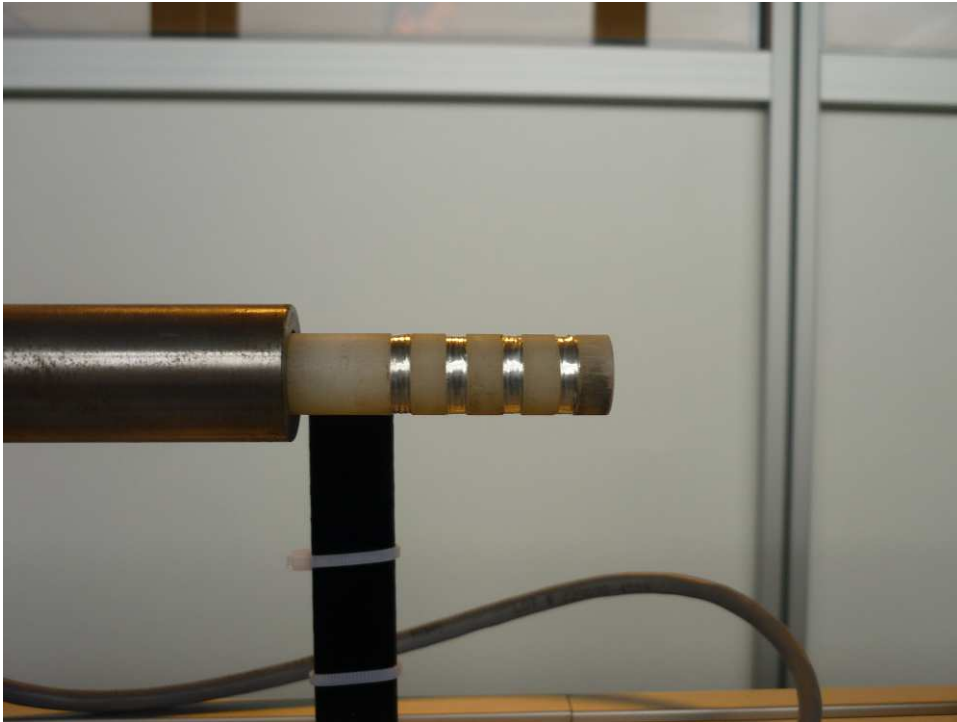


FIGURE 2.23 – Bandes réfléchissantes au niveau de l'impacteur

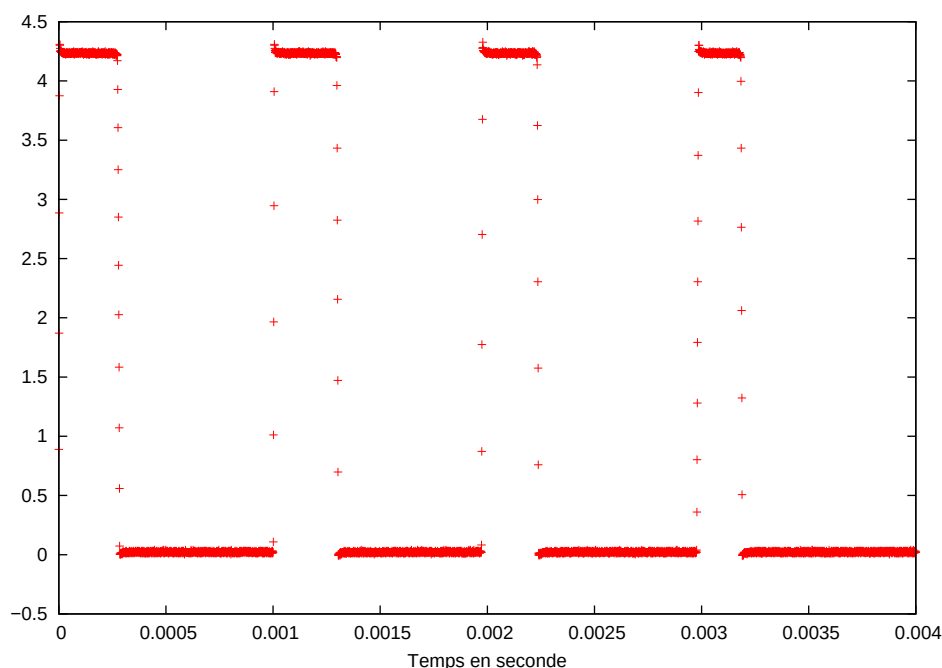


FIGURE 2.24 – Signal obtenu à l’aide du capteur de passage

La vitesse d’impact est obtenue à l’aide du capteur de passage situé à la sortie du tube du canon, ce capteur envoie un signal qui est réfléchi au passage de chacune des quatre bandes réfléchissantes. Chacune de ces bandes est espacée de 1 cm. Les figures (2.23 et 2.24) montrent respectivement les bandes au niveau de l’impacteur ainsi que le signal obtenu en sortie.

Obtention des déformations via les jauges

Montage en pont complet

La déformation s’obtient via la variation de résistance des jauges. Ainsi la tension mesurée nous permet d’obtenir la déformation présente au sein des barres. La relation entre la variation de longueur et la variation de résistance est proportionnelle, on note k le facteur de jauge :

$$\frac{\Delta R}{R_0} = k \epsilon \quad (2.31)$$

On ne mesure pas directement la tension au bord de la jauge mais au sein du montage connu sous le nom de pont Wheatstone. Ici les jauges sont montées en pont complet c’est à dire que l’ensemble des résistances du pont sont des jauges de déformation, deux sont placées dans le sens longitudinal et deux dans le sens transversal. Pour ce faire, deux jeux de jauges sont montés diamétralement opposés sur les barres. Ce montage a l’avantage de compenser une éventuelle flexion, ainsi la déformation mesurée est bien celle suivant l’axe des barres. Il s’agit donc d’un pont de Wheatstone composé de deux valeurs de résistance tel que décrit à la figure (2.25), nous avons donc la tension de sortie en fonction de la tension d’entrée :

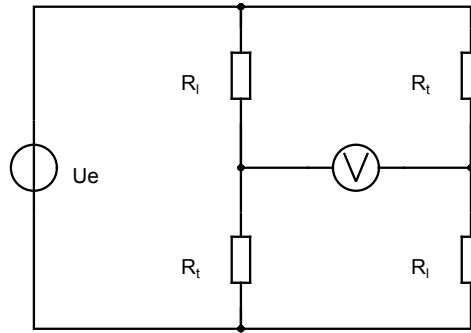


FIGURE 2.25 – Représentation du pont complet

$$V = \frac{R_t - R_l}{R_t + R_l} U_e \quad (2.32)$$

Où les valeurs des résistances en fonction de la déformation longitudinale sont :

$$R_l = R_0(1 + k\varepsilon) \quad (2.33)$$

et :

$$R_t = R_0(1 - \nu k\varepsilon) \quad (2.34)$$

donc :

$$V = \frac{k\varepsilon(1 + \nu)}{2 + k\varepsilon(1 - \nu)} U_e \quad (2.35)$$

En considérant $k\varepsilon(1 - \nu)$ petit devant 2. Pour chacun des montages de jauges la tension obtenue peut être transposée en déformation longitudinale via la relation suivante :

$$\varepsilon = \frac{2V}{U_e G k (1 + \nu)} \quad (2.36)$$

Avec k le facteur de jauge (ici 2,09), U_e la tension d'entrée (ici 4 volt) et G (ici 100) le gain. Dans la plupart des cas nous avons :

$$\varepsilon = 1,729 \times 10^{-3} V \quad (2.37)$$

Montage en quart de pont

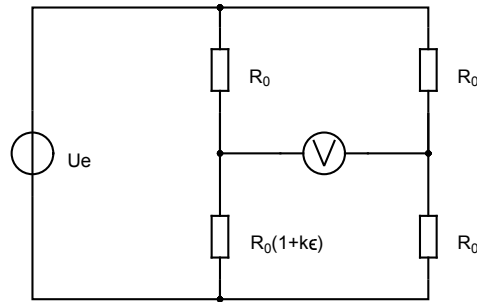


FIGURE 2.26 – Représentation du quart de pont

Les jauges fixées sur les échantillons sont montées en quart de pont, cela signifie que la jauge occupe la place d'une des quatre résistances du pont, les trois autres étant des résistances invariables. Ce montage a l'inconvénient d'être moins sensible que celui en pont complet. La valeur de la tension mesurée est donc :

$$V = \left(\frac{R_0}{2R_0} - \frac{R_0}{R_0(2+k\epsilon)} \right) U_e \quad (2.38)$$

$$V = \frac{k\epsilon}{2(2+k\epsilon)} U_e \quad (2.39)$$

En considérant $k.\epsilon$ petit devant 2, la valeur de la déformation est :

$$\epsilon = \frac{4V}{U_e G k} \quad (2.40)$$

Dans la majorité de nos essais nous avons : $U_e = 4$, $G = 1000$ et $k = 2,08$. Ainsi :

$$\epsilon = \frac{V}{2080} \quad (2.41)$$

Onde incidentes et réfléchies au niveau de l'échantillon

Une fois les différentes déformations obtenues, on peut déterminer les ondes incidente et réfléchie sur la barre entrante, et les ondes transmises sur les barres sortantes. Par rapport à l'interface barre entrante/échantillon, l'onde incidente est vue $\frac{1.5}{C}$ seconde en avance, tandis que l'onde réfléchie est vu $\frac{1.5}{C}$ s en retard. On doit donc décaler le signal de la barre entrante de ces deux temps afin d'obtenir les signaux désirés. Pour les barres sortantes les ondes transmises sont vues $\frac{0.4}{C}$ en retard, par rapport aux interfaces échantillons barres sortantes.

Le transport des ondes n'est pas la seule opération à réaliser, il convient aussi de s'interroger sur la dispersion des ondes durant la propagation. Pour caractériser la modification du signal dans des barres viscoélastiques, on utilise le logiciel DAVID du LMS, ce dernier prend en compte l'atténuation élastique des ondes au sein des barres ainsi que le comportement visqueux des barres en nylon [GARY et al., 1991]. La figure (??) montre la comparaison entre la prise en compte du comportement viscoélastique et un traitement par transport unidimensionnel. Il est à la fois comparé les ondes incidentes et réfléchies et les forces déterminées par ces dernières. On remarque peu de différences :

- une pente légèrement plus faible pour le traitement avec DAVID

- oscillation avec une fréquence plus grande avec DAVID

Le fait que le traitement simple sans atténuation renvoie des ondes fortement similaires au traitement viscoélastique s'explique par le fait que le diamètres des barres est faible (21 mm) et leur longueur réduite.

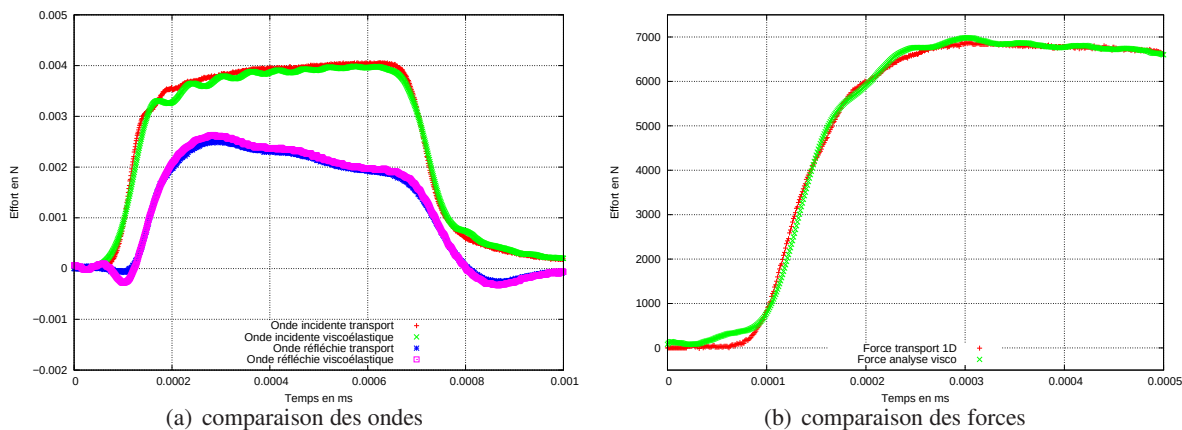


FIGURE 2.27 – Ondes en fonction du temps essai : 20150716-D-BE-11

2.4.3 Essais réalisés

Les tableaux (2.8) à (2.9) reprennent l'ensemble des masses volumiques pour l'ensemble des éprouvettes ainsi que la description des conditions d'essais : pression du tir et température (T_{CE} indique la température au niveau du corps d'épreuve, tandis que T_{salle} indique la température ambiante dans la salle). De plus nous ajoutons dans ces tableaux la vitesse de l'impacteur et la vitesse de déformation mesurée par la jauge. La méthode de détermination de la vitesse de déformation est explicitée par la suite.

Pour l'ensemble des essais reportés ici les images acquises par la caméra rapide mesure 320*264 pixel², et ceci à la fréquence de 75 000 images par seconde.

N°essai	ρ [kg/m ³]	P_{canon} [bar]	V_{impact} [m/s]	$\dot{\epsilon}$ [s ⁻¹]	T_{CE} [°C]
20140717-D-MO-1	2131	2,62	11,9	4,9	25,9
20140717-D-MO-2	2127	3,97	26,5	6,3	26,5
20140717-D-MO-3	2108	5,40	40,3	11,7	26,4
20140717-D-MO-4	2133	5,40	42,1	15,5	26,8
20141120-D-MO-1	2145	2,69	/	/	21,1
20141121-D-MO-1	2133	2,72	23,2	6,9	/
20150107-D-MO-1	2127	5,35	45,5	9,2	23,6

TABLE 2.8 – Caractéristiques des essais sur le mortier : paramètres thermo-mécanique

N°essai	ρ [kg/m ³]	P_{canon} [bar]	V_{impact} [m/s]	$\dot{\epsilon}$ [s ⁻¹]	T_{salle} [°C]	T_{CE} [°C]
20150703-D-BE-1	2303	3,07	/	12,31	28,5	/
20150703-D-BE-2	2332	3,07	/	5,98	28,5	/
20150703-D-BE-4	2318	3,07	27,26	5,89	29,1	30,4
20150703-D-BE-5	2324	3,07	26,34	6,80	29,6	30,9
20150716-D-BE-1	2329	1,85	/	6,20	27,5	29,1
20150716-D-BE-2	2363	1,01	/	1,50	28,5	31,1
20150716-D-BE-3	2363	1,01	07,15	1,45	28,8	31,9
20150716-D-BE-4	2363	1,03	/	1,80	28,9	31,5
20150716-D-BE-5	2363	1,03	07,45	2,00	28,9	31,9
20150716-D-BE-6	2363	1,05	08,32	1,87	29,0	31,9
20150716-D-BE-7	2363	1,24	10,45	2,14	29,1	31,9
20150716-D-BE-9	2363	1,29	12,33	3,03	29,1	31,8
20150716-D-BE-10	2363	1,61	18,24	3,97	29,1	31,6
20150716-D-BE-11	2338	1,63	16,54	3,39	29,1	31,8
20150924-D-BE-1	2338	5,46	47,62	4,67	19,1	20,6
20150924-D-BE-2	2354	6,10	49,86	18,73	19,6	20,1

TABLE 2.9 – Caractéristiques des essais sur le béton : paramètres thermo-mécaniques

Les tableaux (2.10 et 2.11) précisent les paramètres des images acquises par la caméra.

N°essai	T_{pixel} [μm]	δ_f	ξ [pixl]
20140717-D-MO-1	198,02	12,29	$3,43 \cdot 10^{-2}$
20140717-D-MO-2	198,02	13,71	$5,98 \cdot 10^{-2}$
20140717-D-MO-3	198,02	14,43	$3,38 \cdot 10^{-2}$
20140717-D-MO-4	198,02	13,86	$3,22 \cdot 10^{-2}$
20141120-D-MO-1	210,52	09,95	$2,81 \cdot 10^{-2}$
20141121-D-MO-1	207,25	14,83	$2,17 \cdot 10^{-2}$
20150107-D-MO-1	203,00	13,28	$4,79 \cdot 10^{-2}$

TABLE 2.10 – Caractéristiques des essais sur le mortier : paramètres optiques

N°essai	T_{pixel} [μm]	δ_f	ξ [pxl]
20150703-D-BE-1	232,56	08,09	$4,84 \cdot 10^{-2}$
20150703-D-BE-2	227,27	08,43	$5,20 \cdot 10^{-2}$
20150703-D-BE-4	229,86	06,77	$16,56 \cdot 10^{-2}$
20150703-D-BE-5	229,86	09,81	$5,02 \cdot 10^{-2}$
20150716-D-BE-1	189,57	11,20	$10,29 \cdot 10^{-2}$
20150716-D-BE-2	187,79	09,81	$5,80 \cdot 10^{-2}$
20150716-D-BE-3	187,79	10,01	$5,68 \cdot 10^{-2}$
20150716-D-BE-4	187,79	11,06	$8,82 \cdot 10^{-2}$
20150716-D-BE-5	187,79	10,20	$6,11 \cdot 10^{-2}$
20150716-D-BE-6	187,79	10,46	$5,80 \cdot 10^{-2}$
20150716-D-BE-7	187,79	09,77	$12,48 \cdot 10^{-2}$
20150716-D-BE-9	186,92	11,24	$4,67 \cdot 10^{-2}$
20150716-D-BE-10	186,92	11,47	$16,93 \cdot 10^{-2}$
20150716-D-BE-11	186,92	10,49	$6,80 \cdot 10^{-2}$
20150924-D-BE-1	189,57	14,67	$5,22 \cdot 10^{-2}$
20150924-D-BE-2	181,82	10,46	$12,15 \cdot 10^{-2}$

TABLE 2.11 – Caractéristiques des essais sur le béton : paramètres optiques

Détermination de la vitesse de déformation En dynamique la détermination de la vitesse de déformation pose moins de problème qu'en statique, en effet cette dernière apparaît sensiblement constante sur la partie utile de l'essai. Les figures (2.28(a) et 2.28(b)) nous montrent des exemples d'évolution de la déformation au cours du temps. On y observe clairement une vitesse de déformation constante sur l'intervalle qui nous intéresse.

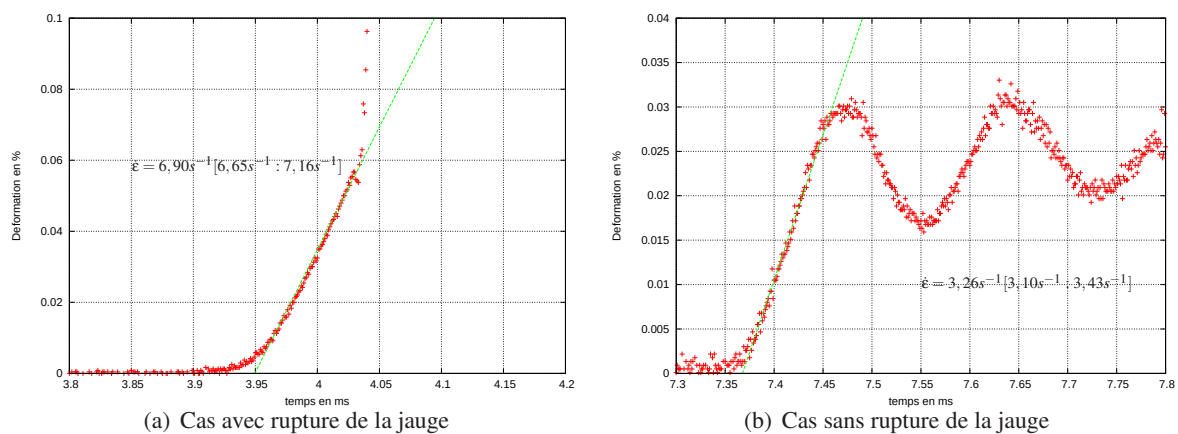


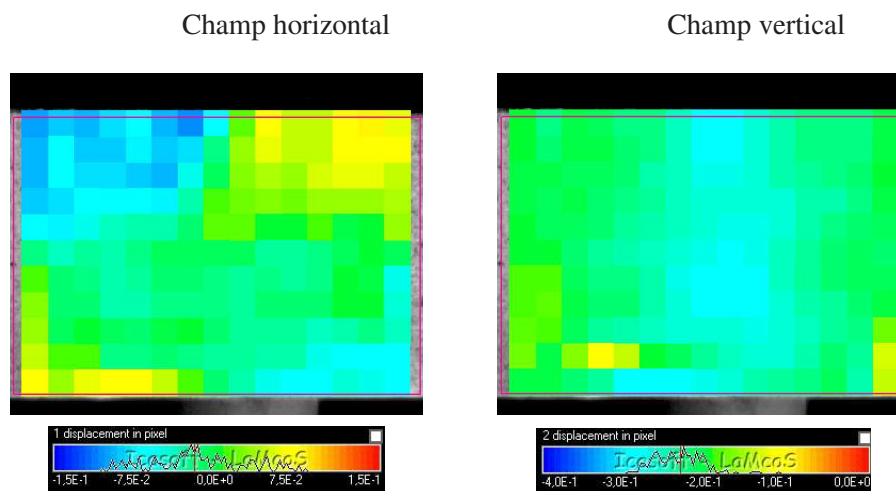
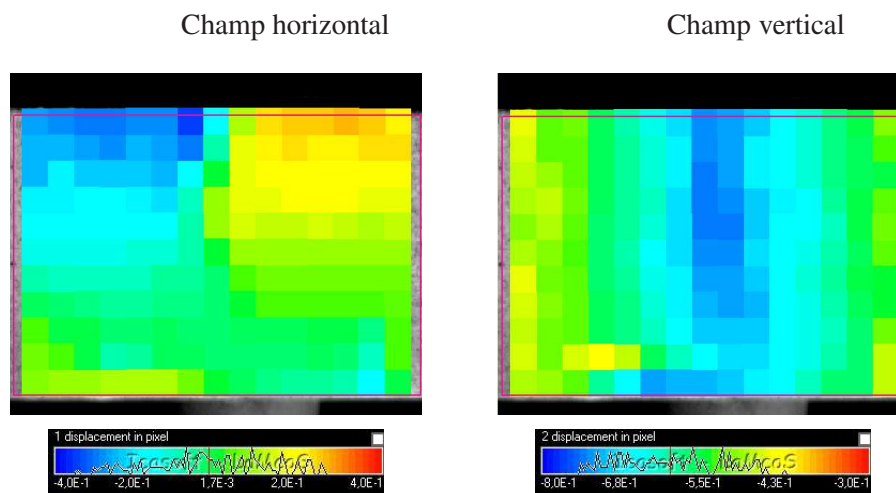
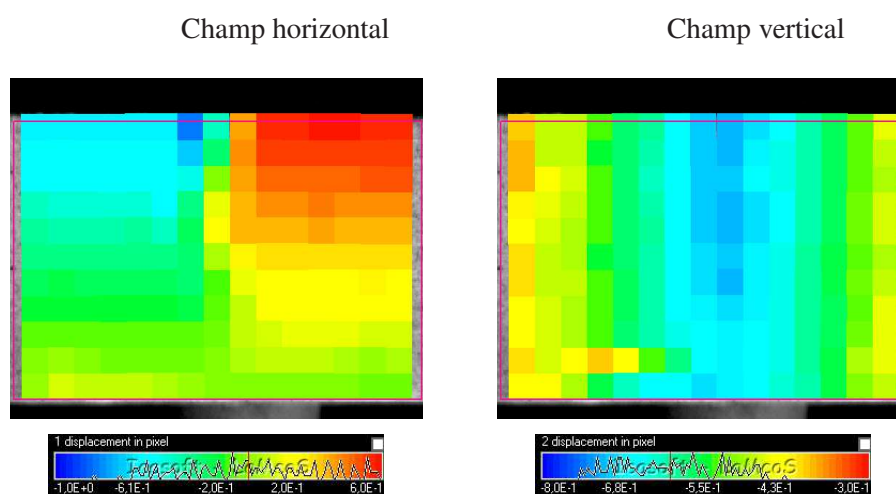
FIGURE 2.28 – Déformation de la jauge collée sur l'échantillon en fonction du temps

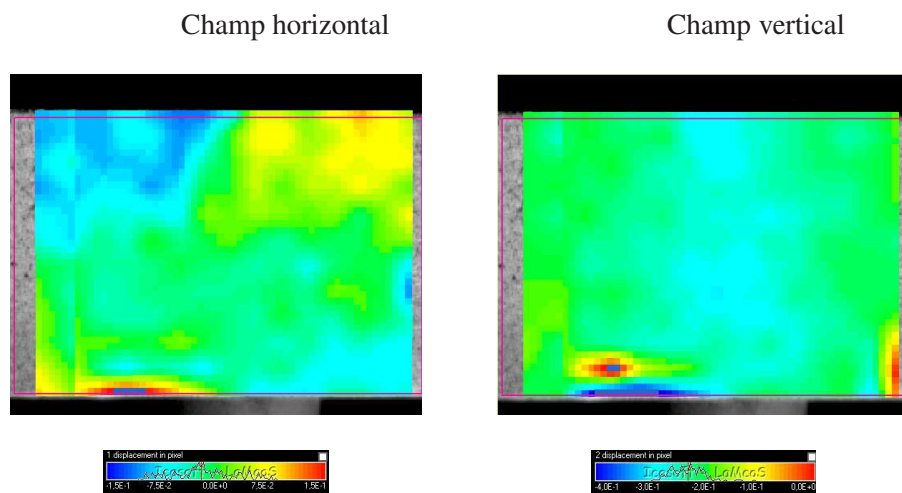
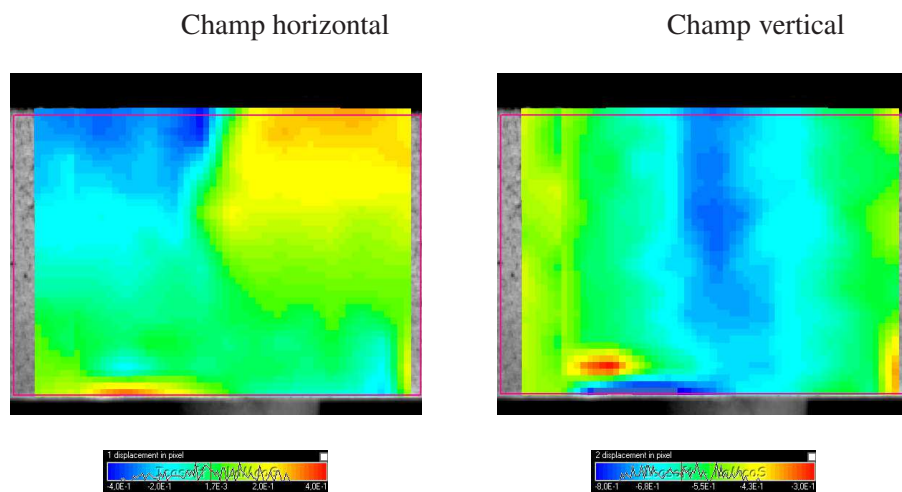
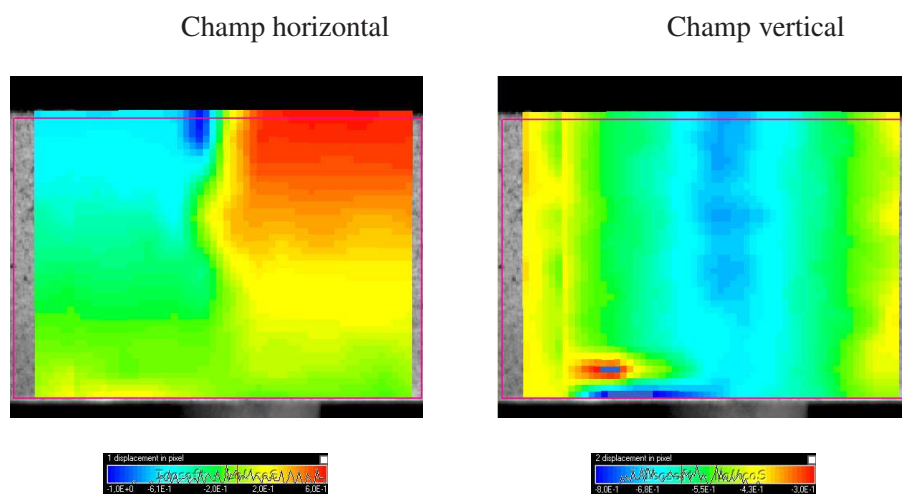
La plage de vitesses de déformation indiquée correspond à l'incertitude de la mesure : celle-ci correspond à une micro seconde pour le temps et à une micro déformation pour la déformation.

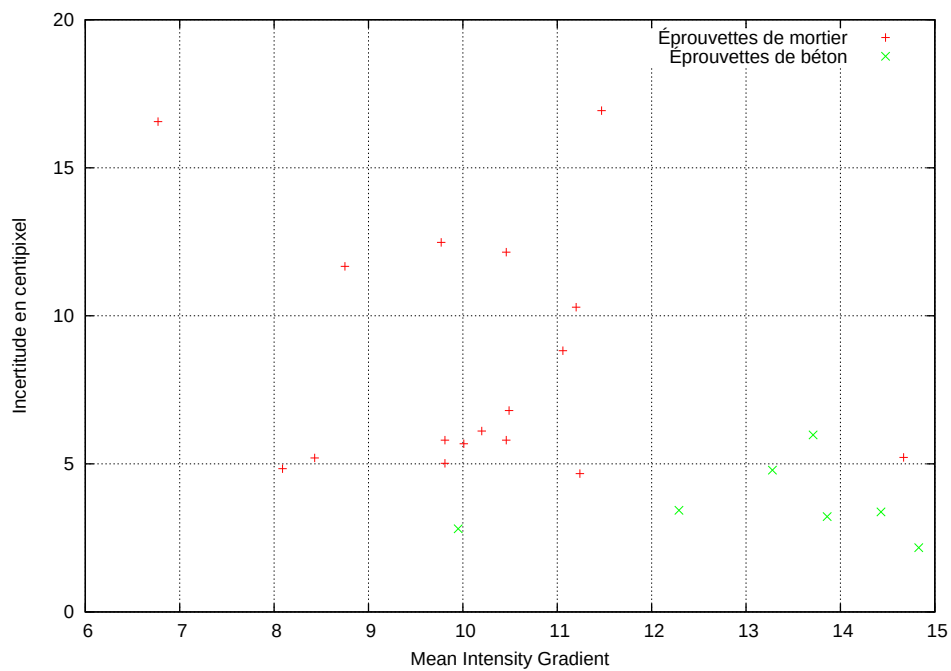
Images obtenues Les figures (2.29) à (2.31) nous montrent l'évolution des champs de déplacement déterminés à l'aide de la CIN dans le cadre dynamique. Ici les images sont de 320*264 pixels et la vitesse d'acquisition de notre caméra est de 75 000 i/s. On remarque que cette configuration nous permet de suivre le comportement de notre éprouvette avant et après la fissuration. En effet, la résolution et la fréquence utilisées sont suffisantes dans le cadre des vitesses de déformation atteintes. Dans un premier temps nous remarquons les champs caractéristiques de la flexion élastique puis dans un second temps de suivre l'évolution de la fissure. Les figures (2.32 à 2.34) nous montrent les mêmes champs de déplacement mais lissés.

L'essai mis en avant est le 20150925-D-BE-2, ce dernier s'est déroulé à une vitesse de déformation de 18,73 s⁻¹. Chacune des paires de champs de déplacement est espacé de 27 μ s. Les figures (2.29) et (2.32) montrent les champs de déplacement avant la rupture. Les figures (2.30) et (2.33) montrent les champs de déplacement juste après la rupture. Les figures (2.31) et (2.34) montrent les champs de déplacement lorsque la fissure se propage le long de la surface.

La rupture se traduit par une discontinuité du champs de déplacement vertical. Cette discontinuité permet de suivre l'évolution de la fissure sur la surface de l'éprouvette et ceci bien avant que cette dernière ne soit visible à l'œil nu.

FIGURE 2.29 – Champs de déplacement déterminés en dynamique bruts $t = 3,427$ msFIGURE 2.30 – Champs de déplacement déterminés en dynamique bruts $t = 3,453$ msFIGURE 2.31 – Champs de déplacement déterminés en dynamique bruts $t = 3,480$ ms

FIGURE 2.32 – Champs de déplacement déterminés en dynamique lissés $t = 3,427$ msFIGURE 2.33 – Champs de déplacement déterminés en dynamique lissés $t = 3,453$ msFIGURE 2.34 – Champs de déplacement déterminé en dynamique lissés $t = 3,480$ ms

FIGURE 2.35 – Incertitude sur le déplacement en fonction de δ_f

L'incertitude sur le déplacement est globalement plus grande qu'en statique. L'influence de la moyenne du gradient d'intensité lumineuse (δ_f , cf. §2.2.3) sur la qualité de la CIN est non visible bien que l'ensemble des textures ayant un $\delta_f > 12$ possèdent une incertitude correcte.

Profil de rupture

La figure (2.36) montre un exemple de profil de rupture, il s'agit d'un essai ayant pour vitesse de déformation $3,97 \text{ s}^{-1}$. Aux vitesses de déformation atteintes la fissure est unique et traverse l'éprouvette suivant un axe à peu près colinéaire à la direction de la force appliquée. Cette dernière se propage à travers et autour des grains et il ne semble pas y avoir de mode de rupture privilégié dans notre gamme de vitesses.

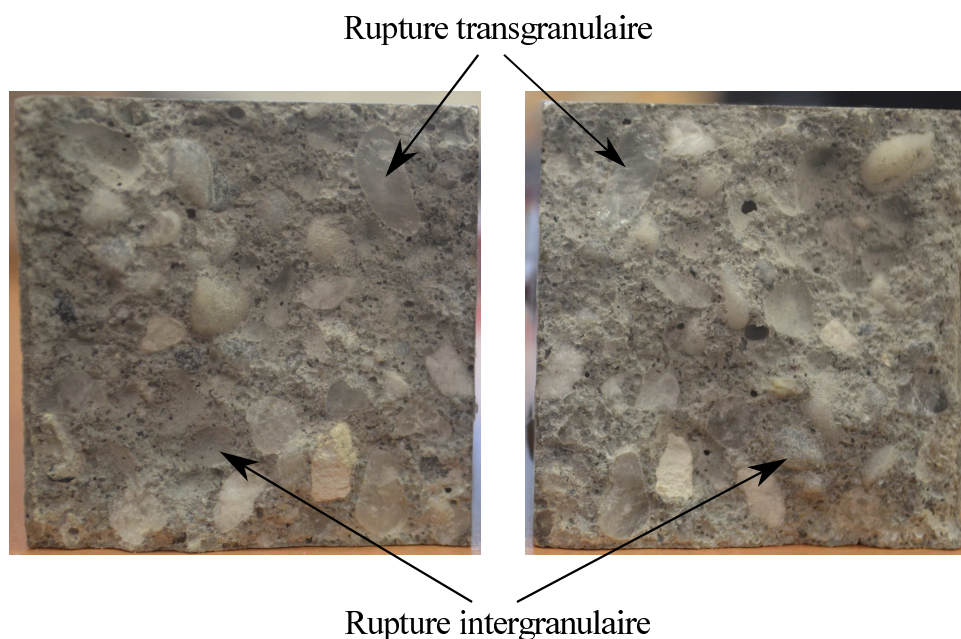
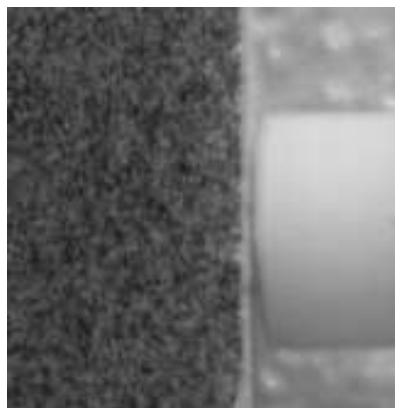


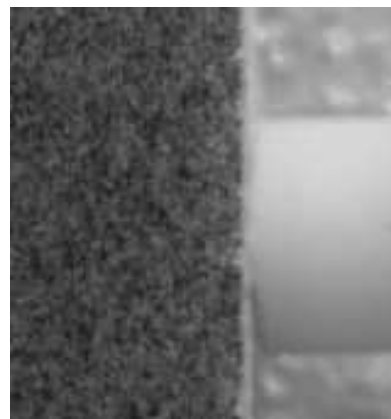
FIGURE 2.36 – Faciès d'une éprouvette rompue : essai 20150716-D-BE-10

Mise en place de l'essai

L'examen d'une séquence d'images prises lors d'un essai dynamique permet de constater que malgré un contact initial, l'éprouvette est maintenue en place sans support (cf. figure (2.21)), celui-ci semble imparfait. La figure(2.37) met en évidence l'existence d'un déplacement de l'extrémité de la barre alors que l'échantillon est encore immobile. L'utilisation de la corrélation d'images numériques va nous permettre de confirmer ce constat. La CIN peut en effet être également utilisée, non plus pour obtenir l'ensemble du champ sur la surface mais pour suivre le déplacement d'un point de l'éprouvette situé à proximité de l'interface entre cette dernière et la barre entrante. Le suivi de ce marqueur nous permet d'obtenir une redondance entre le déplacement à proximité de cette interface puisque le dispositif des barres de Hopkinson nous permet de déterminer cette information du côté de la barre entrante.



état initial
 t_0



mise en place finie
 $t_0 + 0,1 \text{ ms}$

FIGURE 2.37 – Visualisation du problème d'interface

En effet, si on regarde les figures (2.38(a)) et (2.38(b)), où sont reportés le déplacement déduit de l'intégration de la vitesse entrante et le déplacement déduit de la CIN, on remarque bien une différence entre les deux déplacements mesurés et ceci pour des vitesses d'impact différentes. Néanmoins, on peut recalibrer une partie de ces signaux en translatant le déplacement déterminé à l'aide des ondes sur celui mesuré par la caméra. Une fois le contact entre la barre entrante et l'échantillon parfaitement établi les réponses sont cohérentes jusqu'à la rupture.

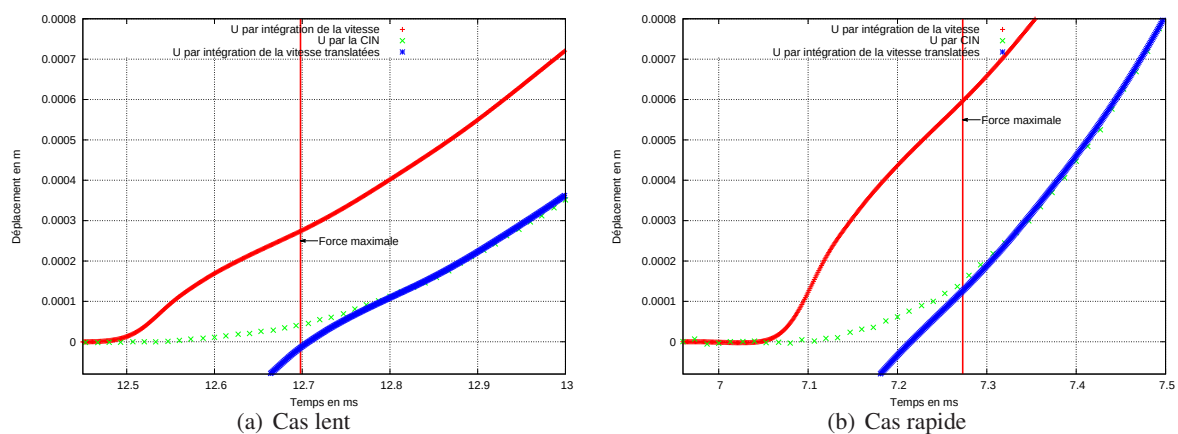


FIGURE 2.38 – Différence observée entre les déplacements mesurés

Afin de tenter de corriger ce problème la barre et l'éprouvette ont été scellées avec différents liants. Ici deux essais, réalisés dans des conditions similaires en terme de vitesse d'impact, sont présentés. Ils diffèrent par l'interface utilisée entre l'éprouvette et la barre entrante. Dans le premier cas une couche de graisse fut appliquée et aucun effet particulier ne fut remarqué : on observe toujours une onde réfléchie avec une valeur initiale négative caractéristique de la réflexion sur un bord libre. Dans le second cas du ciment prise rapide fut appliqué entre la barre entrante et l'éprouvette de mortier. Ceci permit d'améliorer l'interface puisque la transmission de l'effort est meilleure (cf. figures 2.40 et 2.39). L'onde réfléchie a une pente positive dès le départ désormais, ce qui est cohérent avec une interface rigide, la légère partie négative, présente lors des essais sans scellement, indiquant au contraire l'absence de contact.

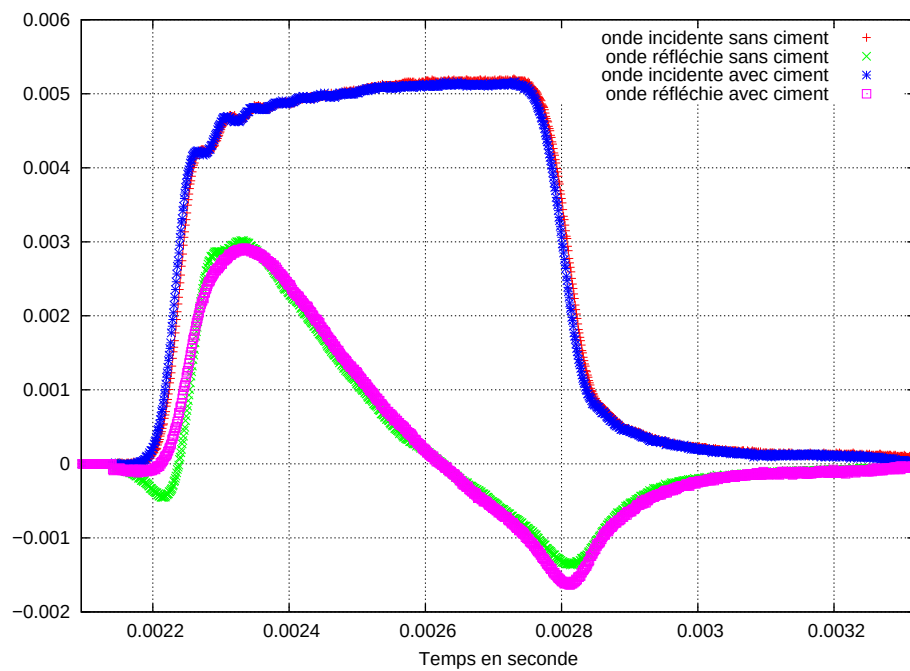


FIGURE 2.39 – Ondes en fonction du temps avec ou sans ciment

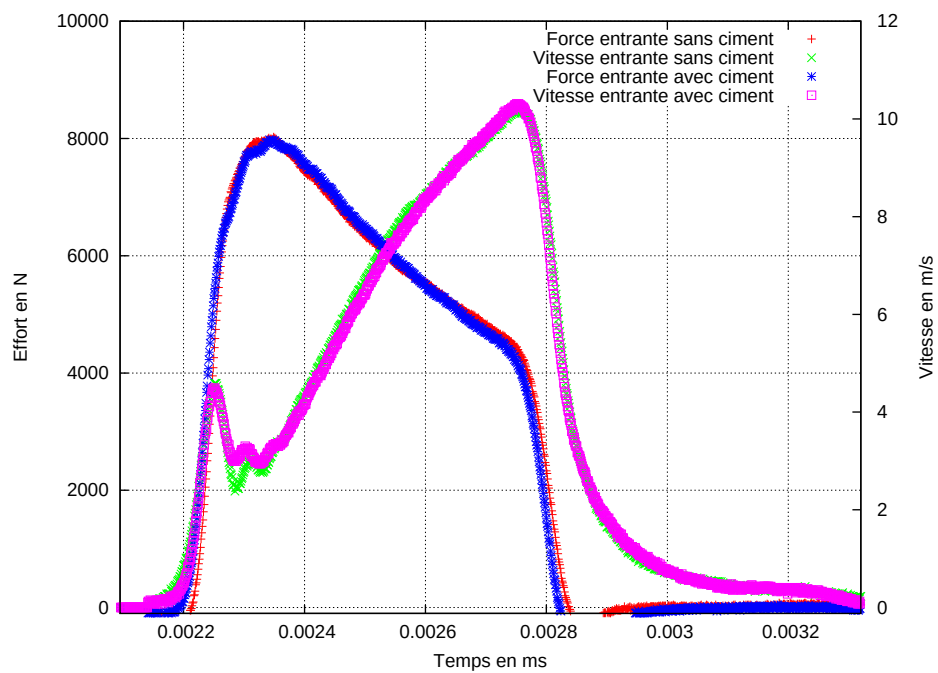


FIGURE 2.40 – Forces et vitesses en fonction du temps essai avec ou sans scellement

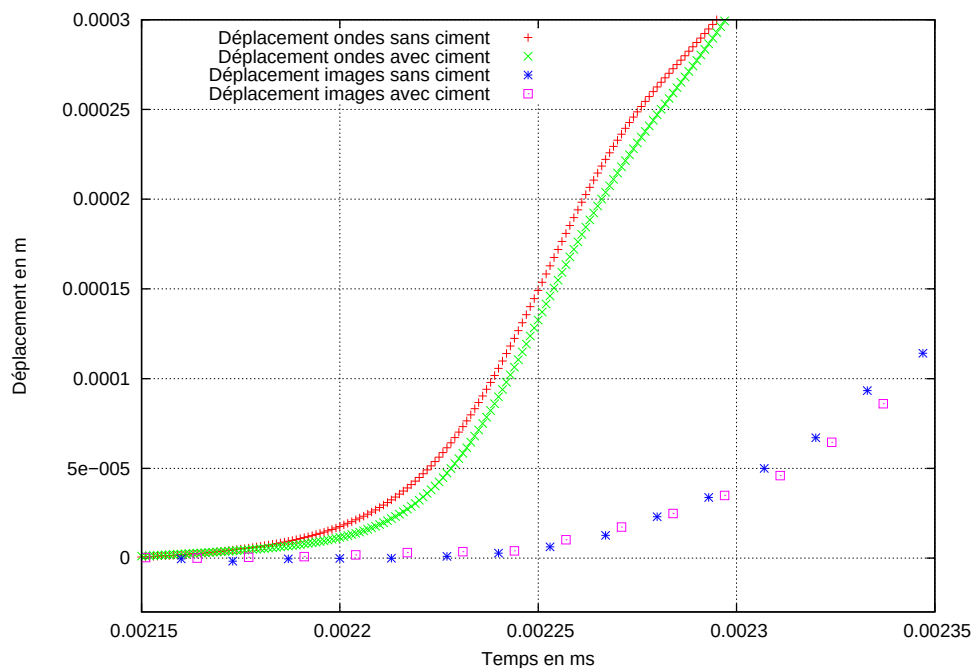


FIGURE 2.41 – Déplacement en fonction du temps, essais avec ou sans scellement

Concernant le déplacement sur la figure (2.41) nous remarquons d'une part que le déplacement mesuré à l'aide de la caméra est quasi-identique dans les deux essais et d'autre part que ce dernier est très différent de ceux mesurés par les ondes.

Nous pouvons donc en déduire les informations suivantes :

- le joint de scellement ne modifie pas le déroulement de l'essai, en effet le déplacement mesuré par la caméra est le même ;
- le joint de scellement permet un meilleur contact, mais le déplacement calculé par les ondes reste loin du déplacement réel imposé à l'échantillon et demeure inexploitable.

Le déplacement issu de la caméra fait donc référence dans la suite de cette étude.

Afin de caractériser l'apport de ce scellement sur le déroulement de la mise en place nous pouvons également déterminer la rigidité de l'interface pour les différents essais. Pour cela nous définissons le déplacement relatif entre la barre entrante et l'échantillon par : $\Delta U = U_{SHPB} - U_{CIN}$ et nous traçons l'évolution de l'effort en fonction de cet écart (cf. figure(2.42)).

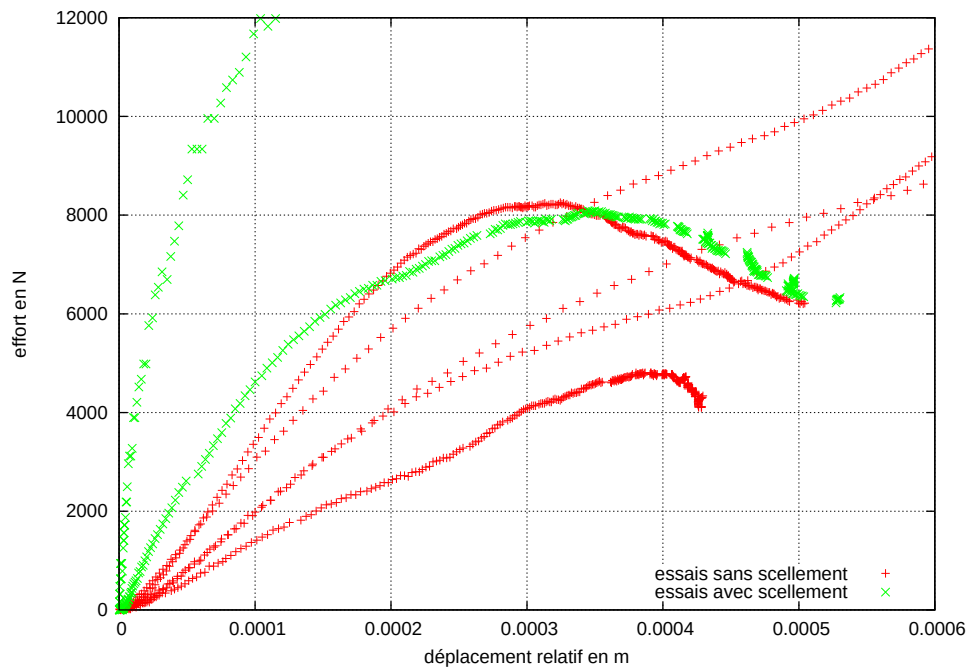


FIGURE 2.42 – Rigidité des interfaces

Sur cette figure (2.42), les essais avec scellement sont tracés en vert tandis que les essais sans scellement sont tracés en rouge. On peut remarquer que :

- la rigidité de l'interface n'est pas identique pour tous les essais sans scellement. Elle varie de 13 à 30 MN/m sur l'ensemble de nos essais (pente initiale) ;
- la présence d'un scellement, permet comme, attendu d'accroître fortement la rigidité. Si dans certains cas le scellement joue parfaitement son rôle, pente initiale quasi infinie (i.e. déplacement relatif nul), ce n'est pas toujours vrai et sa valeur peut tomber à 50 MN/m

Dans la partie utile de l'essai, c'est à dire pendant l'intervalle de temps précédant la rupture, le déplacement relatif n'atteint pas de valeur stabilisée, ce qui signifie que la donnée de la vitesse de la barre entrante n'est pas pertinente pour analyser les essais. L'approche développée par [DELVARE et al., 2010] reposant sur un modèle de poutre infinie et utilisant comme donnée d'entrée la vitesse déduite de la barre entrante ne peut donc pas être utilisée en l'état.

Avant de conclure ce chapitre, on ajoutera un mot sur le pilotage des essais aux barres de Hopkinson, la figure (2.43) montre l'évolution de la vitesse de déformation en fonction de la vitesse d'impact, celle-ci semble suivre une évolution linéaire pour des vitesses comprises entre 5 et 30 m/s.

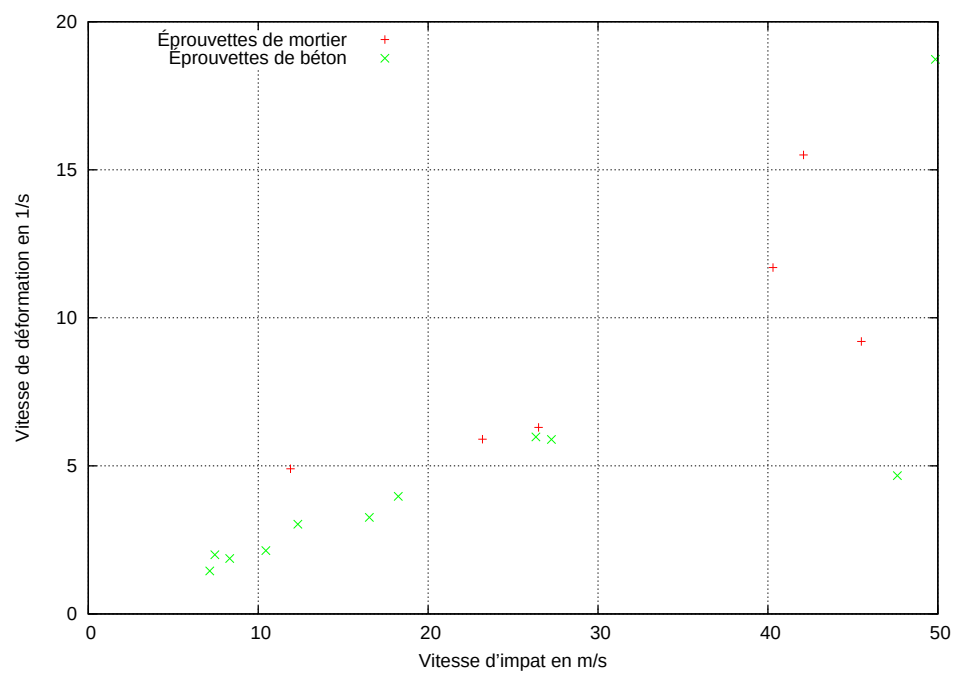


FIGURE 2.43 – Évolution de $\dot{\epsilon}$ en fonction de la vitesse d'impact

2.5 Résumé et conclusion

Dans cette partie nous avons décrit l'ensemble du procédé expérimental. Nous avons mis en avant certains problèmes rencontrés en particulier pour la mesure de champs. Au vu des faibles déplacements de nos essais, la moindre perturbation vient occulter les déplacements que l'on souhaite mesurer. Afin de remédier à cela, l'utilisation de la caméra rapide avec un capteur stable nous permet d'obtenir les champs de déplacement espérés. L'utilisation de cette dernière nous a aussi permis de mettre en avant l'erreur sur le déplacement qui pouvait être commise lors de l'utilisation de barres de Hopkinson en nylon avec du béton.

L'ensemble du dispositif expérimental à disposition nous permet de mesurer la déformation, l'effort ainsi que les champs de déplacement que cela soit dans les cas statiques ou dynamiques. Ces grandeurs en elles-mêmes ne nous intéressent pas. Il faut trouver des moyens d'utiliser ces données afin de déterminer ce qui nous intéresse à savoir la contrainte, et en particulier celle au moment de la rupture. C'est pour cela que dans le chapitre suivant nous verrons différentes méthodes afin de la caractériser au mieux.

Chapitre 3

Modélisation des essais

Introduction

Les essais présentés dans le chapitre précédent nécessitent une modélisation afin de pouvoir en retirer les informations qui nous intéressent. Dans le cadre de notre étude on souhaite récupérer des informations afin de caractériser notre matériau, c'est à dire des informations utilisables afin de prédire son comportement dans le cadre de modélisation plus large. Comme par exemple pour des structures.

Dans un premier temps nous considérerons une approche fragile de notre matériau, c'est à dire que le comportement est purement élastique jusqu'à la rupture. Nous montrerons les limites de cette approche qui ont été déjà été évoquées par plusieurs auteurs.

Puis dans un second temps nous utiliserons une approche tenant compte l'endommagement afin de mieux approcher la réalité.

Concernant la structure de ce chapitre une première partie s'intéressera aux essais statiques tandis que la seconde sera dédiée au cas dynamique.

3.1 Cas statique

3.1.1 Modèles élastiques

Traitement à l'aide de la théorie des poutres

Dans un premier temps les essais seront analysés via la théorie des poutres, en effet il est d'usage de modéliser la réponses des éprouvettes à l'aide de celle-ci. La norme 12390 partie 5 [AFNOR, 2001f] suit cette approche. La figure (3.1) représente une poutre en flexion trois points ; il est ici rappelé le repère utilisé ainsi que les grandeurs caractéristiques de cette dernière.

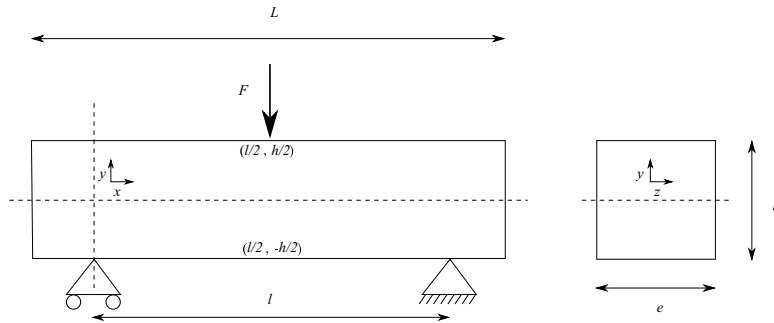


FIGURE 3.1 – Schématisation d'une poutre en flexion trois points

Au delà des appuis le moment fléchissant est nul et entre ces derniers il varie linéairement pour atteindre son maximum au milieu de la poutre. A cet endroit il est défini par :

$$M_f = \frac{F l}{4} \quad (3.1)$$

Le moment quadratique d'une poutre de section rectangulaire est :

$$I = \frac{e h^3}{12} \quad (3.2)$$

La contrainte de traction maximale vaut :

$$\sigma_{max} = \frac{M_f}{I} \frac{e}{2} = \frac{3 F l}{2 e h^2} \quad (3.3)$$

La flèche au milieu de la poutre s'exprime par :

$$\delta = \frac{F l^3}{48 E I} \quad (3.4)$$

La déformation longitudinale maximale prend comme valeur :

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{3 F l}{2 E e h^2} \quad (3.5)$$

Cette approche nous permet à l'aide de l'équation (3.3) de déterminer une contrainte de rupture pour chacun des essais (notée σ_{RDM} pour la suite). Comme une jauge de déformation est collée sur la face inférieure de l'échantillon, il nous est également possible de déterminer le profil de contraintes/déformations. Une fois ces derniers à disposition, on peut déterminer le module d'Young. Les courbes contraintes/déformations (figures 3.2(a) et 3.2(b)) montrent que l'approche élastique par la théorie des poutres semble imparfaite. Puisque la relation contraintes/déformations n'est pas parfaitement linéaire. En effet, à partir d'une déformation comprise entre 10^{-4} et $2 \cdot 10^{-4}$, un affaissement commence à devenir visible.

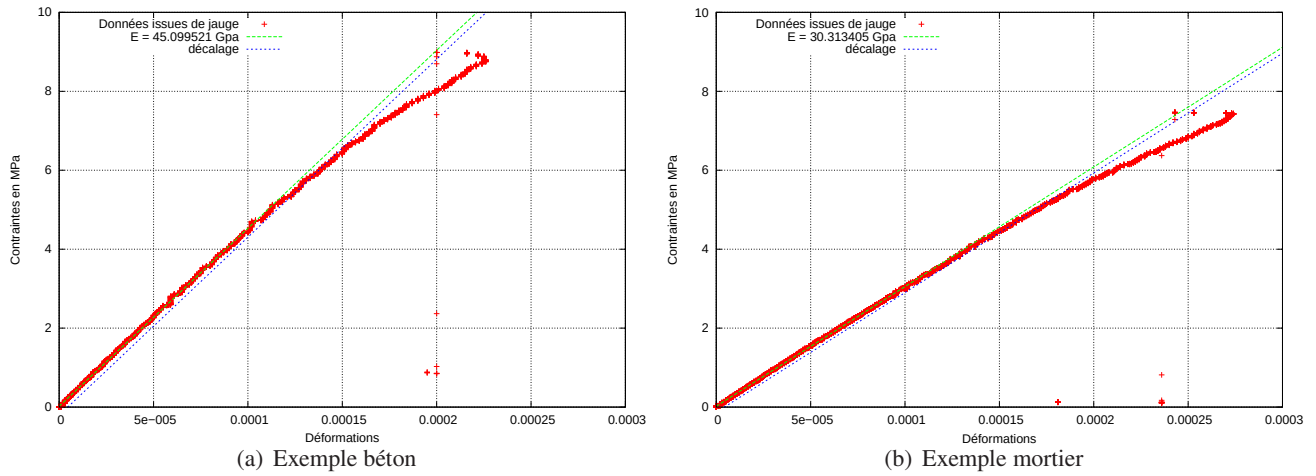


FIGURE 3.2 – Courbes contraintes déformation : modèle poutre

Nos matériaux ne présentent donc pas un comportement parfaitement fragile. Il n'apparaît pas simple de déterminer précisément la valeur de la contrainte pour laquelle la perte de non linéarité se produit. Afin de déterminer de manière identique pour tous nos essais, la fin de la phase linéaire on propose tracer une parallèle décalée de $5 \mu\text{def}$. Ainsi, nous pouvons définir une contrainte de limite d'élasticité comme la valeur pour laquelle cette parallèle croise la courbe issue des mesures. Le module d'Young est quant à lui déterminé sur la partie linéaire de la courbe. Pour nos essais il a été déterminé entre 0 et 10^{-4} déformation. La valeur identifiée est légèrement supérieure à celle déterminée à l'aide de la fréquence de résonance (de l'ordre de 3%).

Les tableaux (3.1) et (3.2) récapitulent l'ensemble des résultats obtenus pour chacun des essais.

N°	F [N]	V [mm/min]	$\dot{\epsilon}$ [s^{-1}]	σ_{RDM} [MPa]	σ_{elas} [MPa]	E_{pout} [GPa]	E_{freq} [GPa]
20140828-S-MO-1	2641	0,2	$2,60 \cdot 10^{-6}$	7,42	4,67	30,31	/
20140904-S-MO-1	2965	0,2	$5,90 \cdot 10^{-6}$	8,34	4,56	29,04	27,71
moyenne	2803	/	4,25	7,88	4,62	29,66	27,92

TABLE 3.1 – Caractéristiques des essais : cas du mortier

N°	F [N]	V [mm/min]	$\dot{\epsilon}$ [s^{-1}]	σ_{RDM} [MPa]	σ_{elas} [MPa]	E_{pout} [GPa]	E_{freq} [GPa]
20140424-S-BE-2	2804	0,1	$2,56 \cdot 10^{-6}$	7,88	5,78	44,61	43,25
20140519-S-BE-1	1966	0,1	$3,79 \cdot 10^{-7}$	5,53	5,53	42,02	43,06
20140611-S-BE-1	3195	0,2	$5,59 \cdot 10^{-6}$	8,99	5,80	45,10	43,46
20150626-S-BE-1	3051	0,2	$5,30 \cdot 10^{-6}$	8,58	4,76	44,87	42,88
20150626-S-BE-2	2735	0,2	$4,15 \cdot 10^{-6}$	7,69	6,51	39,87	43,58
20150929-S-BE-2	2666	0,2	$5,77 \cdot 10^{-6}$	7,50	/	46,87	/
20150929-S-BE-3	2506	0,2	$3,79 \cdot 10^{-6}$	7,05	/	40,17	/
20150929-S-BE-4	2606	0,2	$2,29 \cdot 10^{-6}$	7,33	/	46,82	/
20150929-S-BE-5	2620	0,2	$3,13 \cdot 10^{-6}$	7,37	6,72	46,61	/
moyenne	2683	/	$4,04 \cdot 10^{-6}$	7,55	5,85	44,28	43,15

TABLE 3.2 – Caractéristiques des essais : cas du béton

La moyenne reportée, pour le module d'Young déterminé par l'étude de la fréquence de résonance, est celle déterminée sur l'ensemble des éprouvettes, dont celles utilisées en dynamique ¹.

Bien que la contrainte à rupture soit similaire pour les deux matériaux, on remarque que la limite élastique est plus faible dans le cas du mortier.

Détermination des paramètres de Weibull

L'approche fragile permet de déterminer les paramètres de Weibull du béton. Concernant le mortier, uniquement deux échantillons sont disponibles. Cet ensemble est insuffisant pour mener une approche statistique. Les paramètres du béton sont déterminés à l'aide des deux méthodes détaillées dans le premier chapitre (cf. §1.4.2). Ces derniers sont répertoriés dans le tableau (3.3). Afin de compléter notre base de données deux essais effectués sur les même éprouvettes que pour ce travail ont été ajoutées.

Méthode	Dimensions	m	σ_w	V_E
A	160*40*40	9,78	7,86	826 mm ³
B	160*40*40	8,38	7,76	826 mm ³

TABLE 3.3 – Paramètres de Weibull du béton R30A7

Dans le tableau, la méthode A repose sur la détermination par le maximum de vraisemblance et la méthode B est celle utilisant la génération d'une distribution de données expérimentales. On remarque qu'il y a un écart de 14 % entre les deux valeurs du module de Weibull déterminées. Cet écart non négligeable est sûrement dû au fait que ces dernières sont déterminées à partir de 11 échantillons, ce qui est un ensemble relativement faible. Néanmoins le module de Weibull déterminé demeure conforme à ce qui attendu pour ce type de matériau.

Détermination de la zone de contact

Nous souhaitons nous servir de notre mesure de champs afin de déterminer nos paramètres matériaux par recalage éléments-finis. Avant de réaliser nos calculs nous souhaitons estimer au mieux la zone de contact entre les rouleaux et notre corps d'épreuve, ceci afin d'appliquer les efforts ainsi que les conditions limites sur une étendue la plus réaliste possible. Pour obtenir une estimation de la longueur de contact entre l'éprouvette et les rouleaux en acier, on suppose un modèle de contact de Hertz, c'est à dire un contact élastique linéique sans frottement. En considérant la longueur de la zone de contact égale à la largeur de l'éprouvette (ici e), le module d'Young équivalent associé au contact des deux matériaux s'écrit de la façon suivante [JOHNSON, 1987] :

$$\frac{1}{E_{eq}} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (3.6)$$

où E_i et ν_i correspondent au modules d'Young et coefficients de Poisson de chacun des matériaux.

En notant R le rayon du rouleau, la demi-largeur de la zone de contact est définie à l'équation (3.7). Le schéma de la figure (3.3) représente ce contact.

$$a = \sqrt{\frac{4FR}{\pi E_{eq} e}} \quad (3.7)$$

1. C'est pour cela que cette moyenne est différente de celles que l'on peut déterminer avec les données indiquées au sein des tableaux ci-dessus.

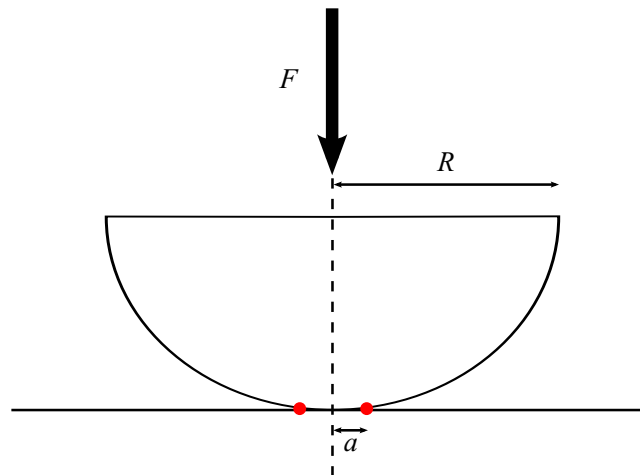


FIGURE 3.3 – Schématisation du contact de Hertz

En considérant un acier de module d'Young $E = 210$ GPa, ainsi que nos deux matériaux de modules d'Young $E = 42$ GPa pour le béton et $E = 28$ GPa pour le mortier, on obtient, pour une force de 2000 N, une largeur de zone $2a = 0,42$ mm pour le béton et $2a = 0,50$ mm pour le mortier. Cette largeur de zone déterminée à l'aide du contact de Hertz est similaire à celle observée sur les images qui est d'environ 0,4 mm.

Modélisation éléments finis

Il est ici présenté le calcul par éléments-finis de notre éprouvette (de dimension $L * e * h = 160 * 40 * 40$ mm³). Ce calcul a pour but de vérifier d'une part la validité des modélisations poutres 1D et d'autre part, en se référant au cas d'un calcul 3D complet, de déterminer si une approximation 2D peut être pertinente. L'ensemble des calculs est réalisé à l'aide de Cast3M [Cast3M, 2014]. La distance entre les appuis est toujours de 120 mm, et les données matériaux sont arbitrairement choisis à $E = 30$ GPa pour le module d'Young et à $\nu = 0,2$ pour le coefficient de Poisson. Il s'agit de données proches de celle des matériaux étudiés.

Nous appliquerons une force de 3000 N répartie à l'aide de l'opérateur **PRESS** sur la partie supérieure. Concernant les conditions aux limites : l'appui de droite est considéré comme simple, tandis que l'appui de gauche est considéré comme glissant. Afin de pouvoir converger en énergie, la force et les appuis sont appliqués non pas ponctuellement, mais répartis sur une bande de largeur de 0,4 mm. Cette bande de chargement correspond à l'étendue du contact que l'on peut observer expérimentalement pour cette intensité d'effort. On peut noter que cette dernière n'influence pas la détermination de la déformation qui nous intéresse, celle étant située sur la face opposée au chargement. La géométrie de la poutre et son maillage, dans le cas 2D, sont représentés au sein de la figure (3.4). Sur cette dernière pour plus de lisibilité, le raffinement du maillage au niveau de la zone d'application du chargement et des appuis n'est pas représenté. Les calculs 3D reprendront la même discrétisation avec en complément une discrétisation dans l'épaisseur.

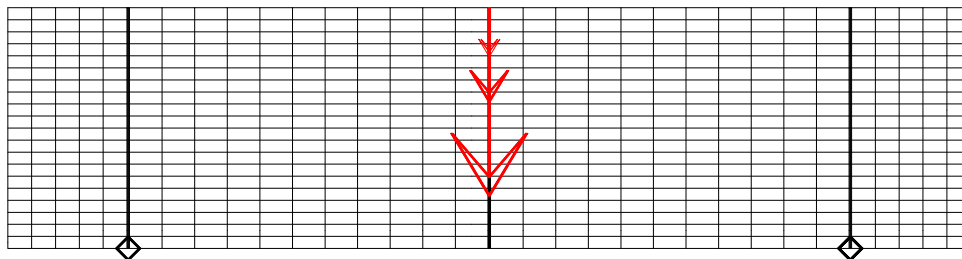


FIGURE 3.4 – Maillage éléments-finis dans le cas 2D

Nous regarderons d'une part la déformation au niveau de la fibre la plus tendue, et d'autre part la convergence en énergie de déformation élastique définie par :

$$Ener = \frac{1}{2} \int_V \underline{\underline{\varepsilon}} : \underline{\underline{\sigma}} \, dv \quad (3.8)$$

Nous rappelons la valeur de la déformation pour une flexion trois points dans le cadre de la théorie des poutre.

$$\varepsilon = \frac{3}{2} \frac{Fl}{Eh^2e} \Rightarrow \varepsilon = 2,81 \cdot 10^{-4} \quad (\text{Pour } F = 3000 \text{ N}) \quad (3.9)$$

De même l'énergie peut être déterminée :

$$Ener = \frac{1}{2} \int_l \frac{M_f^2}{EI} dx = 2,53 \cdot 10^{-2} J \quad (\text{Pour } F = 3000 \text{ N}) \quad (3.10)$$

L'ensemble des résultats sont arrondis à la micro-déformation étant donné que c'est la mesure la plus précise que l'ont peu avoir expérimentalement.

Cas 1D Dans un premier temps nous avons étudié les résultats obtenus dans le cadre d'éléments de poutre 1D. Les éléments de poutre d'Euler-Bernouilli (sans prise en compte du cisaillement) et de Timoshenko (avec prise en compte du cisaillement) sont utilisés.

Nombre de mailles	Poutre Euler		Poutre Timoshenko	
	Déformation	Énergie	Déformation	Énergie
10 mailles dans la longueur	$2,80 \cdot 10^{-4}$	$2,67 \cdot 10^{-2}$	$2,80 \cdot 10^{-4}$	$3,26 \cdot 10^{-2}$
20 mailles dans la longueur	$2,80 \cdot 10^{-4}$	$2,55 \cdot 10^{-2}$	$2,80 \cdot 10^{-4}$	$3,32 \cdot 10^{-2}$
40 mailles dans la longueur	$2,80 \cdot 10^{-4}$	$2,53 \cdot 10^{-2}$	$2,80 \cdot 10^{-4}$	$3,32 \cdot 10^{-2}$
80 mailles dans la longueur	$2,80 \cdot 10^{-4}$	$2,53 \cdot 10^{-2}$	$2,80 \cdot 10^{-4}$	$3,32 \cdot 10^{-2}$

TABLE 3.4 – Étude de la convergence d'un calcul éléments-finis : cas 1D

Comme attendu la déformation calculée est la même que dans le cadre de la poutre classique. Même remarque pour l'énergie qui est plus importante pour la poutre de Timoshenko qui prend en compte l'énergie de cisaillement.

Cas 2D Compte-tenu de la géométrie des éprouvettes il n'est pas aisé d'estimer a priori laquelle des deux hypothèses : contraintes planes ou déformation est la plus réaliste. En conséquence les calculs 2D seront effectuées suivant les deux hypothèses.

Nombre de mailles	QUA4		QUA8	
	Déformation	Énergie	Déformation	Énergie
10 mailles dans l'épaisseur	$3,14 \cdot 10^{-4}$	$3,75 \cdot 10^{-2}$	$2,65 \cdot 10^{-4}$	$4,19 \cdot 10^{-2}$
20 mailles dans l'épaisseur	$2,86 \cdot 10^{-4}$	$4,12 \cdot 10^{-2}$	$2,65 \cdot 10^{-4}$	$4,45 \cdot 10^{-2}$
40 mailles dans l'épaisseur	$2,75 \cdot 10^{-4}$	$4,36 \cdot 10^{-2}$	$2,65 \cdot 10^{-4}$	$4,62 \cdot 10^{-2}$
80 mailles dans l'épaisseur	$2,69 \cdot 10^{-4}$	$4,55 \cdot 10^{-2}$	$2,65 \cdot 10^{-4}$	$4,71 \cdot 10^{-2}$

TABLE 3.5 – Étude de la convergence d'un calcul éléments-finis : cas 2D contraintes planes

Nombre de mailles	QUA4		QUA8	
	Déformation	Énergie	Déformation	Énergie
10 mailles dans l'épaisseur	$2,99.10^{-4}$	$3,61.10^{-2}$	$2,54.10^{-4}$	$4,03.10^{-2}$
20 mailles dans l'épaisseur	$2,73.10^{-4}$	$3,96.10^{-2}$	$2,54.10^{-4}$	$4,27.10^{-2}$
40 mailles dans l'épaisseur	$2,61.10^{-4}$	$4,19.10^{-2}$	$2,54.10^{-4}$	$4,43.10^{-2}$
80 mailles dans l'épaisseur	$2,58.10^{-4}$	$4,37.10^{-2}$	$2,54.10^{-4}$	$4,53.10^{-2}$

TABLE 3.6 – Étude de la convergence d'un calcul éléments-finis : cas 2D déformations planes

Pour les cas 2D les figures (3.5(a)) et (3.5(b)) nous montrent cette étude de convergence pour une plus grande diversité de maillage. Il est alors plus aisé de remarquer d'une part, que la convergence pour la déformation qui nous intéresse est plus rapide qu'en énergie, et que comme attendu cette convergence est obtenue de façon plus rapide avec des éléments quadratiques.

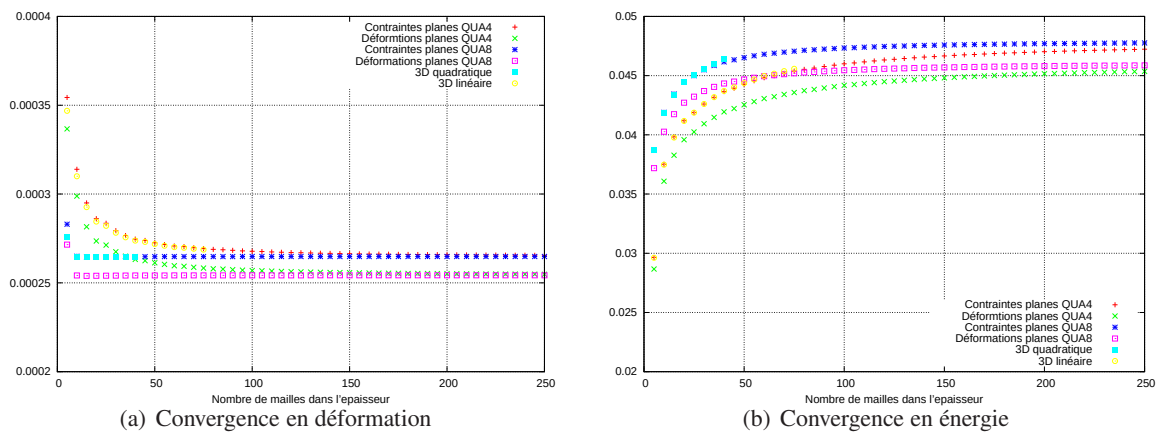


FIGURE 3.5 – Convergence dans le cas de la modélisation 2D

Cas 3D Dans le cas trois deux séries de calculs ont été effectuées, la première avec l'utilisation d'éléments cubiques à interpolation linéaire CUB8 et la seconde en utilisant des éléments quadratiques CU20.

Nombre de mailles	CUB8		CU20	
	Déformation	Énergie	Déformation	Énergie
10 mailles dans l'épaisseur	$3,10.10^{-4}$	$3,75.10^{-2}$	$2,65.10^{-4}$	$4,18.10^{-2}$
20 mailles dans l'épaisseur	$2,85.10^{-4}$	$4,12.10^{-2}$	$2,64.10^{-4}$	$4,45.10^{-2}$
40 mailles dans l'épaisseur	$2,74.10^{-4}$	$4,37.10^{-2}$	$2,64.10^{-4}$	$4,64.10^{-2}$

TABLE 3.7 – Étude de la convergence d'un calcul éléments-finis : cas 3D

Conclusion L'utilisation du calcul 3D comme référence nous permet de conclure que l'hypothèse des contraintes planes est plus représentative de notre cas d'étude que celles des déformations planes.

La différence entre le calcul 3D/2D et le calcul réalisé en 1D par la théorie des poutres est inférieure à de 5 %.

3.1.2 Recalage par éléments finis (FEMU)

Le nom anglais de cette méthode signifie "Finite Element Model Updating". Elle consiste en effet à rechercher de manière itérative des paramètres matériaux en minimisant l'écart entre les valeurs d'une variable issues de mesures expérimentales et celles obtenues par un calcul par la méthode des éléments-finis [KAVANAGH and CLOUGH, 1971]. La fonction coût à minimiser est le plus souvent définie comme la différence, au sens des moindres carrés, de données (déplacements, efforts, déformations) mesurées et calculées. Il existe plusieurs variantes de cette méthode en fonction de la grandeur sur laquelle portera la minimisation [CARO-BRETELLE et al., 2011]. Puisque nous avons accès, grâce à la corrélation d'images numériques au champ de déplacement sur tout la surface, nous avons choisi une approche qui cherche à minimiser l'écart entre les déplacements calculés et les déplacements mesurés, d'où la fonction coût :

$$\mathfrak{F}(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \| \underline{U}_{mesu}(j) - \underline{U}_{calc}(\theta, j) \|^2 \quad (3.11)$$

où n est le nombre de point de mesure et θ le jeu de paramètres que l'on cherche à identifier.

L'utilisation du champs de déplacement plutôt que celui de déformation vise notamment à éviter le recours à une dérivation numérique qui risquerait d'accentuer les erreurs dues au bruit présent sur le champ de déplacement.

Dans le cadre de ce travail, l'identification de paramètres reste limitée à un comportement élastique. Le code de calcul éléments -finis utilisé est le logiciel Cast3M et on cherchera à tirer parti des possibilités offertes par ce logiciel qui peut être vu comme une 'boite à outils' éléments-finis [CONSTANTINESCU, 2006].

L'évolution de la fonction coût nécessite la résolution du problème éléments-finis direct qui s'écrit :

$$[K(\theta)]\{U\} = \{F\} \quad \text{d'où} \quad \{U_{calc}(\theta)\} = [K^{-1}(\theta)]\{F\} \quad (3.12)$$

où $[K(\theta)]$ représente la matrice de rigidité globale et F le vecteur des efforts aux nœuds qui tient compte de la donnée de la résultante de l'effort à la frontière.

La recherche du minimum de $\mathfrak{F}$ peut se faire avec différents algorithmes mais ceux-ci ont le plus souvent en commun la nécessité de calculer le gradient de la fonction coût.

Puisqu'on a :

$$\{U_{calc}(\theta)\} = [K^{-1}(\theta)]\{F\} \quad (3.13)$$

On devra calculer la dérivée par rapport à θ , qui s'écrit :

$$\left\{ \frac{\partial U_{calc}(\theta)}{\partial \theta} \right\} = \left[\frac{\partial K^{-1}(\theta)}{\partial \theta} \right] \{F\} \quad (3.14)$$

Ceci nous amènera à déterminer $[K^{-1}(\theta)]$ et $\left[\frac{\partial K^{-1}(\theta)}{\partial \theta} \right]$. C'est à ce niveau que nous allons chercher à éviter de calculer les gradients numériquement. On va chercher à déterminer un pseudo matériau élastique tel que $[K^{-1}(\theta')] = \left[\frac{\partial K^{-1}(\theta)}{\partial \theta} \right]$. En introduisant un pseudo chargement :

$$\{P_{f\theta}\} = [K^{-1}(\theta')]\{U_{calc}(\theta)\} \quad (3.15)$$

On aura alors :

$$\left\{ \frac{\partial U_{calc}(\theta)}{\partial \theta} \right\} = -[K^{-1}(\theta)] \{P_{f\theta}\} \quad (3.16)$$

L'intérêt est qu'avec cette formulation, on retrouve une écriture équivalente à celle du problème éléments-finis direct facile à implémenter dans le langage de données Cast3M (gibiane).

Principe de la méthode FEMU

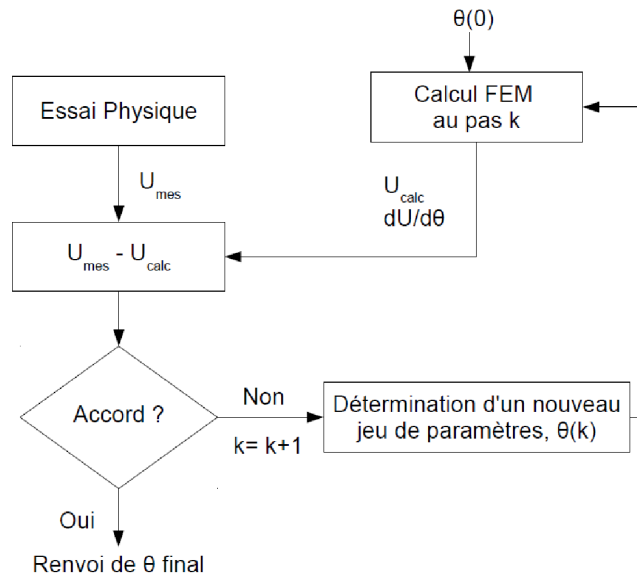


FIGURE 3.6 – Principe du recalage par la méthode des éléments finis

Dérivées des loi de comportement en Fonction de E et ν

La détermination des caractéristiques du pseudo-matériau élastique va nécessiter l'analyse de la dérivée de la matrice de comportement $[A]$ telle que $\{\sigma\} = [A]\{\varepsilon\}$ ceci afin de créer la matrice de rigidité du pseudo-matériau. Nos calculs éléments finis seront réalisés en 2D, nous allons donc étudier comment calculer ces dérivées sous les hypothèses de contraintes et déformations planes.

Hypothèse des contraintes planes L'hypothèse des contraintes planes est associée à la résolution d'un problème 3D dans lequel la composante hors du plan du tenseur des contraintes est négligée. Ce cas concerne l'étude de structures dont l'épaisseur est négligeable devant les deux autres dimensions (comme des coques) et que l'on ne charge pas sur les faces. Dans ce cas la loi de comportement s'écrit tel que :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

On calcule à posteriori la déformation le long de la troisième dimension de la manière suivante :

$$\varepsilon_{33} = -\frac{\nu}{E}(\sigma_{11} - \sigma_{22}) \quad (3.18)$$

La loi de comportement peut donc se résumer à une matrice A dépendante du module d'Young E et du coefficient de poisson ν . En nommant Z_i et k_i un ensemble de jeux de paramètre, on va décomposer les dérivées de la matrice A suivant E et ν comme une somme de matrices similaires à la matrice A en choisissant de manière adéquate les jeux de paramètres $[Z_i, k_i]$.

$$A = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} = \frac{Z}{1-k^2} \begin{bmatrix} 1 & k & 0 \\ k & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-k}{2} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

– En dérivant suivant le module d'Young E on obtient :

$$\frac{\partial A}{\partial E} = \frac{1}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

En considérant un pseudo-matériau avec un module d'Young égal à 1 et avec le même coefficient de poisson, on obtient la loi de comportement qui permet de déterminer la dérivée du champs de déplacement suivant le paramètre matériau qu'est le module d'Young.

– En dérivant suivant le coefficient de Poisson ν , on obtient :

$$\frac{\partial A}{\partial \nu} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/2 \end{bmatrix} + \frac{2.E.\nu}{(1-\nu^2)^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

On cherche à décomposer la matrice décrite à l'équation (3.21) sous la forme d'une somme de matrices de la forme de celle se trouvant à l'équation (3.19). Ceci se fait de la manière suivante :

$$\frac{\partial A}{\partial \nu} = \frac{2E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix} - \frac{2E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix} + \frac{2.E.\nu}{(1-\nu^2)^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Les trois jeux (P_1 , P_2 et P_3) de paramètres (Z, k) obtenus de cette manière sont les suivants :

$$P_1 = \left[Z = \frac{2E}{1-\nu^2} \frac{3}{4}; k = \frac{1}{2} \right]; \quad (3.23)$$

$$P_2 = \left[Z = \frac{2E}{1-\nu^2}; k = 0 \right]; \quad (3.24)$$

$$P_3 = \left[Z = \frac{2E\nu}{1-\nu^2}; k = \nu \right] \quad (3.25)$$

Cet ensemble permet de créer trois pseudo-matériaux de module d'Young $\frac{3}{4} \frac{2E}{1-\nu^2}$ pour le premier et $\frac{2E}{1-\nu^2}$ pour les deux suivants et de coefficient de Poisson respectif $\frac{1}{2}$, 0 et ν . La somme de ces derniers est un pseudo-matériau qui permet de déterminer la dérivée du champ de déplacement suivant le paramètre matériau qu'est le coefficient de Poisson.

Hypothèse des Déformations Planes L'hypothèse des déformations planes est associée à un problème 3D dans lequel la composante hors du plan du tenseur des déformations est négligée. Ce cas concerne l'étude de structures dont l'épaisseur est importante. Dans ce cas la loi de comportement s'écrit tel que :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ 2\epsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

On calcule à posteriori les contraintes normales au plan étudié de la manière suivante :

$$\sigma_{33} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}(\epsilon_{11} + \epsilon_{22}) \quad (3.27)$$

Tout comme dans le cas de l'hypothèse des contraintes planes, nous allons ici écrire les dérivées de A suivant E et ν comme la somme de matrices similaires à A avec les paramètres $[Z_i, k_i]$ adéquats.

$$A = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} = \frac{Z}{(1-k)(1-2k)} \begin{bmatrix} 1-k & k & 0 \\ k & 1-k & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2k}{2} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

– En dérivant suivant le module d'Young E on obtient :

$$\frac{\partial A}{\partial E} = \frac{1}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

En considérant un pseudo-matériau avec un module d'Young égal à 1 et avec le même coefficient de Poisson, on obtient la loi de comportement qui permet de déterminer la dérivée du champs de déplacement suivant le paramètre matériau qu'est le module d'Young.

– En dérivant suivant le coefficient de Poisson ν , on obtient :

$$\frac{\partial A}{\partial \nu} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} + \frac{(2\nu+1)E}{(1+\nu)^2(1-2\nu)^2} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial \nu} &= \frac{4E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 3/4 & 1/4 & 0 \\ 1/4 & 3/4 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix} \\ &\quad - \frac{4E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix} \\ &\quad + \frac{(2\nu+1)E}{(1+\nu)^2(1-2\nu)^2} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.31)$$

On cherche à décomposer la matrice (3.30) sous la forme du somme de matrice de la forme de celle se trouvant à l'équation (3.28). Les trois jeux (P_1 , P_2 et P_3) de paramètres (Z, k) obtenus ce cette manière sont les suivants :

$$P_1 = \left[Z = \frac{20}{8} \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}; k = 1/4 \right]; \quad (3.32)$$

$$P_2 = \left[Z = \frac{4E}{(1+\nu)(1-2\nu)}; k = 0 \right]; \quad (3.33)$$

$$P_3 = \left[Z = \frac{E(2\nu+1)\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}; k = \nu \right] \quad (3.34)$$

Cet ensemble permet de créer trois pseudo-matériaux de module d'Young respectif $\frac{20}{8} \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$, $\frac{4E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ et $\frac{E(2\nu+1)\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ et de coefficient de Poisson respectif $\frac{1}{4}$, 0 et ν . La somme de ces derniers est un pseudo-matériau qui permet de déterminer la dérivée du champ de déplacement suivant le paramètre matériau qu'est le coefficient de Poisson.

Nous avons vu comment exprimer les termes des dérivées de notre fonction coût par rapport aux paramètres dans le cas d'un comportement élastique linéaire. Nous allons désormais préciser quels algorithmes nous allons utiliser pour déterminer les paramètres optimaux.

Détermination des paramètres optimaux

On cherche à approcher un ensemble de m points mesurés (U_{mesu}), d'un ensemble de m points calculés (U_{calc}) dépendants d'un ensemble de paramètres (ici E et ν). Dans un premier temps, on définit le résidu entre ces deux listes par :

$$r_j(E, \nu) = U_{mesu,j} - U_{calc,j}(E, \nu) \quad \text{avec} \quad j \in [1, m] \quad (3.35)$$

Afin de déterminer nos paramètres optimaux, la méthode de minimisation par les moindres carrées sera utilisée. Elle consiste à réduire la somme suivante :

$$\mathfrak{F}(E, \nu) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m [r_j(E, \nu)^2] \quad (3.36)$$

Afin d'établir cette minimisation, il est nécessaire de disposer des dérivées partielles en fonction de l'ensemble des paramètres (ici E et ν) ; la manière choisie pour les exprimer en fonctions des pseudo-matériaux a été vue précédemment.

Nous considérons le jacobien qui s'écrit de la manière suivante :

$$J(E, \nu) = \begin{bmatrix} \frac{\partial r_1}{\partial E} & \cdots & \frac{\partial r_m}{\partial E} \\ \frac{\partial r_1}{\partial \nu} & \cdots & \frac{\partial r_m}{\partial \nu} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Dans ce cas le gradient de $\mathfrak{F}$ s'écrit :

$$\nabla \mathfrak{F}((E, \nu)) = {}^t J(E, \nu) r(E, \nu) \quad (3.38)$$

et le hessien de $\mathfrak{F}$ s'écrit :

$$\nabla^2 \mathfrak{F}((E, \nu)) = [{}^t J(E, \nu) J(E, \nu)] + \sum_{j=1}^m [r_j(E, \nu) \nabla^2 r_j(E, \nu)] \quad (3.39)$$

Nous allons initier nos calculs avec des jeux de paramètres proches des valeurs à obtenir. Dans ce cas les résidus ($r_j(E, \nu)$), et par suite leurs carrés, seront petits. On pourra donc écrire le hessien de manière simplifiée ainsi :

$$\nabla^2 \mathfrak{F}((E, \nu)) \approx {}^t J(E, \nu) J(E, \nu) \quad (3.40)$$

Problème linéaire Dans le cas où le problème est linéaire (i.e. dépend linéairement des paramètres), alors le jacobien est constant et la valeur des paramètres optimaux est obtenue directement de la manière suivante :

$$(E, \mathbf{v})_{min} = [{}^t J J]^{-1} {}^t J r \quad (3.41)$$

Au sein de Cast3M, l'opérateur **MOCA** permet de réaliser ce calcul.

Il convient de noter que dans le cas présent (recherche de E et $\mathbf{v}$), le problème peut être linéaire par rapport au module d'Young. En effet si on s'intéresse à une formulation en effort (minimisation de la différence des efforts ($r = K U_{mesu} - F_{mesu}$)), les equations (3.17) et (3.26) nous permettent d'écrire :

$$K = K_P E \quad (3.42)$$

avec K_P une matrice indépendante de E .

Si on détaille le jacobien dans ce cas, nous obtenons :

$$J(E) = \frac{\partial r}{\partial E} = K_P U_{mesu} = Cte \quad (3.43)$$

A l'inverse si on s'intéresse à une formulation en déplacements (minimisation de la différence des déplacements ($r = K^{-1} F_{mesu} - U_{mesu}$)), le jacobien devient :

$$J(E) = \frac{\partial r}{\partial E} = \frac{-1}{E^2} K^{-1} F_{mesu} \quad (3.44)$$

et le problème à résoudre n'est plus linéaire.

Problème non-linéaire Dans le cas d'un problème non linéaire, la solution ne peut être trouvée directement, c'est pour cela que la solution est recherchée par approximations successives. L'utilisation d'un schéma itératif requiert d'une part la mise à jour des paramètres à chacun des pas, et d'autre part de définir une condition d'arrêt du schéma.

Mise à jour des paramètres

Descente le long du gradient La descente le long du gradient est la manière la plus intuitive de déterminer le pas suivant au sein d'une itération. Il s'agit juste de prendre en compte le gradient.

$$(E, \mathbf{v})_{i+1} = (E, \mathbf{v})_i - \lambda {}^t J(E, \mathbf{v}) r(E, \mathbf{v}) \quad (3.45)$$

Ainsi il est obtenu un nouveau jeu de paramètres qui est testé, jusqu'à ce que l'on satisfasse un critère de convergence.

Algorithme de Gauss-Newton Cet algorithme permet une d'établir une minimisation par les moindres-carrés dans le cas de paramètres non linéaire. Celle-ci se fait par itération. A chaque pas le nouveau jeu de paramètres est établi de la manière suivante :

$$(E, \mathbf{v})_{i+1} = (E, \mathbf{v})_i + [{}^t J(E, \mathbf{v}) J(E, \mathbf{v})]^{-1} {}^t J(E, \mathbf{v}) r(E, \mathbf{v}) \quad (3.46)$$

Au sein de Cast3M l'opérateur **MOCA** permet également de réaliser ce calcul. En effet le calcul réalisé pour trouver le minimum dans le cadre de paramètres linéaires est le même que celui effectué à chaque itération dans le cadre du schéma de Newton-Gauss.

Algorithme de Levenberg-Marquardt Cette méthode est une association de la descente le long du gradient qui prend uniquement en compte la dérivée à l'ordre 1, et de l'algorithme de Newton Gauss. En notant H le hessien simplifié décrit à l'équation (3.40), les deux équations (3.45) et (3.46) permettent d'obtenir l'écriture suivante :

$$(E, \mathbf{v})_{i+1} = (E, \mathbf{v})_i + (H + \lambda I)^{-1} J(E, \mathbf{v}) r(E, \mathbf{v}) \quad (3.47)$$

avec I la matrice identité.

Cette méthode a pour but de réduire l'erreur commise sur le hessien (approximation réalisée à l'équation 3.40). Ainsi, plus nous sommes loin de la solution plus nous privilégions la descente le long du gradient (λ élevé), au contraire plus nous sommes près de la solution plus nous privilégions l'algorithme de Newton-Gauss (λ faible). Afin d'améliorer cette algorithme, Marquardt a remplacé la matrice identité par la matrice diagonale du hessien, ceci permet de toujours profiter de l'apport du hessien, même dans le cadre d'un λ élevé.

$$(E, \mathbf{v})_{i+1} = (E, \mathbf{v})_i + (H + \lambda \text{diag}[H])^{-1} J(E, \mathbf{v}) r(E, \mathbf{v}) \quad (3.48)$$

Critère d'arrêt On considère que l'on arrive à un ensemble de paramètres acceptables lorsqu'entre deux itérations la fonction coût s'approche suffisamment de zéro, ou lorsque l'évolution de la fonction coût est très faible.

On fixe le critère sur la fonction coût à l'aide de la relation suivante :

$$\mathfrak{F}_i(E, \mathbf{v}) < \text{Crit}_1 \quad (3.49)$$

On fixe le critère sur l'évolution de la fonction coût la manière suivante :

$$\frac{\mathfrak{F}_i(E, \mathbf{v}) - \mathfrak{F}_{i+1}(E, \mathbf{v})}{\mathfrak{F}_i(E, \mathbf{v})} < \text{Crit}_2 \quad (3.50)$$

On considère que la convergence est acquise lorsque l'un des deux critères est atteint.

Algorithme sous Cast3M

Comme nous mesurons les champs de déplacement à l'aide de la caméra, c'est ces derniers qui seront utilisés pour le recalage avec la méthode des éléments-finis. Comme dit antérieurement, ce recalage est réalisé en grande partie au sein du logiciel Cast3M. Le programme en gibiane suit l'architecture suivante :

- dans un premier temps est défini l'ensemble des données du problème telles que la géométrie, le maillage de notre structure, l'hypothèse de calcul 2D utilisée (contraintes planes ou déformation planes) ainsi que le chargement appliqué et les conditions limites ;
- dans un second temps nous effectuons le recalage par éléments-finis à proprement dit.

Le schéma présenté en figure (3.7) nous montre le déroulement de ce procédé. Pour cela il est défini trois procédures (assimilables à des fonctions de $\mathcal{R}^2 \rightarrow \mathcal{R}^{2n}$, ou n est le nombre de point) qui calculent U et ses dérivées en fonction de E et v . Si le jeu de paramètres (E, v) ne convient pas, un nouveau de paramètre est déterminé à l'aide de l'algorithme de Gauss-Newton jusqu'à la détermination du jeu de paramètres optimal.

Ce processus itératif possède deux critères d'arrêt, un porte sur la valeur de la fonction coût normalisée (cf. equation (3.51)), tandis que l'autre sur l'évolution du coût (c'est à dire sur la convergence, cf. equation (3.52)). Lorsque l'un de ses deux critères est atteint on sort de la minimisation et on renvoi le jeu de paramètres déterminé.

$$Fonc_{cout} = \frac{\sum_{j=1}^n [(DEPMESU(j) - DEPCALC(j))^2]}{\sum_{j=1}^n [(DEPMESU(j))^2]} \quad (3.51)$$

et comme critère de convergence

$$Crit_{conv} = \frac{ABS[Fonc_{cout}(i-1) - Fonc_{cout}(i)]}{Fonc_{cout}(i-1)} \quad (3.52)$$

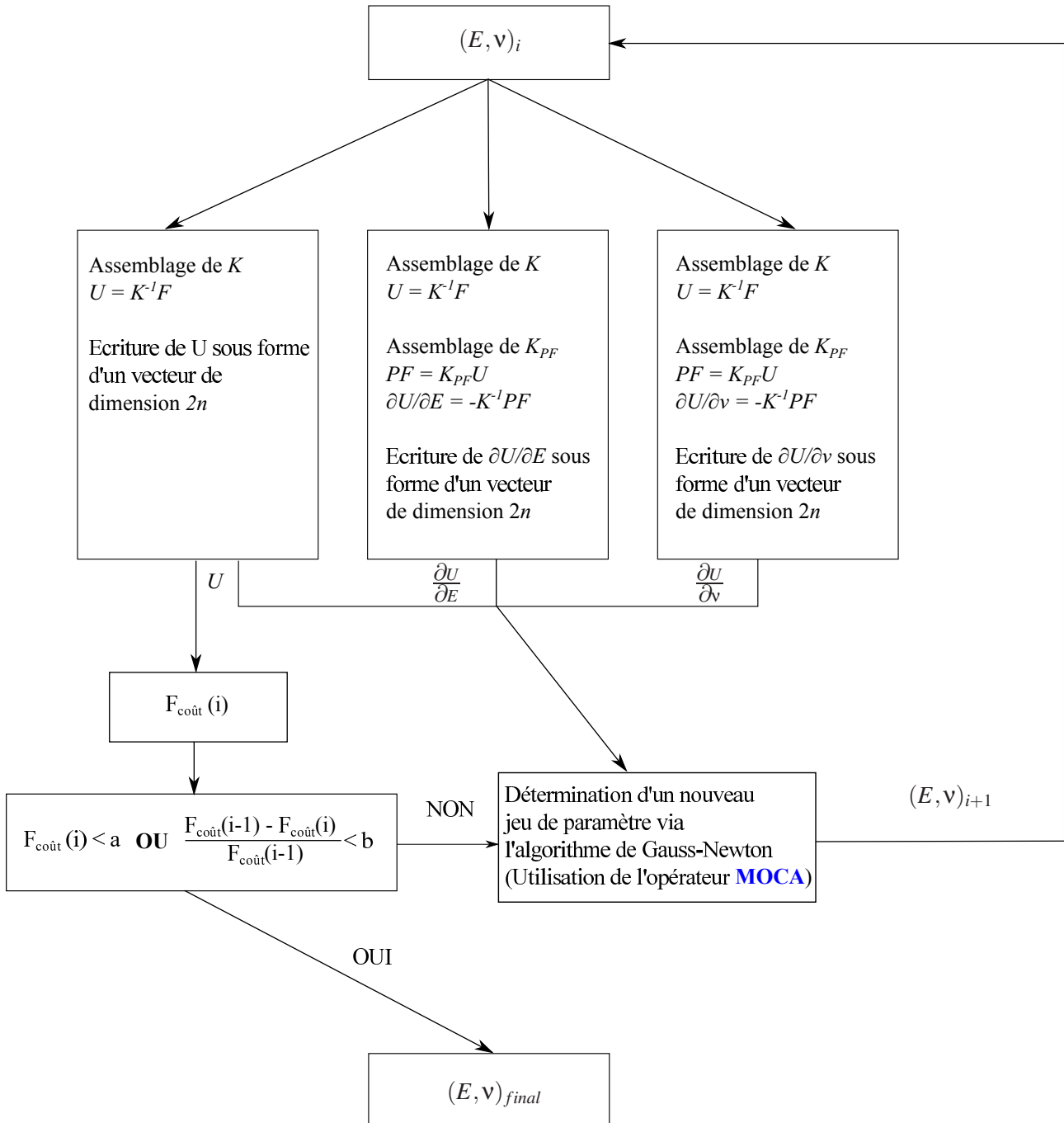


FIGURE 3.7 – Détermination du jeu de paramètres optimal, description de l'algorithme sous Cast3M

Qualification via un cas de flexion

Minimisation des déplacements Afin de vérifier le fonctionnement et la robustesse de cette méthode développée sous Cast3M, un banc d'essai numérique, concernant de la flexion trois points en effort imposé, a été établi.

Un premier calcul a été réalisé afin d'obtenir les champs de déplacement suivant les deux axes, pour un matériau caractérisé par $E = 69 \text{ GPa}$ et $\nu = 0,33$. Ici le problème est posé comme symétrique, la géométrie et l'effort appliqué sont représentés sur la figure (3.8).

Dans un premier temps il a été nécessaire de s'assurer que les paramètres de départ n'influaient pas sur les résultats. Le tableau (3.8) montre les résultats observés pour la minimisation en jouant sur le vecteur de départ. Aucun problème n'est remarqué à cette étape.

Dans l'ensemble des tableaux, il est précisé si le critère d'arrêt déclenché est celui concernant le coût décrit à l'équation (3.51), ou celui concernant la convergence décrit à l'équation (3.52).

Départ	1*10	2*20	4*40	8*80	32 * 320
50 GPa ; 0,2	6 iter conv	4 iter coût	4 iter coût	4 iter coût	4 iter coût
	$E = 68,99 \text{ GPa}$	$E = 68,99 \text{ GPa}$	$E = 69,00 \text{ GPa}$	$E = 69,00 \text{ GPa}$	$E = 69,00 \text{ GPa}$
	$\nu = 0,33$	$\nu = 0,33$	$\nu = 0,33$	$\nu = 0,33$	$\nu = 0,33$
50 GPa ; 0,4	6 iter conv	4 iter coût	4 iter coût	4 iter coût	4 iter coût
	$E = 68,99 \text{ GPa}$	$E = 68,99 \text{ GPa}$	$E = 69,00 \text{ GPa}$	$E = 69,00 \text{ GPa}$	$E = 69,00 \text{ GPa}$
	$\nu = 0,33$	$\nu = 0,33$	$\nu = 0,33$	$\nu = 0,33$	$\nu = 0,33$
80 GPa ; 0,2	6 iter conv	4 iter coût	3 iter coût	4 iter coût	4 iter coût
	$E = 68,99 \text{ GPa}$	$E = 69,00 \text{ GPa}$	$E = 68,97 \text{ GPa}$	$E = 69,00 \text{ GPa}$	$E = 69,00 \text{ GPa}$
	$\nu = 0,33$	$\nu = 0,33$	$\nu = 0,33$	$\nu = 0,33$	$\nu = 0,33$
80 GPa ; 0,4	5 iter conv	4 iter coût	3 iter coût	4 iter coût	4 iter coût
	$E = 68,99 \text{ GPa}$	$E = 69,00 \text{ GPa}$	$E = 68,97 \text{ GPa}$	$E = 69,00 \text{ GPa}$	$E = 69,00 \text{ GPa}$
	$\nu = 0,33$	$\nu = 0,33$	$\nu = 0,33$	$\nu = 0,33$	$\nu = 0,33$

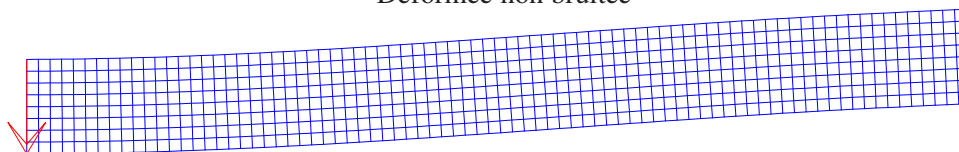
TABLE 3.8 – Convergence d'une recherche paramétrique à l'aide du programme Cast3M

Dans un second temps, la sensibilité au bruit de ce procédé a été étudiée. Pour cette qualification, le bruit créé correspond à un bruit blanc utilisant une répartition gaussienne. L'écart type de cette répartition a été pris entre 0,1% et 10 % de la valeur moyenne du déplacement sur l'ensemble des points et suivants les deux directions. Le tableau (3.9) montre les résultats observés pour la minimisation. Dans chacun des cas le vecteur de départ est : 50 GPa et 0,2. On remarque que même un bruit minime perturbe la détermination du coefficient de Poisson (ν), tandis que la détermination du module d'Young est toujours de bonne qualité même pour un bruit fixé à 10%, lorsque le maillage est suffisamment important. Ce résultat n'est pas en soit surprenant, les identifications à partir de mesure de champs font le plus souvent appel à des essais assurant une forte hétérogénéité des champs permettant d'accroître la sensibilité des paramètres du modèle à l'essai réalisé. Un essai de flexion sur une poutre longue n'est assurément pas un bon choix pour identifier un coefficient de Poisson [AVRIL et al., 2008].

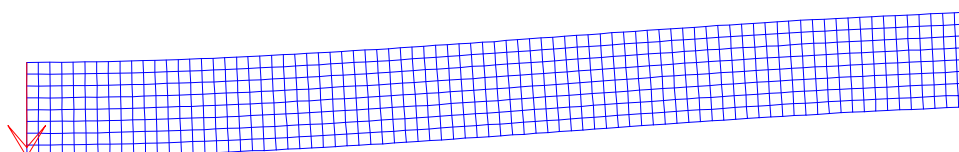
Bruit	1*10	2*20	4*40	8*80	32 * 320
0%	6 iter conv $E = 68,99 \text{ GPa}$ $\nu = 0,33$	4 iter coût $E = 68,99 \text{ GPa}$ $\nu = 0,33$	4 iter coût $E = 69,00 \text{ GPa}$ $\nu = 0,33$	4 iter coût $E = 69,00 \text{ GPa}$ $\nu = 0,33$	4 iter coût $E = 69,00 \text{ GPa}$ $\nu = 0,33$
0.1%	6 iter conv $E = 69,02 \text{ GPa}$ $\nu = 0,33$	6 iter conv $E = 68,99 \text{ GPa}$ $\nu = 0,33$	6 iter conv $E = 68,98 \text{ GPa}$ $\nu = 0,34$	6 iter conv $E = 69,01 \text{ GPa}$ $\nu = 0,33$	6 iter conv $E = 69,00 \text{ GPa}$ $\nu = 0,33$
0.5%	6 iter conv $E = 69,14 \text{ GPa}$ $\nu = 0,32$	7 iter conv $E = 68,99 \text{ GPa}$ $\nu = 0,34$	6 iter conv $E = 68,85 \text{ GPa}$ $\nu = 0,38$	6 iter conv $E = 69,04 \text{ GPa}$ $\nu = 0,30$	6 iter conv $E = 69,00 \text{ GPa}$ $\nu = 0,33$
1%	7 iter conv $E = 69,26 \text{ GPa}$ $\nu = 0,31$	12 iter conv $E = 69,00 \text{ GPa}$ $\nu = 0,34$	6 iter conv $E = 68,65 \text{ GPa}$ $\nu = 0,44$	6 iter conv $E = 69,07 \text{ GPa}$ $\nu = 0,27$	6 iter conv $E = 69,00 \text{ GPa}$ $\nu = 0,32$
5%	pas de conv $E = \emptyset \text{ GPa}$ $\nu = \emptyset$	8 iter conv $E = -1,82.10^{28}$ $\nu = -8,69^{14}$	5 iter conv $E = 66,887 \text{ GPa}$ $\nu = 0,07$	6 iter conv $E = 69,06 \text{ GPa}$ $\nu = -0,14$	6 iter conv $E = 69,02 \text{ GPa}$ $\nu = 0,28$
10%	8 iter conv $E = -4,54.10^{27}$ $\nu = -1,52^{14}$	15 iter conv $E = 1,28.10^{11}$ $\nu = 1,28^{11}$	13 iter conv $E = 1,12.10^{11}$ $\nu = 1,07$	7 iter conv $E = 68,01 \text{ GPa}$ $\nu = -0,54$	5 iter conv $E = 69,03 \text{ GPa}$ $\nu = 0,23$

TABLE 3.9 – Convergence d’une recherche paramétrique à l’aide du programme Cast3M

Déformée non bruitée



Déformée bruitée à hauteur de 1%



Déformée bruitée à hauteur de 10%

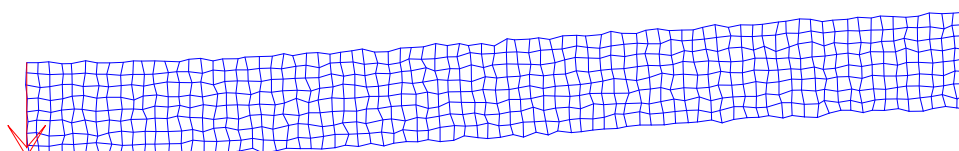


FIGURE 3.8 – Déformées des poutres ayant servies au banc d’essai numérique

Exploitation de données expérimentales

Cas de flexion trois points (béton et mortier) Dans le cadre des essais de flexion statique, la caméra rapide SA5 nous permet de filmer une grande partie de l'éprouvette. La figure (3.9) nous montre la partie de notre éprouvette pour laquelle la mesure de champs est disponible.

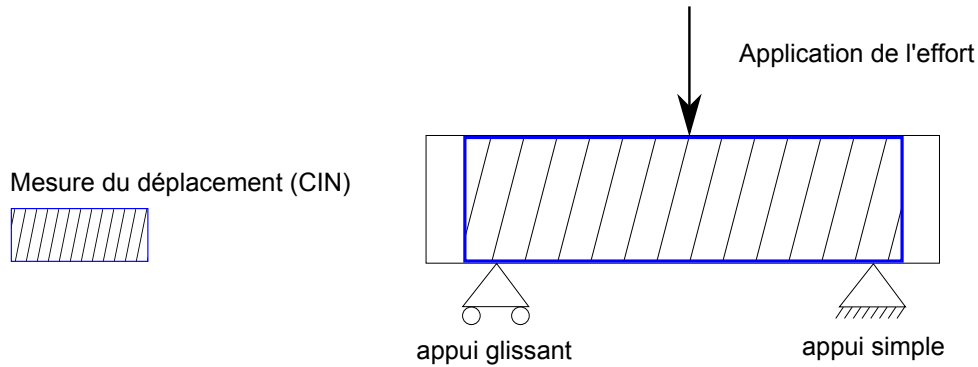


FIGURE 3.9 – Schéma représentant la modélisation effectuée avec en parallèle l'expérience

Dans sa configuration standard, l'essai de flexion trois points est mal posé puisque l'éprouvette repose sur deux appuis glissant. Pour y remédier l'appui de droite a été rendu immobile par collage. Les différentes mesures de champs confirment que pour notre dispositif l'appui droit se comporte comme un appui simple tandis que le rouleau gauche demeure un appui glissant.

Pour pouvoir appliquer la méthode FEMU à nos essais de flexion trois points, nous allons considérer de tels appuis dans notre modélisation éléments-finis. Mais avant de pouvoir intégrer les champs de déplacement dans la boucle de minimisation, il faut s'affranchir de la présence éventuelle de déplacements de solide rigide, l'approche FEMU étant très sensible aux mouvements de corps rigides [CARO-BRETELLE et al., 2011]. Pour cela on décompose ce dernier comme étant égal à une translation (celle du déplacement du point à proximité de notre appui simple) ainsi que d'une rotation centrée en ce même point.

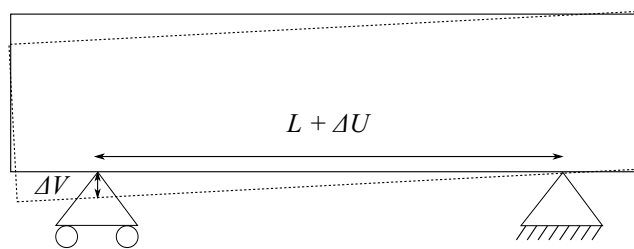


FIGURE 3.10 – Schéma représentant la rotation centrée sur l'appui droit

L'angle de cette rotation, visible sur la figure (3.10) est déterminé comme ceci :

$$\alpha = \arctan \frac{\Delta V}{L + \Delta U} \quad (3.53)$$

où L est la portée, ΔV la différence de déplacement vertical et ΔU la différence de déplacement horizontal.

Une fois déterminé, on corrige le déplacement lié à cette rotation :

$$depl_{u,corrig} = depl_u - l(1 - \cos(\alpha)) + h.\sin(\alpha) \quad (3.54)$$

$$depl_{v,corrig} = depl_v + l(1 - \cos(\alpha)) - h.\sin(\alpha) \quad (3.55)$$

où l et h représente respectivement la position vertical et horizontal par rapport à l'appui simple (P_{as}).

Enfin on supprime le déplacement lié à la translation à l'ensemble des points.

$$depl_{u,final} = depl_{u,corrig} - depl_u(P_{as}) \quad (3.56)$$

$$depl_{v,final} = depl_{v,corrig} - depl_v(P_{as}) \quad (3.57)$$

Afin d'illustrer notre propos sur un cas concret, les résultats issus d'un essai sont détaillés, il s'agit de l'essai sur béton dont les courbes efforts déformation ont déjà été présentées antérieurement (cf. §3.1.1). Nous rappelons que le module d'Young déterminé via l'étude de la fréquence de résonance est de 43,46 GPa, tandis que l'analyse avec un modèle poutre donne 45,10 GPa, ce résultat diffère de 3,64 %. Au vu de l'analyse de la réponse des modèles 1D et 2D, trouver un module plus élevé de cet ordre est prévisible. La détermination du module d'Young à l'aide de FEMU devrait être plus proche de celui déterminé à l'aide de la fréquence de résonance. La figure (3.11) montre les champs de déplacement lorsque l'éprouvette est soumise à 2590 N. La figure (3.12) montre l'allure des champs de déplacement attendus dans le cadre d'un essai élastique pour des éprouvettes de nos dimensions. Ces champs de déplacement sont caractérisés par une anti-symétrie suivant les deux axes médians pour le déplacement horizontal et une symétrie suivant le déplacement vertical.

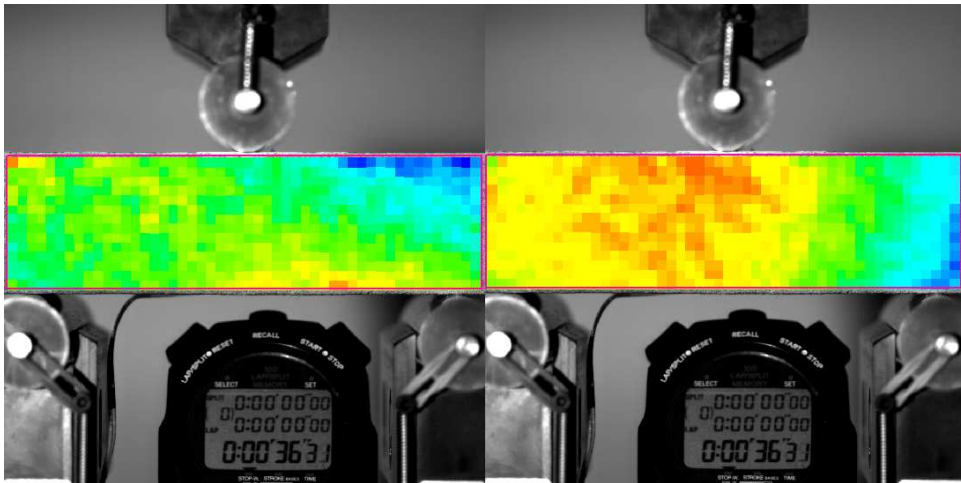


FIGURE 3.11 – Champs de déplacement mesurés

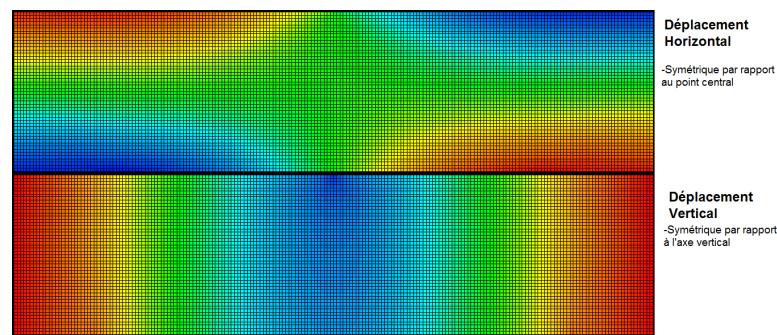


FIGURE 3.12 – Champs de déplacement issus d’un calcul éléments-finis

Image 1	0 N	0 N	0 N	0 N	0 N	0 N
Image 2	1000 N	1500 N	2000 N	2590 N	3000 N	3110 N
E [GPa] (cas 1)	44,05	41,92	42,92	41,45	40,79	39,80
Écart	1,36%	-3,54%	-1,24%	-4,62%	-6,14%	-8,42%

TABLE 3.10 – Résultats de la méthode FEMU

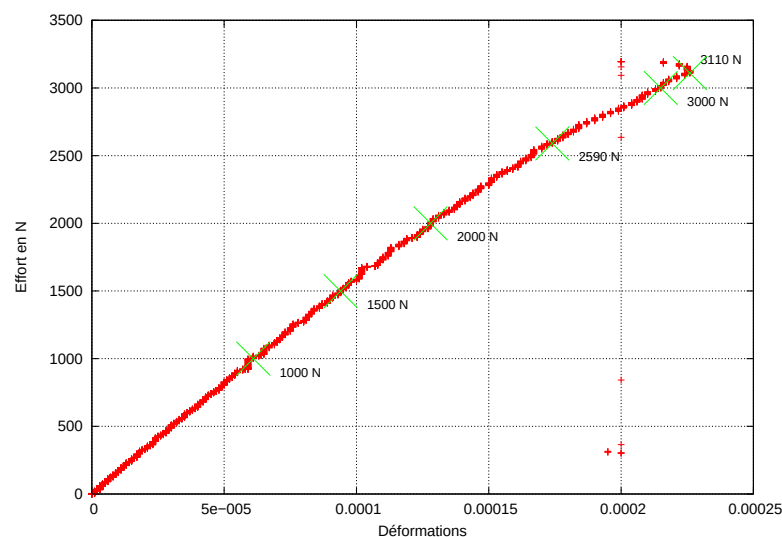


FIGURE 3.13 – Courbe effort déformation

Au vu des résultats du banc d’essai numérique, dans l’ensemble des identifications FEMU seule la recherche de E a été menée, le coefficient de Poisson étant fixé à 0,2 (valeur usuelle pour du béton). La figure 3.13 montre l’évolution effort-déformation ainsi que les points correspondants aux champs de déplacement utilisés pour l’identification par FEMU. On remarque que les trois premiers sont bien dans la phase linéaire de l’essai alors que les trois derniers se situent dans une partie où l’hypothèse élastique semble mise en défaut (le seuil de non linéarité à $5 \mu\text{def}$ est à 2060 N). Nous constatons effectivement une légère diminution du module d’Young lorsque l’on fait le recalage à partir de champs issus de la fin de l’essai qui s’explique par le fait que nous ne sommes plus dans la partie à strictement parler linéaire de l’essai. Dans cette partie le module d’Young apparent est alors plus faible. Enfin, on observe que le module d’Young déterminé à l’aide de FEMU est plus proche de celui déterminé par fréquence de résonance que de celui déterminé par le modèle poutre. Ceci nous semble cohérent car le modèle poutre n’est pas parfaitement adapté à notre situation, où nous travaillons avec des échantillons normalisés de relativement faible élancement.

3.1.3 Modèles d'endommagement

Nous venons de voir que le comportement de nos éprouvettes n'est pas élastique-linéaire sur l'ensemble de l'essai. Ce résultat a été confirmé par l'utilisation du recalage par éléments-finis qui met en évidence une diminution du module d'Young sur la fin de l'essai. Ceci peut être la marque d'un endommagement progressif des éprouvettes. Les modèles d'endommagement évoqués lors du premier chapitre permettent de déterminer un état de contrainte associé à ce type de comportement non-linéaire.

L'approche classique pour étudier numériquement la réponse d'une structure est de conjuguer une formulation géométrique (1D, 2D ou 3D) à un modèle de comportement. Nous avons vu précédemment qu'il était possible de se limiter à une représentation bidimensionnelle. Nous cherchons à obtenir une approche facile à appliquer mais suffisamment riche pour permettre de rendre compte des faits saillants mis en évidence lors de nos essais. Dans le cadre d'une modélisation 2D, nous nous sommes tournés vers une modélisation semi-globale du type poutre multi-couches ou multi-fibres dans le plan Oxy [OWEN and HINTON, 1986]. Ce type de modélisation est par exemple utilisée avec succès dans le domaine sismique pour la simulation dynamique jusqu'à la ruine de voiles en béton armé avec une rupture par flexion ou par cisaillement [MAZARS et al., 2002]. Les hypothèses cinématiques retenues restent celle d'une poutre d'Euler-Bernoulli : les sections droites restent droites et perpendiculaires à la ligne moyenne. Chaque fibre a un comportement uniaxial du type élastique endommageable en traction ($\sigma = (1 - D)E\epsilon$) et les contraintes généralisées sont obtenues par intégration sur la section (ici la hauteur). Il est posé l'hypothèse d'une déformation variant linéairement le long de la hauteur (cf figure (3.14)) avec une possibilité de modification de la position de la fibre neutre consécutive à la progression de l'endommagement. Ainsi, à l'aide de la déformation mesurée expérimentalement et de la relation de comportement, nous sommes en mesure de déterminer l'état d'endommagement de toutes les fibres et donc l'état de contrainte dans la poutre.

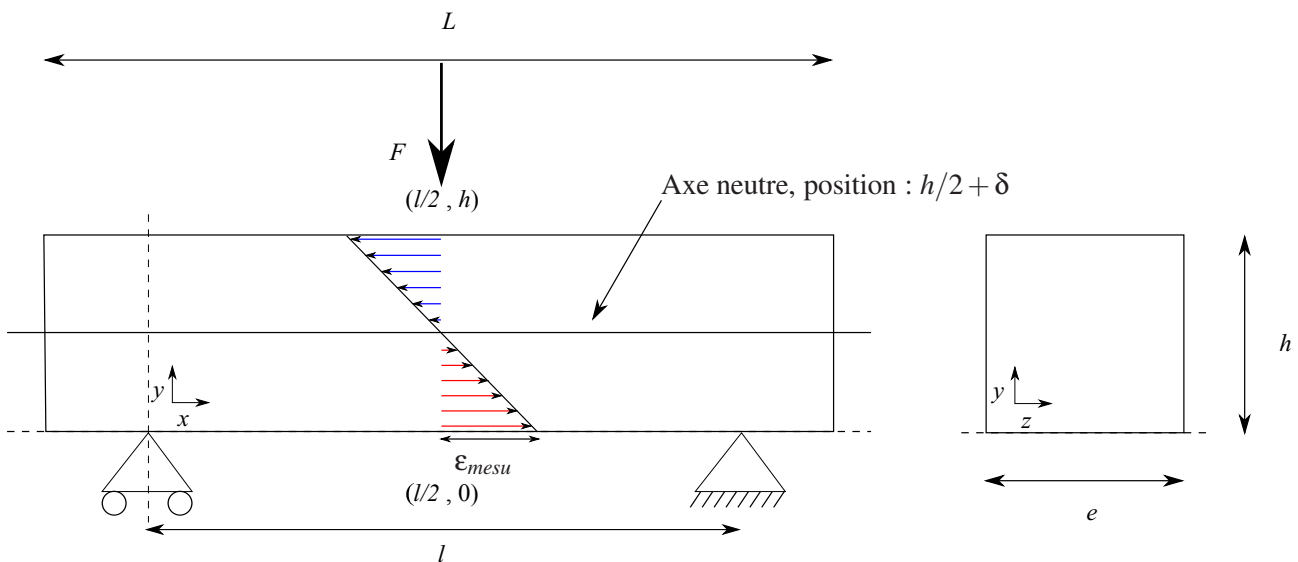


FIGURE 3.14 – Schématisation de notre poutre, avec les grandeurs utilisées

Une fois l'état de contrainte déterminé sur l'ensemble de la poutre nous pouvons d'une part vérifier la position de l'axe neutre ($\int_0^h \sigma(y,t) dy = 0$, qui se déduit du fait que l'effort normal est nul), et d'autre part déterminer le moment fléchissant de notre poutre. Au début de l'essai le comportement est purement élastique, dans cet état, la fibre neutre (i.e. : celle où la contrainte est nulle) se situe au milieu de notre poutre. Au fur et à mesure que les fibres inférieures se détériorent, la fibre neutre se 'déplace' vers les fibres supérieures. Nous noterons ici $\delta(t)$ l'évolution de son excentrement ($\delta(0) = 0$).

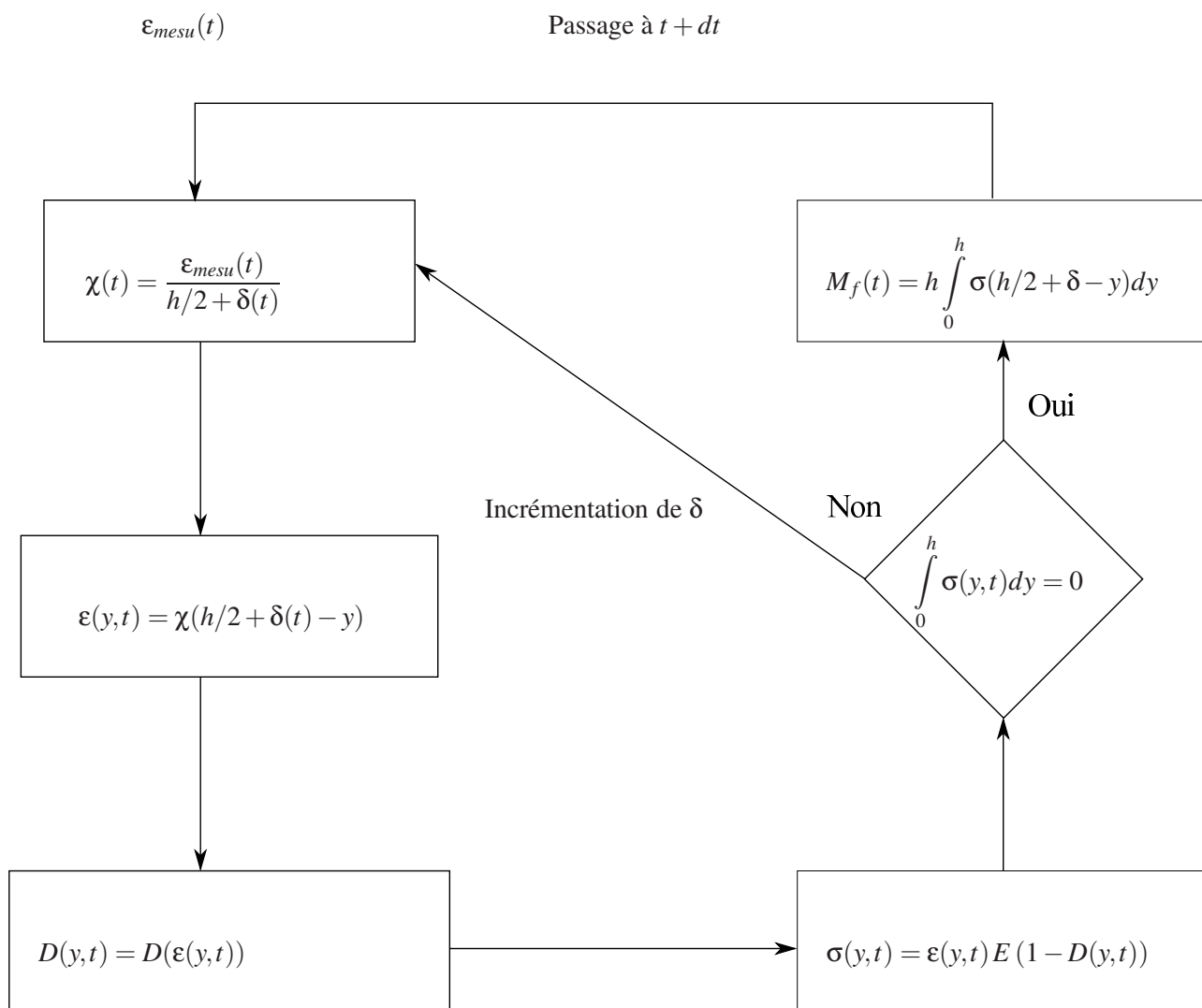


FIGURE 3.15 – Principe de la détermination de l'état de contrainte au sein de la poutre

A l'aide de la mesure de la déformation maximale ($\epsilon_{mesu} = \epsilon_{max}$) sur la fibre la plus tendue, on détermine à chaque instant :

- la courbure de la poutre : $\chi = \frac{\epsilon_{mesu}}{h/2 + \delta(t)}$
- la déformation en chaque fibre : $\epsilon(y, t) = \chi(h/2 - y)$;
- l'endommagement : $D(y, t) = D(\epsilon(y, t))$;
- la contrainte en chaque fibre : $\sigma(y, t) = \epsilon(y, t) E (1 - D(y, t))$.

On vérifie que $\int_0^h \sigma(y, t) dy = 0$ à chaque instant. Si ce n'est pas le cas, on augmente l'excentrement de la fibre neutre jusqu'à ce que cette condition soit satisfaite. Le moment fléchissant est défini par :

$$M_f = h \int_0^h \sigma(h/2 + \delta - y) dy \quad (3.58)$$

Il est à noter que le module d'Young utilisé est ici le module 'poutre', afin d'être cohérent avec la modélisation utilisée. Nous rappelons que ce dernier est environ 3% plus grand que le module réel. Il compense ainsi l'erreur en déformation commise par l'approche poutre.

Afin de pouvoir accéder à la contrainte il faut dans un premier temps identifier les paramètres de ces modèles. Pour cela on compare les courbes moments-déformations déterminées avec le modèle d'endommagement avec celle obtenues expérimentalement. Le moment est connu expérimentalement par la mesure de l'effort : $M_f = \frac{Fl}{4}$.

Deux modèles d'endommagement ont été mis en avant, celui de Gatuingt pour lequel l'endommagement est lié à la déformation par la relation suivante :

$$D = \frac{a^b (\epsilon - \kappa_0)^b}{1 + a^b (\epsilon - \kappa_0)} \quad (3.59)$$

et celui d'Allix-Deü défini pour lequel la relation s'écrit :

$$D = ab \arctan \left(\frac{\epsilon}{b} - \arctan \left(\frac{\kappa_0}{b} \right) \right) \quad (3.60)$$

Mortier

Seuls deux essais statiques sont disponibles pour ce matériau. Le tableau (3.1.3) récapitule les paramètres obtenus pour les deux lois dans le cadre du mortier. On remarque que dans les deux cas le seuil d'endommagement, κ_0 , est le même et pris à 5.10^{-5} . Les paramètres a respectifs étant fixé à leur valeur trouvée dans la littérature. De plus pour chacun des modèles un seul jeu de paramètres à été suffisant pour caler les essais. La figure (3.16) nous montre la très bonne adéquation entre les modèles d'endommagement et les résultats d'essai.

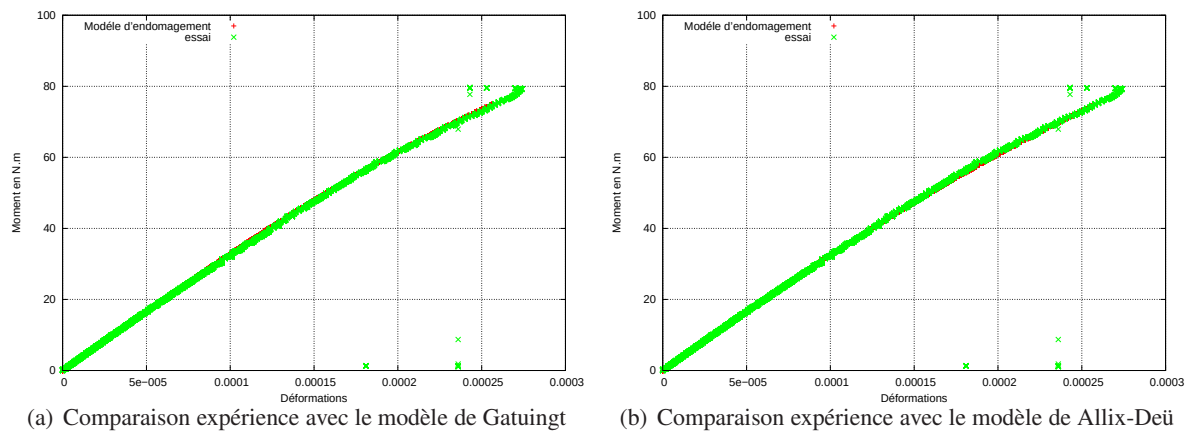


FIGURE 3.16 – Moment déformation dans le cadre du mortier

	κ_0	a	b
Gatingt	5.10^{-5}	2500	1,6
Allix-Deü	5.10^{-5}	1200	$2,93.10^{-3}$

TABLE 3.11 – Paramètres statiques des lois d'endommagement pour le mortier

La figure (3.17) regroupe les trois évolutions de contraintes disponibles pour l'essai 20140828-S-MO-1. le tableau (3.12) montre l'effet de la prise en compte de l'endommagement sur la contrainte à rupture. Par rapport à une évaluation élastique fragile, la baisse est de l'ordre de 25 % en moyenne. La contrainte avec prise en compte de l'endommagement est indépendante du modèle d'endommagement utilisé.

N°	F [N]	$\dot{\epsilon}$ [s^{-1}]	σ_{elas} [MPa]	σ_{RDM} [MPa]	σ_{rupt} σ_{endo} [MPa]	E_{freq} [GPa]
20140828-S-MO-1	2641	$2,60.10^{-6}$	4,67	7,42	5,95	27,92
20140904-S-MO-1	2965	$5,90.10^{-6}$	4,56	8,34	6,23	27,92
moyenne	2803	$4,25.10^{-6}$	4,62	7,88	6,09	/

TABLE 3.12 – Caractéristiques des essais et identification de la contrainte à rupture pour le mortier

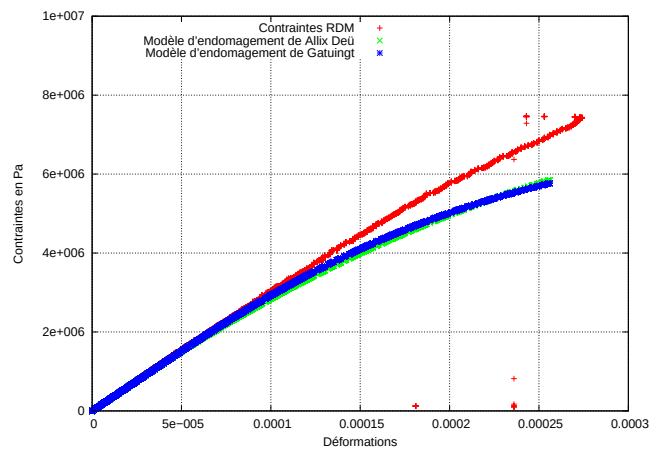
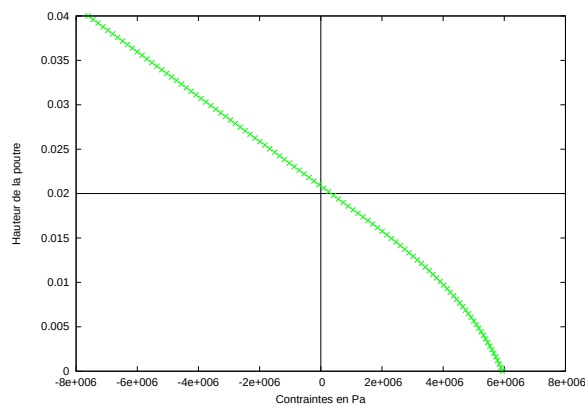
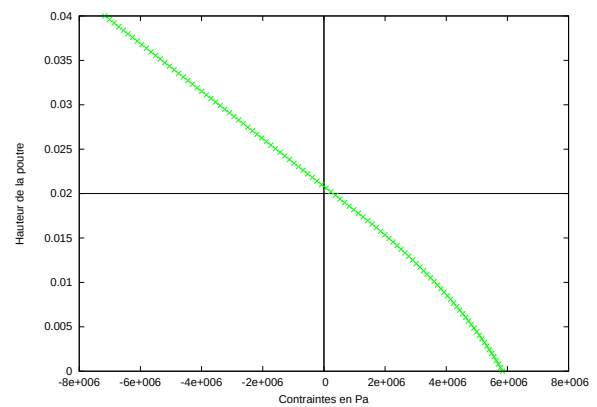


FIGURE 3.17 – Profil contraintes déformations pour le mortier

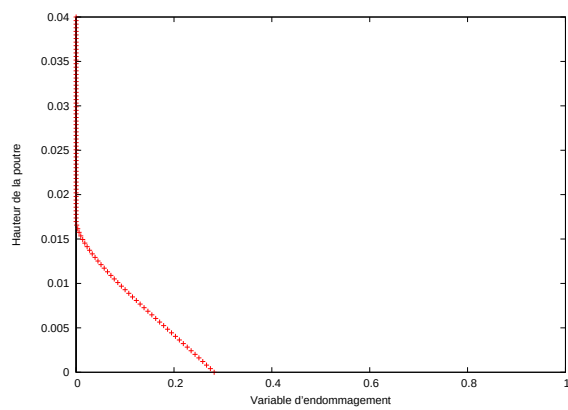
Les figures (3.18(a) et 3.18(b)) nous montrent pour chacun des modèles l'évolution de la contrainte le long de la hauteur, tandis que les figures (3.18(c) et 3.18(d)) montrent l'évolution de l'endommagement le long de cette même hauteur. Nous pouvons noter que l'endommagement maximal atteint est de l'ordre de 0,3.



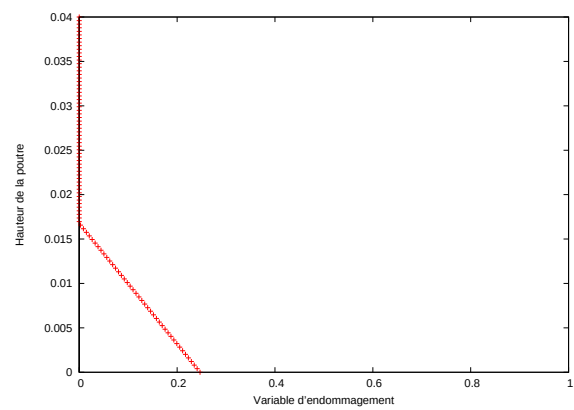
(a) Évolution des contraintes : modèle de Gatuingt



(b) Évolution des contraintes : modèle de Allix-Deü



(c) Évolution de l'endommagement : modèle de Gatuingt



(d) Évolution de l'endommagement : modèle de Allix-Deü

FIGURE 3.18 – Évolution de la contrainte et de l'endommagement le long de la hauteur : cas du mortier

Béton

Les paramètres ont été déterminés en fixant κ_0 à 1.10^{-4} dans les deux cas et en jouant sur les deux autres paramètres a et b des deux lois. Contrairement au cas du mortier, un seul jeu de paramètres n'a pas suffi pour caractériser l'ensemble des essais. Néanmoins il y a toujours un jeu de paramètres qui convient à plusieurs essais. Le tableau (3.13) reprend les paramètres utilisés dans la plus grande partie des essais, ces derniers seront retenus pour l'analyse dynamique. Les paramètres déterminés dans le cadre du béton sont très poches de ceux déterminés par Marion Chambart [CHAMBART, 2009] dans sa thèse. La figure (3.19) nous montre la très bonne adéquation entre les modèles d'endommagement et les résultats d'essai.

	κ_0	a	b
Gatuingt	$1,0.10^{-4}$	5500	1,6
Allix-Deü	$1,0.10^{-4}$	2600	$2,93.10^{-3}$

TABLE 3.13 – Paramètres statiques des lois d'endommagement déterminés pour le béton

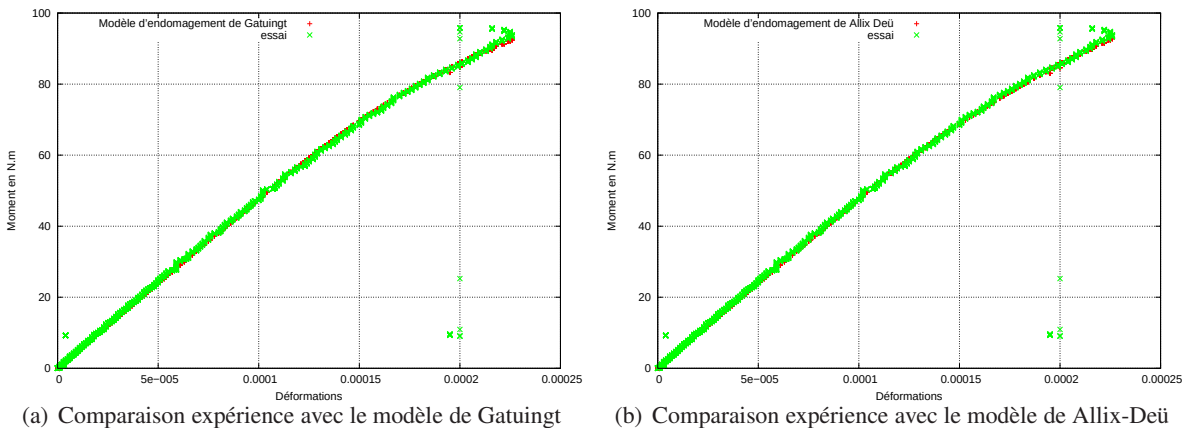


FIGURE 3.19 – Moment déformation dans le cadre du béton

La figure (3.20) regroupe les trois évolutions de contraintes disponibles pour l'essai 20140611-S-BE-1. le tableau (3.14) montre l'effet de la prise en compte de l'endommagement sut la contrainte à rupture. Par rapport à une évaluation élastique fragile, la baisse est de l'ordre de 25 % en moyenne.

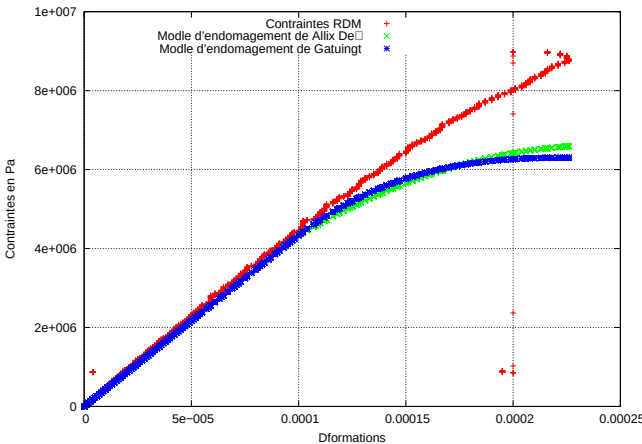


FIGURE 3.20 – Profil contraintes déformations pour le béton

N°	F [N]	$\dot{\epsilon}$ [s ⁻¹]	σ_{elas} [MPa]	σ_{rupt}		E_{freq} [GPa]
				σ_{RDM} [MPa]	σ_{endo} [MPa]	
20140424-S-BE-2	2804	$2.56 \cdot 10^{-6}$	5,65	7,88	5,67	43,25
20140519-S-BE-1	1966	$3.79 \cdot 10^{-7}$	5,53	5,53	/	43,06
20140611-S-BE-1	3195	$5.59 \cdot 10^{-6}$	5,80	8,99	6,31	43,46
20150624-S-BE-1	3051	$5.30 \cdot 10^{-6}$	4,76	8,58	6,10	/
20150624-S-BE-2	2735	$4.15 \cdot 10^{-6}$	6,51	7,69	5,94	/
20150929-S-BE-5	2620	$3.13 \cdot 10^{-6}$	6,73	7,37	6,40	/
moyenne	2750	$3.60 \cdot 10^{-6}$	5,83	7,73	6,08	/

TABLE 3.14 – Caractéristiques des essais et identification de la contrainte à rupture pour le béton

Tout comme pour le mortier, les figures (3.21(b) et 3.21(a)) montrent l'évolution de la contrainte le long de la hauteur, et les figures (3.21(d) et 3.21(c)) l'évolution de l'endommagement le long de cette même hauteur. Tout comme pour le mortier l'endommagement à l'instant de la rupture se situe dans les alentours de 0,3 pour la fibre la plus tendue.

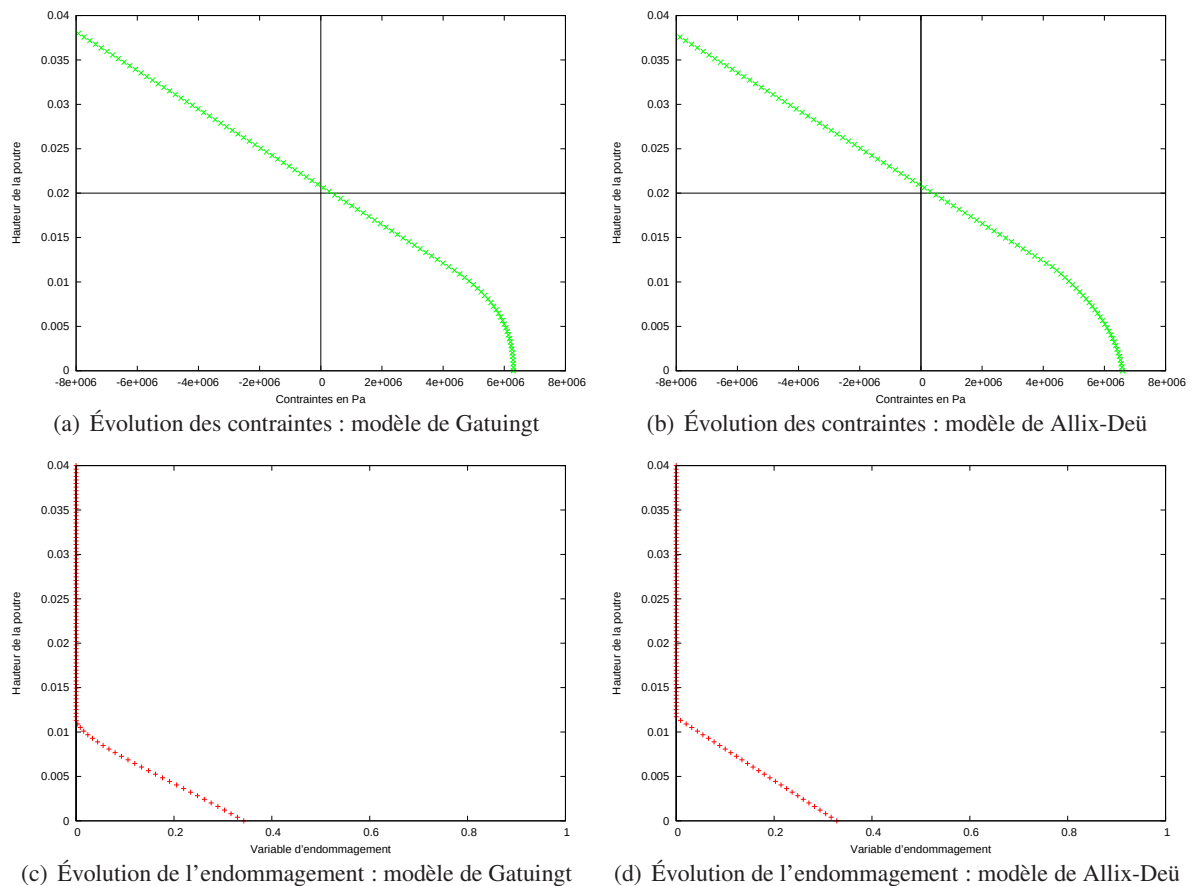


FIGURE 3.21 – Évolution de la contrainte et de l'endommagement le long de la hauteur : cas du béton

Nous remarquons que l'approche élastique-fragile est plus pertinente dans le cadre du béton que du mortier, en effet ce dernier à une limite élastique plus grande que le mortier. Néanmoins la prise en compte de l'endommagement demeure nécessaire. En effet on remarque que pour le mortier ou pour le béton, l'approche élastique fragile renvoie une valeur entre 25 et 30 % plus grande que celle déterminée avec la prise en compte de l'endommagement. On constate également que la dispersion des résultats est également réduite.

Les paramètres déterminés en statique seront utilisés en dynamique pour suivre l'évolution des fonctions seuils.

3.2 Cas dynamique

Comme pour le cas statique, notre analyse commencera par une étude élastique de notre problème. En dynamique deux approches seront utilisées. Tout comme en statique, la première repose sur une modélisation du type poutre, tandis que la seconde est une modélisation éléments-finis.

3.2.1 Bilan des forces

Nous regarderons dans un premier temps le bilan des forces, ceci pour voir l'intérêt ou non de prendre en compte les forces de réactions sur les deux appuis situés en face arrière. Il a été montré [DELVARE et al., 2010] que pour des vitesses importantes, la réaction aux appuis n'apparaît qu'une fois l'éprouvette rompue.

Absence de rupture

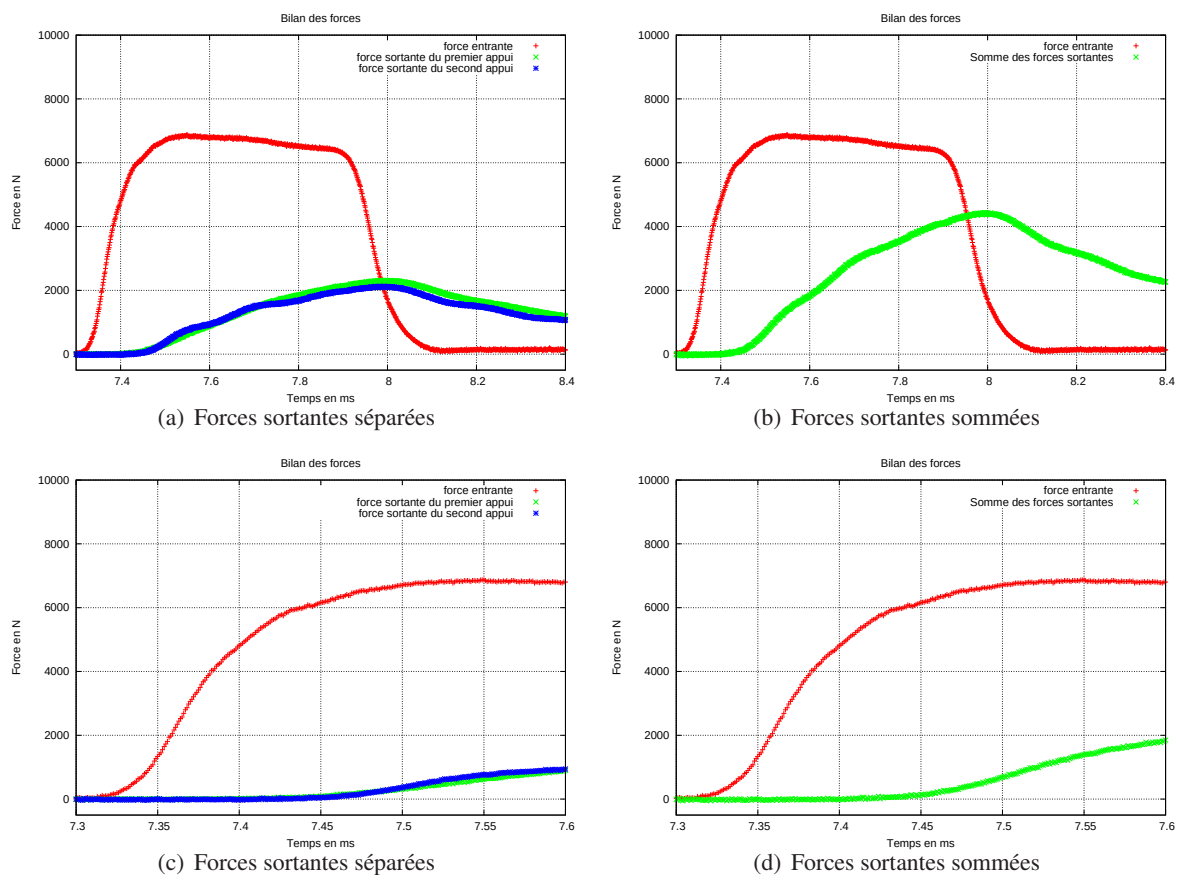
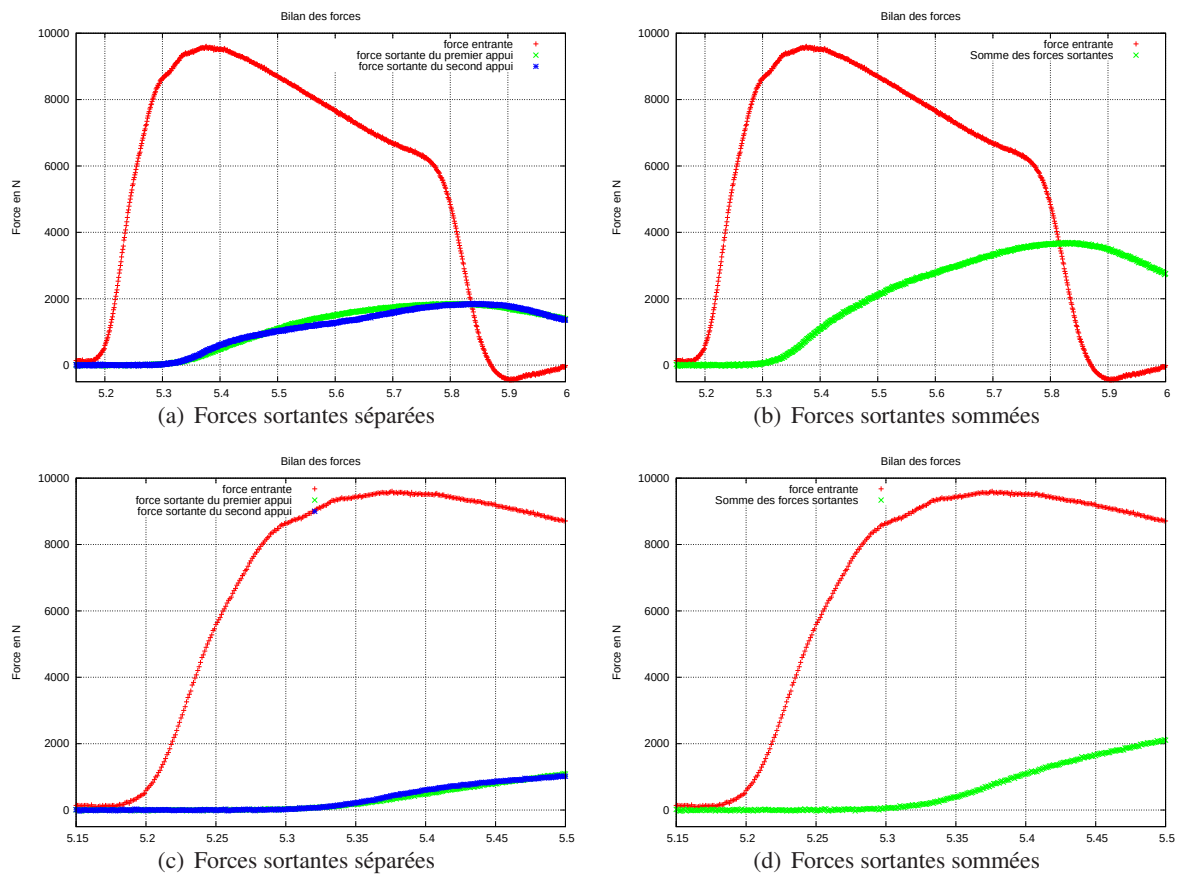


FIGURE 3.22 – Bilan des forces : réponse élastique ($\dot{\epsilon} = 3,39s^{-1}$)

Les figures (3.22(a) à 3.22(d)) nous montrent l'évolution du bilan temporel des forces dans le cadre d'un essai à faible vitesse n'ayant pas mené à la ruine de l'éprouvette. La première remarque que l'on peut faire est que l'équilibre des forces n'est jamais atteint, la somme des forces sortantes étant toujours inférieure à la force entrante. Nous nous situons donc bien dans le cadre d'un essai de structure hors équilibre. De plus on remarque que sur la première partie de l'essai la force sortante est inexistante. Cette observation n'est pas surprenante puisqu'il faut un temps suffisant pour que les ondes atteignent les appuis arrière, puis celle-ci reste faible devant la force entrante : à $t = 7,6$ ms elle représente 25% de la force entrante.

Éprouvette rompue

FIGURE 3.23 – Bilan des forces : rupture de l'échantillon ($\dot{\epsilon} = 5,89s^{-1}$)

Dans le cas d'une éprouvette rompue, le déséquilibre est encore plus grand entre la force entrante et les forces sortantes. De plus l'information ne semble également arriver aux appuis qu'uniquement après la rupture. Sur l'essai présenté à la figure (3.23), la jauge nous indique une rupture à $t = 5,3$ ms.

3.2.2 Superposition modale

La première approche retenue pour représenter la réponse dynamique de notre échantillon est la superposition modale. Il s'agit de considérer la réponse de notre poutre comme celle de l'ensemble de ses modes propres. La figure (3.24) représente la géométrie de notre poutre, ainsi que les endroits où sont appliqués les efforts.

Dans cette la suite de cette section L représente la demi longueur de la poutre et l_a la demi longueur d'appui (voir figure (3.24)).

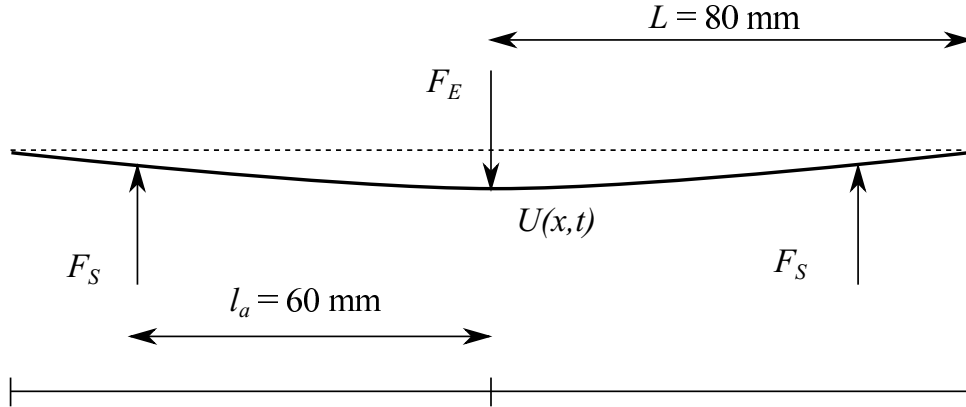


FIGURE 3.24 – Poutre et efforts appliqués

Lorsqu'on étudie le mouvement d'une poutre mise en vibration, on peut décrire ce dernier de la manière suivante :

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \frac{\rho S}{EI} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = F(t) \quad (3.61)$$

On décompose la solution de l'équation d'ondes sur la base des modes propres :

$$u(x, t) = \sum_n \phi_n(x) \times \psi_n(t) \quad (3.62)$$

De cette formulation découle les deux équations différentielles suivantes :

$$\frac{\partial^4 \phi_n}{\partial x^4} + K_n^4 \phi(x) = 0 \quad \text{avec} \quad K_n^4 = \omega_n^2 \frac{\rho S}{EI} \quad (3.63)$$

$$\ddot{\psi}_n(t) + \omega_n^2 \psi(t) = Q_n(t) \quad (3.64)$$

où $Q_n(t)$ est le chargement transposé sur la base modale.

Chacun des termes est alors défini de la façon suivante :

$$Q_n(t) = \frac{\phi_n(0) * Fe(t) + 2 * \phi_n(l_a) * Fs(t)}{\rho S \int_{-L/2}^{L/2} \phi_n^2(x) dx} \quad (3.65)$$

Les solutions ϕ_n de l'équation différentielle (3.63) sont de la forme (étant donnée la symétrie du chargement les termes impairs ne sont pas conservés) :

$$\phi_n(x) = a_n \cos(K_n x) + b_n \cosh(K_n x) \quad (3.66)$$

Puisque les deux extrémités de la poutre sont des bords libres, la nullité de l'effort tranchant et du moment fléchissant impose :

$$\frac{\partial^2 \phi_n(L)}{\partial^2 x} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial^3 \phi_n(L)}{\partial^3 x} = 0 \quad (3.67)$$

On obtient donc le système :

$$0 = -a_n \cos(K_n L) + b_n \cosh(K_n L) \quad (3.68)$$

$$0 = a_n \sin(K_n L) + b_n \sinh(K_n L) \quad (3.69)$$

Ce système admet des solutions non nulles, lorsque son déterminant est nul, ce dernier est donné par l'équation aux pulsations suivante :

$$0 = \cosh(K_n L) \sin(K_n L) + \cos(K_n L) \sinh(K_n L) \quad (3.70)$$

Les 5 premiers modes sont détaillés dans le tableau (3.15). Des valeurs des pulsations propres sont indiquées pour le béton (en prenant $E = 43$ GPa, $\nu = 0,2$), et pour le mortier (en prenant $E = 28$ GPa, $\nu = 0,2$).

Mode	$K_n \cdot L$	a_n	b_n	ω_n (Béton)	ω_n (mortier)
0	0	1	0		
1	2,3650	1	-0,1329	43351,88	36848,61
2	5,4978	1	0,005792	234273,70	199129,97
3	8,6394	1	-0,00025	578512,60	491729,12
4	11,7810	1	$1,4975 \cdot 10^{-5}$	1075746,58	914372,33

TABLE 3.15 – Détail des différents modes

Il est à noter qu'une très bonne estimation de $K_n \cdot L$ au delà du mode 1 peut être obtenue en négligeant les termes en $e^{-K_n L}$. En effet pour $K_n L > \frac{\ln(1000)}{2}$ (i.e. : $K_n L = 3,45$) on peut estimer que le terme $e^{-K_n L}$ est négligeable devant $e^{K_n L}$ et ainsi simplifier l'équation (3.70) sous la forme écrite à l'équation ((3.71), les racines de cette équation sont : $K_n L = \frac{3\pi}{4} + k\pi$.

$$0 = e^{(K_n L)} (\sin(K_n L) + \cos(K_n L)) \quad (3.71)$$

La figure (3.25) montre l'évolution des fonctions de forme le long de la poutre. Le mode 0 correspond au déplacement de solide rigide de la poutre.

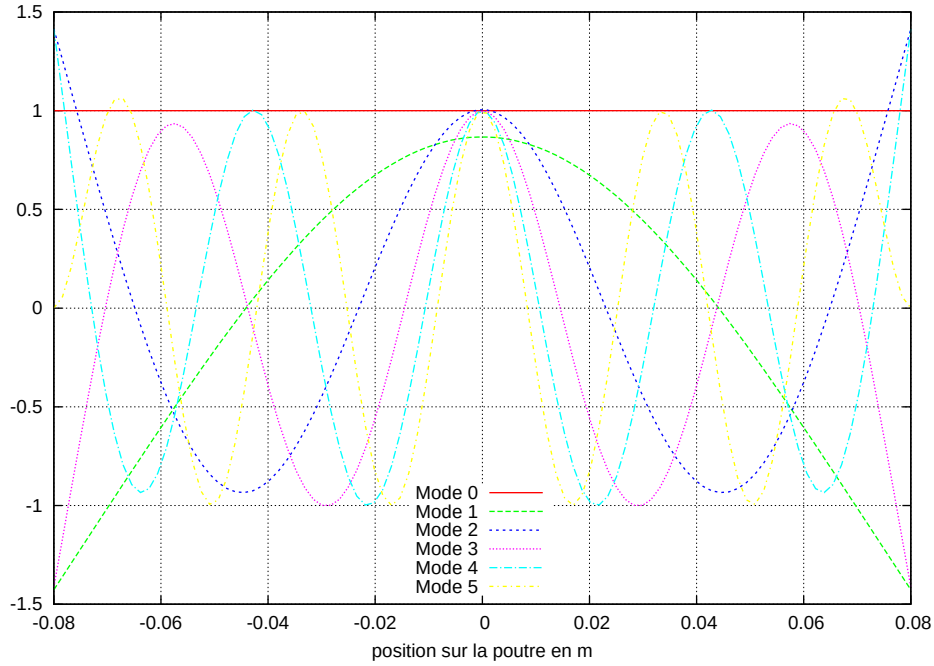


FIGURE 3.25 – Représentation des modes propres de la poutre

On trouve comme solution pour le mode 0, à partir de l'équation (3.64) :

$$2L\rho S\ddot{\psi}_0 = Fe(t) + 2Fs(t) \quad (3.72)$$

Pour les autres modes la solution est donnée par le produit de convolution de ce chargement avec la réponse impulsionnelle (intégrale de Duhamel) :

$$\psi_n(t) = \frac{1}{\omega_n} \int_0^t Q_n(\tau) \sin(\omega_n(t - \tau)) d\tau \quad (3.73)$$

On peut déterminer l'état de déformation :

$$\varepsilon(x, t) = \sum_n \frac{\partial^2 \phi_n(x)}{\partial^2 x} \psi_n(t) \frac{e}{2} \quad \text{avec :} \quad \frac{\partial^2 \phi_n(x)}{\partial^2 x} = K_n^2 (b_n \cosh(K_n x) - a_n \cos(K_n x)) \quad (3.74)$$

ainsi que la vitesse de déformation dans la fibre la plus tendue :

$$\dot{\varepsilon}(x, t) = \sum_n \frac{\partial^2 \phi_n(x)}{\partial^2 x} \dot{\psi}_n(t) \frac{e}{2} \quad \text{avec :} \quad \dot{\psi}_n(t) = \int_0^t Q_n(\tau) \cos(\omega_n(t - \tau)) d\tau \quad (3.75)$$

Une analyse du nombre de modes nécessaire pour représenter la réponse élastique de la poutre sous impact est fournie en annexe B ; cette dernière est réalisée dans le cas d'une comparaison avec l'expérience ainsi que de sollicitations types (échelon, rampe, créneau : avec ou sans équilibre).

3.2.3 Modélisation éléments finis

Un modèle éléments-finis en 2D a été réalisé sous Cast3M. Celui-ci consiste à représenter l'ensemble de la poutre 160*40*40 et à lui imposer d'une part soit l'effort soit le déplacement lu au point d'impact et d'autre part les réactions aux appuis lorsqu'elles existent. On modélise donc uniquement le comportement de l'éprouvette, le dispositif des barres n'est pas représenté, on estime donc avoir suffisamment confiance dans la mesure de la force. La figure (3.26) montre le maillage utilisé.

Pour constituer le maillage, il a été choisi des éléments quadratiques à huit nœuds. Concernant les conditions aux limites, les deux appuis sont laissés libres : la force mesurée en sortie peut y être appliquée lorsque cette dernière y arrive. Le calcul dynamique est réalisé à l'aide de la procédure **PASAPAS**, cette dernière utilise un schéma implicite de Newmark. D'autres schémas d'intégration ont été testés et la comparaison de ces différents schémas donnée dans l'annexe C n'a pas fait apparaître de différence.

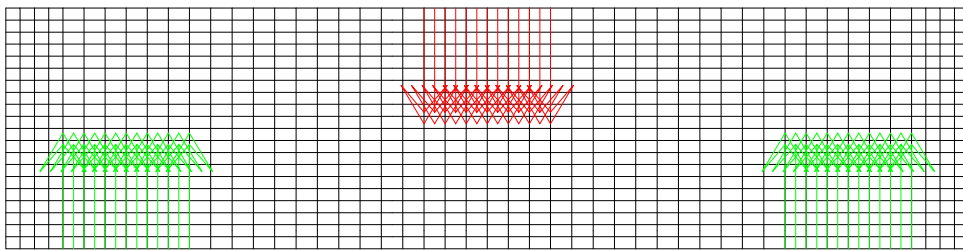


FIGURE 3.26 – Maillage et conditions aux limites de la poutre pour les calculs EF en 2D

Concernant les données d'entrée, lorsqu'on envisage de travailler en effort imposé, on importe directement les mesures déduites de la mesure des ondes dans les barres telles que décrites précédemment. Pour l'import d'un déplacement imposé nous travaillons avec les données de la corrélation d'images obtenues à l'aide de la caméra. Ces dernières mesures sont néanmoins bruitées et la fréquence d'acquisition est trop faible. En conséquence ces données sont interpolées sous la forme d'une somme de deux fonctions puissance, de la forme :

$$U_1(t) = a \times t^\alpha + b \times t^\beta \quad (3.76)$$

avec α proche de deux et β proche de trois.

Un exemple de cette interpolation est reporté sur la figure (3.27).

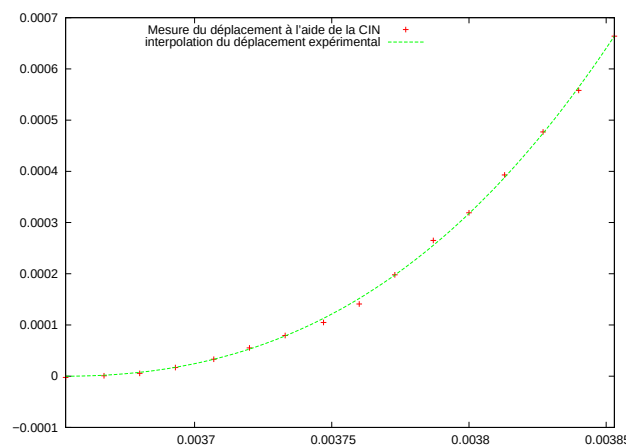


FIGURE 3.27 – Déplacement expérimental et son interpolation

Concernant les données matériaux, pour chaque éprouvette le module d'Young mesuré à l'aide de la fréquence de résonance est adopté en entrée. Si cette mesure n'as pas pu être établie, la moyenne des autres éprouvettes est sélectionnée. Pour le coefficient de Poisson, la valeur de 0,2 a été choisie.

De plus afin de confirmer la pertinence des calculs 2D, un calcul 3D a été réalisé. Pour simplifier le problème les conditions de symétrie du système ont été prises en comptes et seul un quart de la poutre est maillé. Le maillage ainsi que les zones d'application des efforts sont montrés en figure (3.28).

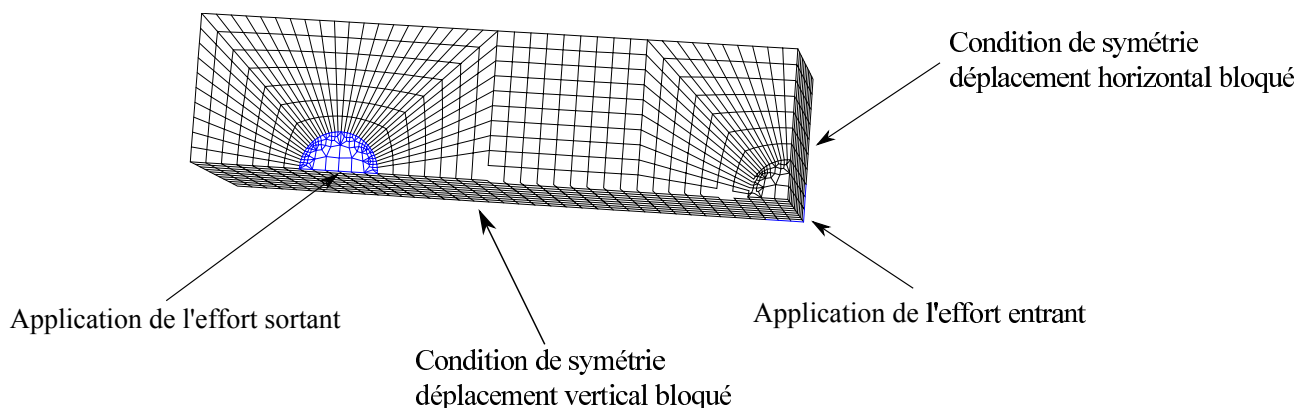


FIGURE 3.28 – Maillage de la poutre pour le calcul éléments-finis en 3D

La comparaison des différents profils de déformation atteints à l'aide des différentes modélisations est reportée sur la figure (3.29). On remarque, tout comme en statique, que la modélisation 2D est suffisante et que l'hypothèse des contraintes planes semble plus cohérente avec le modèle 3D que l'hypothèse des déformations planes.

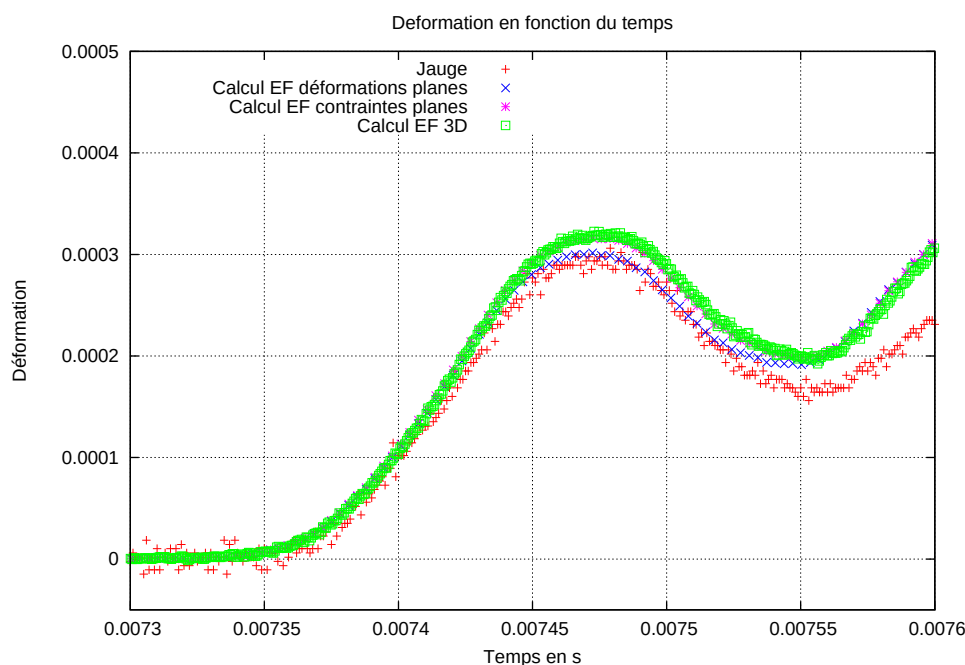


FIGURE 3.29 – Comparaison des différents modèles éléments-finis

3.2.4 Forces imposées

L'analyse des ondes doit prendre en compte la dispersion élastique, ainsi que la visco-élasticité des barres dans le cadre d'un jeu de barre en nylon. Ceci a déjà été partiellement exposé à la partie (2.4.2).

La figure (3.30) nous montre trois profils de déformation calculés, à l'aide du calcul éléments-finis, en utilisant trois approches différentes pour déterminer la force à l'extrémité de la barre entrante.

- transport sans correction ;
- dispersion élastique ;
- correction visco-élastique.

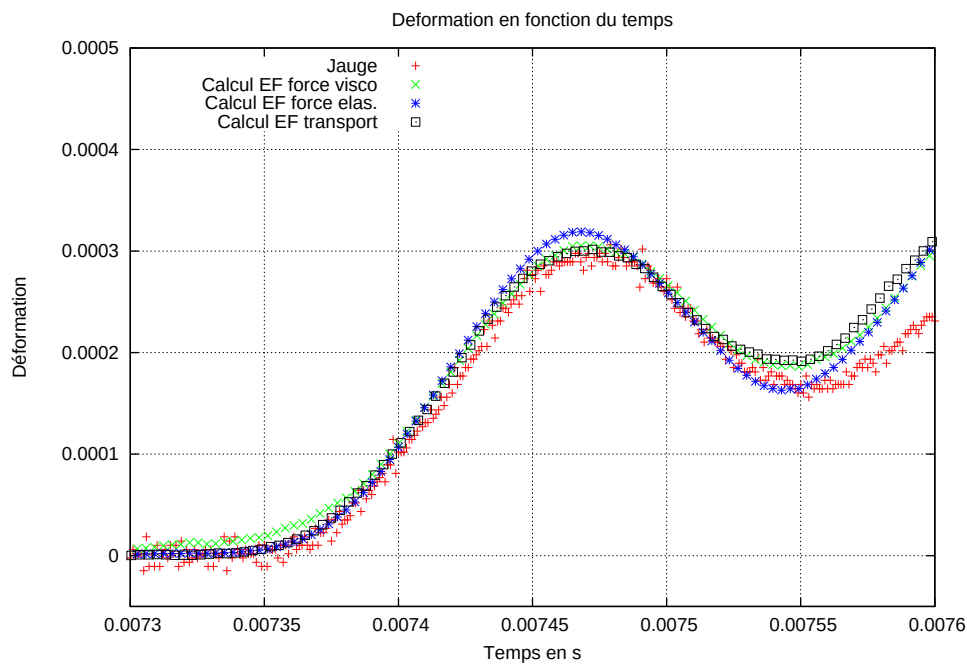


FIGURE 3.30 – Réponse de la jauge dans le cas d'un essai sans rupture

Concernant la correction visco-élastique, cette dernière se fait à l'aide d'un fichier qui comprend la célérité des ondes en fonction de la fréquence. Or ce fichier n'est valable que pour une température donnée (la célérité des ondes baissant grandement avec l'augmentation de la température). Un facteur $\left(\frac{C_{mesu}}{C_{fichier}}\right)^2$ a été appliqué à la force, prenant en compte la visco-élasticité, déterminée par David afin d'obtenir un effort cohérent. Néanmoins, afin d'avoir une correction visco-élastique complète il faudrait à l'avenir disposer du comportement de notre barre en nylon sur une plage de températures. Nous remarquons que les déformations déterminées à l'aide de chacune des forces sont similaires sur la zone utile et que ces dernières sont en adéquation avec la mesure de la jauge. La faible importance des corrections apportées à la force dans notre dispositif s'explique, d'une part par le faible rayon des barres, et d'autre part par le fait que la distance parcourue par les ondes est relativement courte.

Ces observations autorisent l'utilisation du simple transport des ondes afin de déterminer la force entrante.

3.2.5 Comparaison des différents modèles avec les mesures

L'ensemble des modèles utilise comme données d'entrée, soit la force mesurée à l'aides des SHPB, soit le déplacement mesuré par la CIN.

Absence de rupture

Certains de nos essais dynamique sur le béton n'ont pas mené à la ruine de l'éprouvette. Ces essais nous permettent d'une part de comparer les modèles élastiques afin de les valider et d'autre part d'apporter certaines informations sur nos éprouvettes comme leur période propre.

La période propre mesurée sur un essai est d'environ $160 \mu s$ (voir figure 3.31). Cette mesure devrait correspondre à la période du premier mode propre de la superposition modale. La pulsation de ce dernier vaut :

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{EI}{\rho S}} K_1^2 \quad K_1 L = 2,365 \quad (3.77)$$

Ainsi la période est égale à :

$$T = \frac{2\pi}{\omega_1} = 145 \mu s \quad (3.78)$$

On voit ici une différence entre ces deux valeurs, ceci peut s'expliquer par la limite de la modélisation poutre dans le cadre de nos éprouvettes. De plus la valeur moyenne sur la première oscillation ($\frac{\epsilon_{max} + \epsilon_{min}}{2}$) est estimée à $230 \mu def$. Il s'agit ici de l'essai n'ayant pas rompu avec la plus grande déformation. Néanmoins, on ne peut pas affirmer que l'éprouvette ne s'est pas endommagée. On rappelle que pour le cas statique les éprouvettes se brisent pour des valeurs de déformation comprise entre 150 et $250 \mu def$. Pour tous les essais n'ayant pas menés à la ruine, on constate que la valeur de la déformation moyenne sur une oscillation reste inférieure à la déformation de rupture en statique.

La figure (3.31) nous montre l'évolution de plusieurs modèles. Ainsi nous voyons que le modèle éléments-finis en effort imposé suit très bien la lecture de la jauge sur plus d'une période, tandis que la superposition modale et le calcul en déplacement suivent aussi très bien cette évolution mais sur une période plus restreinte.

Cette différence de réponse ne pose en pratique pas de problème puisque nous avons observé que pour nos essais, l'éprouvette se rompt toujours lors de la phase de montée de la première oscillation.

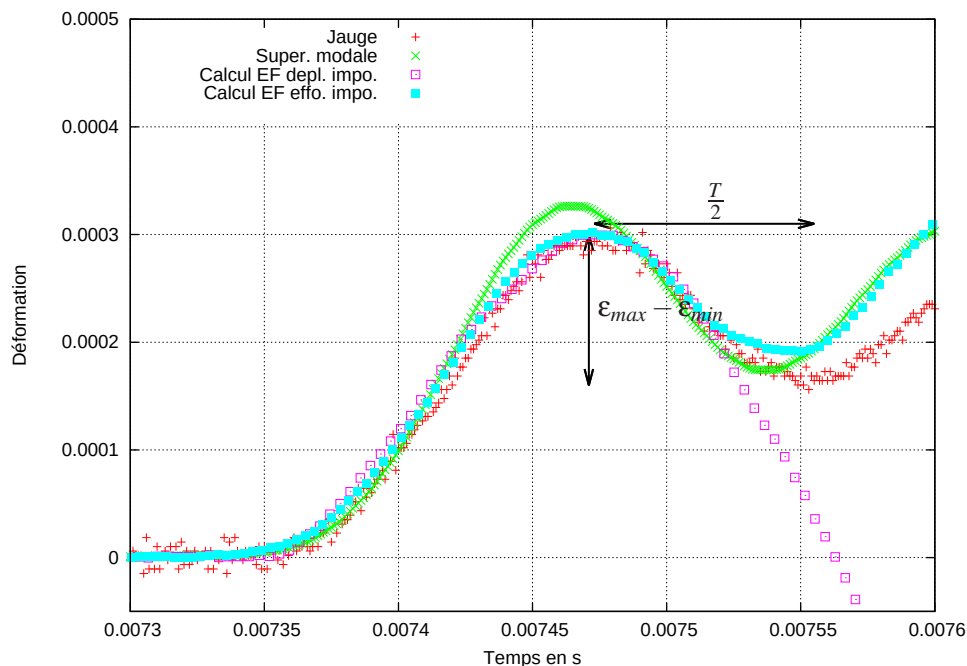


FIGURE 3.31 – Comportement élastique de la jauge : essai dynamique

Éprouvette rompue

Concernant les essais ayant menés à la ruine des éprouvettes, nous nous intéresserons dans un premier temps à l'évolution du déplacement que cela soit dans le cas du mortier ou du béton. L'analyse d'image ne sera utilisée dans cette étape que dans sa fonction de suivi de marqueur pour obtenir le déplacement entrant.

Les figures (3.32(a) à 3.32(c)) montrent différentes évolutions du déplacement en fonction du temps. On remarque, comme évoqué précédemment, que le déplacement déterminé par intégration de la vitesse obtenue par les barres de Hopkinson n'est pas en adéquation avec celui obtenu par la corrélation d'images numériques. A l'inverse, on observe que les différents modèles pilotés en effort² sont en adéquation avec la mesure issue de la caméra sur le début du chargement. Ceci nous confirme la justesse de notre analyse de la mise en place de l'essai (cf. §2.4.3). De plus à partir d'un certain instant on peut se rendre compte que les modèles pilotés en effort ne sont plus en adéquation avec la mesure du déplacement réalisée par la corrélation d'images numériques. Ceci est cohérent puisque cette séparation intervient après la rupture et par conséquent, la réponse des modèles ne représente plus la réalité. Néanmoins, cette séparation ne nous permet pas d'identifier avec précision le moment de la rupture, cette dernière ayant lieu après que la jauge se rompt. C'est en partie pour cela que nous allons regarder de plus près ce qu'il se passe du côté des déformations.

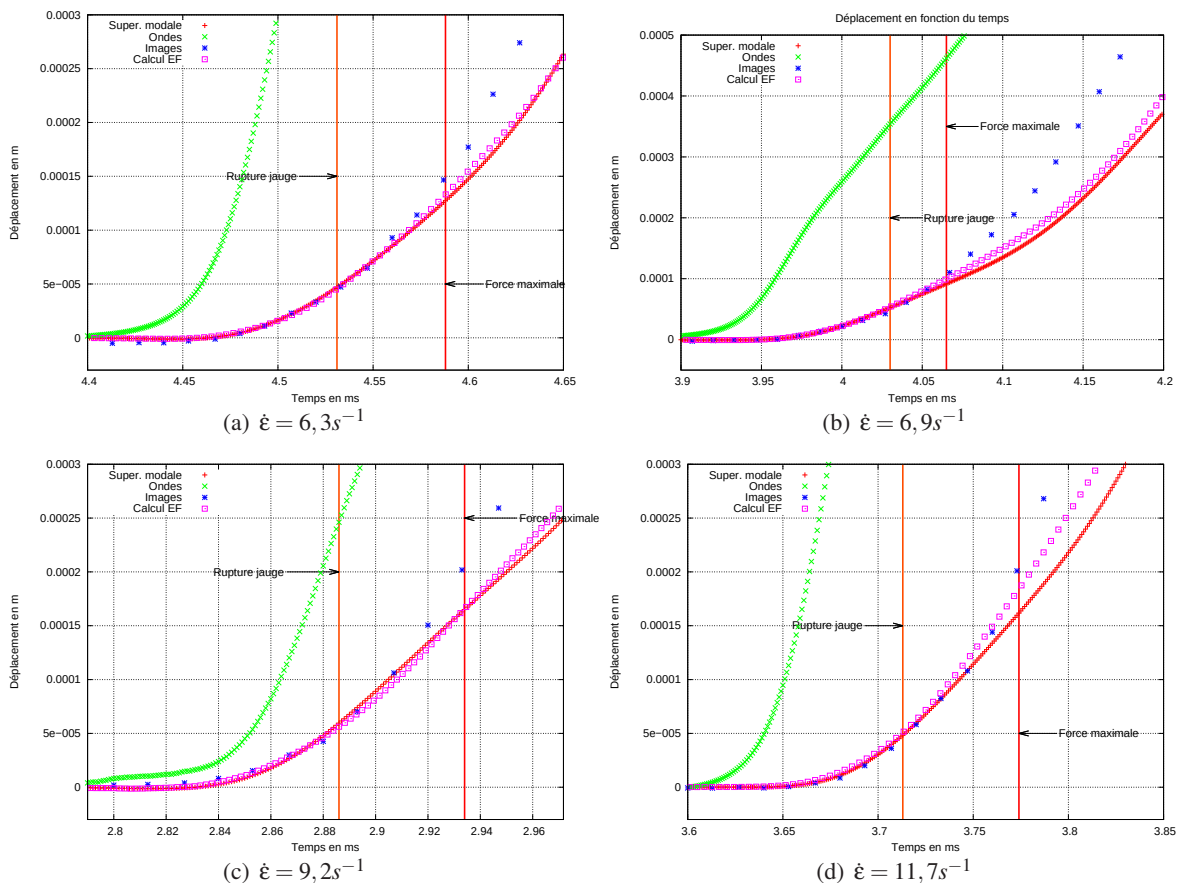


FIGURE 3.32 – Évolution du déplacement : cas du mortier, comparaison entre différents modèles élastiques et suivi des mesures

2. L'effort est ici obtenu par la combinaison des ondes incidentes et réfléchies mesurées dans les barres.

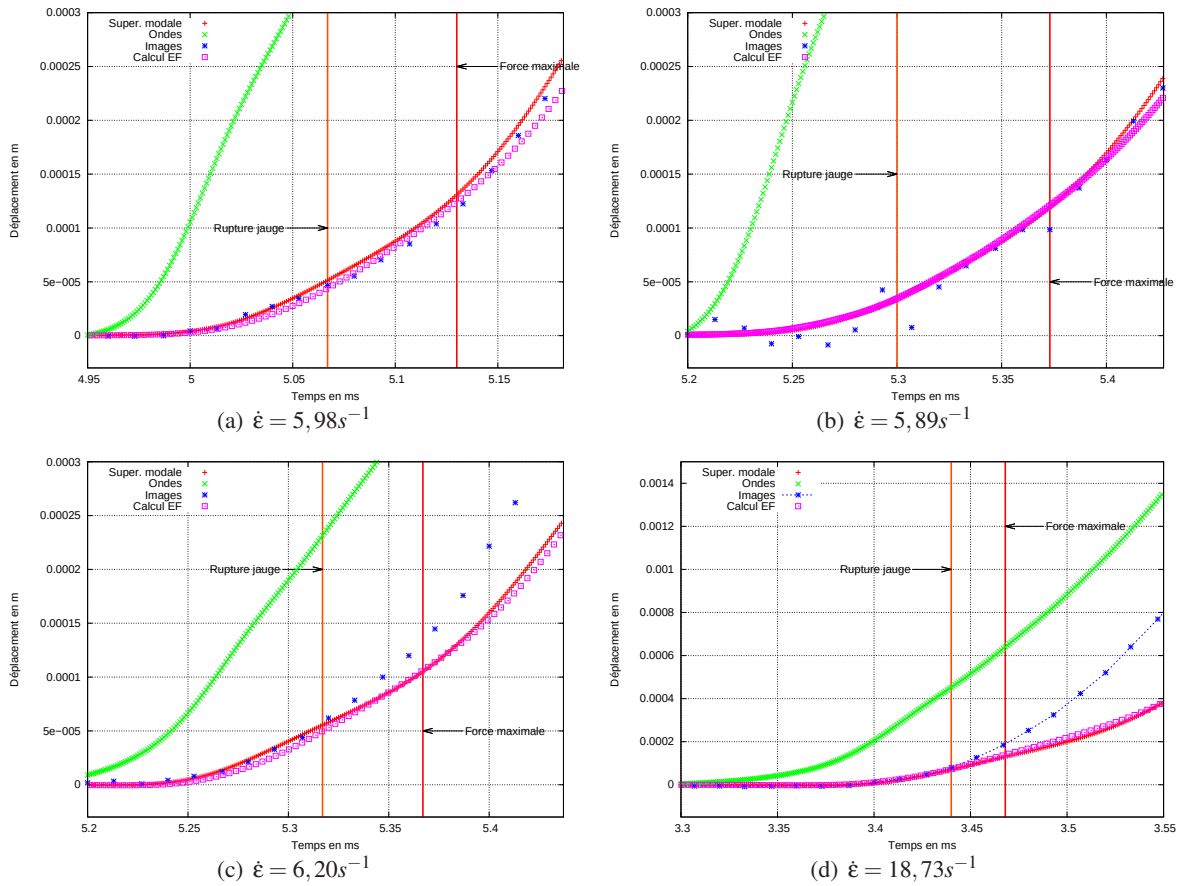


FIGURE 3.33 – Évolution du déplacement : cas du béton, comparaison entre différents modèles élastiques et suivi des mesures

Les figures (3.34(b) à 3.34(d)) montrent l'évolution de la déformation pour différents essais lorsque les éprouvettes en mortier se sont fracturées. Tandis que les figures (3.35(a) à 3.35(d)) mettent en avant le même type de résultat pour le béton. Ici de nouvelles simulations sont réalisées, le déplacement mesuré à l'aide de la corrélation d'images numérique et interpolé permet de piloter notre calcul éléments-finis en déplacement.

La rupture de l'éprouvette n'ayant pas toujours lieu sur la jauge, deux profils caractéristiques de la réponse de la jauge existent, le premier met en évidence une augmentation brutale de la déformation de la jauge (exemple à la figure (3.35(b)), le second une décharge également brutale (exemple à la figure (3.35(c))). La simultanéité du brusque changement de pente en charge ou en décharge a été vérifié sur un échantillon instrumenté de deux jauges décalées. Les résultats sont reportés sur la figure ((3.34(c))). Sur cette figure les signaux des deux jauges ont été recalés par rapport au lieu de la rupture en tenant compte de la célérité des ondes dans le mortier. On observe alors comme attendu que la jauge décentrée se décharge en même temps que la jauge principale.

Sur l'ensemble de ces figures nous observons deux traits verticaux, l'un est une indication du changement de la réponse de la jauge (soit une décharge lorsque l'éprouvette s'est brisée dans une autre région que celle de la jauge, soit une brusque augmentation de sa pente), l'autre indique l'instant pour lequel l'effort est maximum. On constate donc que la rupture se produit systématiquement avant que la force maximale ne soit atteinte. Cette différence de temps est supérieure au temps de parcours des ondes au sein de l'éprouvette ($t = h\sqrt{\frac{\rho}{E}} \approx 10\mu s$). Les forces d'inerties sont telles que l'effort continue d'augmenter une fois l'éprouvette fracturée.

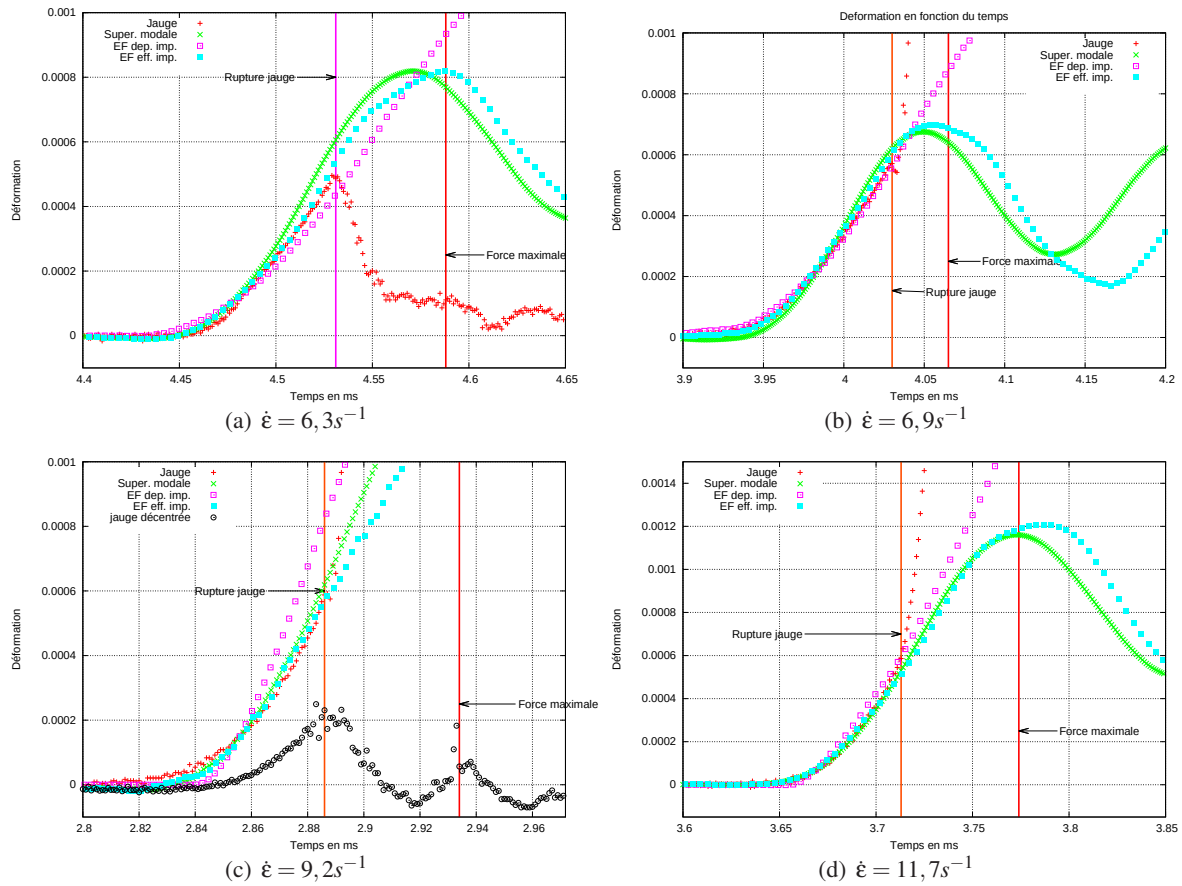


FIGURE 3.34 – Réponse de la jauge cas du mortier, comparaison entre différents modèles élastiques et la réponse de la jauge

L'approche élastique semble a priori cohérente jusqu'à la rupture pour les différents essais. L'approche simplifiée de [BELENKY and RITTEL, 2011] qui détermine la contrainte à rupture en flexion par simulation éléments finis à partir de la donnée de l'instant de rupture, peut paraître à première vue pertinente. Il faut toutefois souligner que leurs simulations sont pilotées en déplacement à partir de la mesure de la vitesse entrante. Or nous avons remarqué que cette donnée doit être manipulée avec précaution car elle n'est pas représentative de la vitesse réellement imposée à l'échantillon. De plus, mesurer l'instant de rupture à partir de la donnée d'une seule jauge de rupture dont la longueur est proche de celle de l'échantillon testé reste sujet à débat.

L'intérêt de réaliser des simulations éléments finis en effort imposé et déplacement imposé est de disposer d'une information complémentaire sur la réponse de la structure. A partir de l'instant où la réponse pilotée en effort diffère de celle pilotée en déplacement, la réponse de l'échantillon ne peut plus être considérée comme élastique. On peut remarquer sur les différents essais, figure (3.35(c)) par exemple, l'instant de séparation de la réponse en effort imposé et en déplacement imposé coïncide, lorsqu'elle est clairement visible, à celle de la rupture de la jauge.

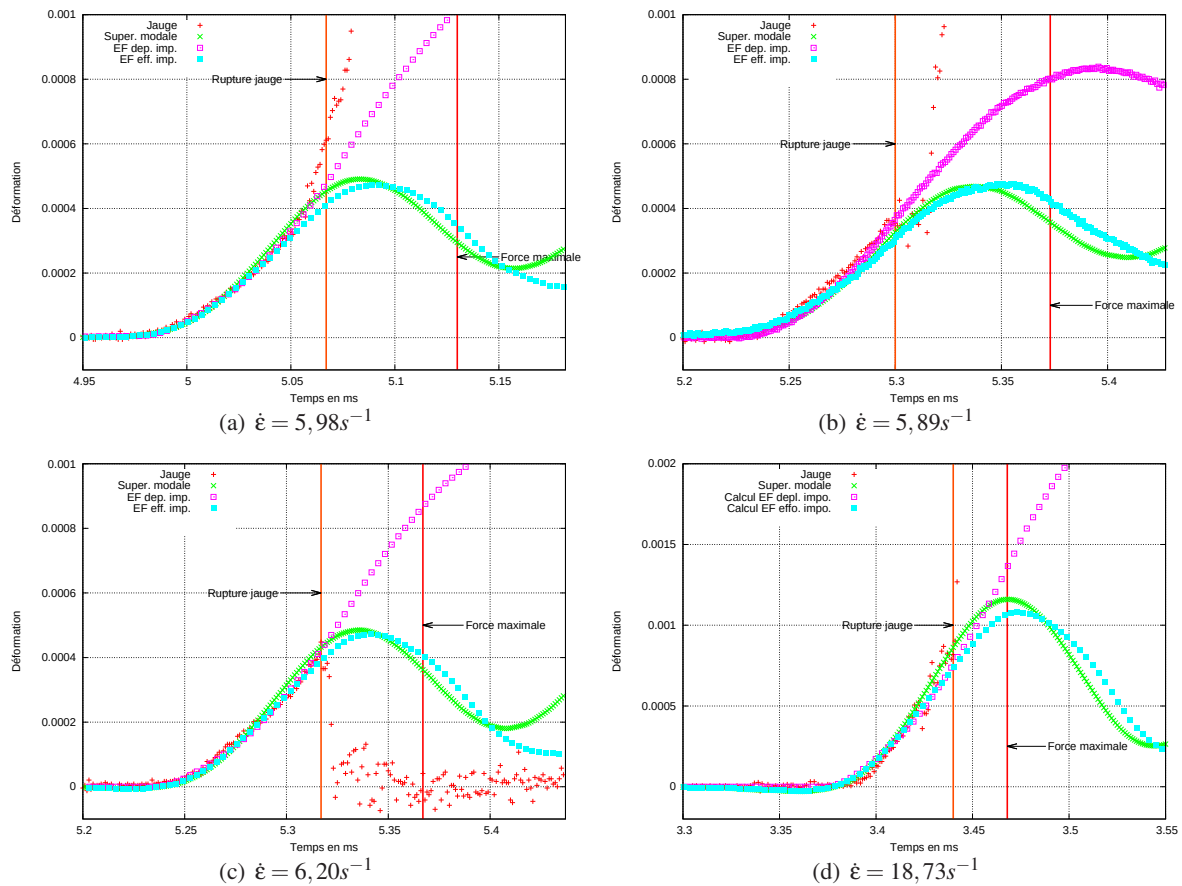


FIGURE 3.35 – Réponse de la jauge cas du béton, comparaison entre différents modèles élastiques et la réponse de la jauge

Différentes ruptures de contrainte à rupture seront identifiées pour l'ensemble des essais. La première, cohérente avec la définition de la contrainte à rupture pour des essais statiques, est déduite des simulations élastiques éléments finis pour la valeur de la force maximale. La seconde que l'on peut associer à un critère de Rankine, correspond à la contrainte déterminée par le calcul éléments-finis à l'instant de la rupture : divergence de la réponse de la jauge ou décharge élastique.

N° essai	V_{impact} [m/s]	$\dot{\epsilon}$ [s^{-1}]	σ_{jauge} [MPa]	σ_{EF}^{MAX} [MPa]
20140717-D-MO-1	11,9	4,9	13,81	15,34
20140717-D-MO-2	26,5	6,3	14,11	31,64
20140717-D-MO-3	40,3	11,7	16,19	27,66
20140717-D-MO-4	42,1	15,5	22,15	39,36
20141120-D-MO-1	/	/	/	25,26
20141121-D-MO-1	23,2	6,9	16,01	26,21
20150107-D-MO-1	45,5	9,2	16,75	36,26

TABLE 3.16 – Synthèse des essais dynamiques : mortier

N°essai	V_{impact} [m/s]	$\dot{\epsilon}$ [s^{-1}]	σ_{jauge} [MPa]	σ_{EF}^{MAX} [MPa]
20150703-D-BE-1	/	12,31	20,80	19,92
20150703-D-BE-2	/	5,98	16,37	20,03
20150703-D-BE-4	27,26	5,89	15,30	20,37
20150703-D-BE-5	26,34	6,80	17,90	20,57
20150716-D-BE-1	/	6,20	17,13	20,48
20150716-D-BE-2	/	1,50	06,13	/
20150716-D-BE-3	07,15	1,45	05,67	/
20150716-D-BE-4	/	1,80	05,67	/
20150716-D-BE-5	07,45	2,00	06,23	/
20150716-D-BE-6	08,32	1,87	06,68	/
20150716-D-BE-7	10,45	2,14	07,98	/
20150716-D-BE-9	12,33	3,03	09,87	/
20150716-D-BE-10	18,24	3,97	13,38	14,41
20150716-D-BE-11	16,54	3,39	12,60	/
20150924-D-BE-1	47,62	4,67	8,60	/
20150924-D-BE-2	49,86	18,73	37,93	46,41

TABLE 3.17 – Synthèse des essais dynamiques : béton

L'ensemble des essais 20150716-D-BE-2 à 20150716-D-BE-9, ainsi que l'essai 20150716-D-BE-11 n'ont pas mené à la ruine de l'éprouvette, c'est pour cela qu'une seule valeur est reportée dans le tableau. En effet, pour ces essais, les profils de déformations issus des jauges sont similaires aux profils des déformations calculés dans le cas de modélisation élastiques.

Nous pouvons ainsi tracer une première évolution de la contrainte à rupture en fonction de la vitesse de déformation.

Ces contraintes étant déterminées de manière élastique fragile, nous pouvons également les comparer à l'approche de [DENOUEL and HILD, 2000] qui estiment la contrainte à rupture dynamique en fonction des paramètre de Weibull.

Nous rappelons que pour le modèle de Weibull, on a :

$$\sigma_c = \left(\sigma_0 \left(\frac{V}{V_0} \right)^{-1/m} \right)^{\frac{m}{m+n}} \left(\frac{\dot{\sigma}}{S^{1/n} v_{fiss}} \right)^{\frac{n}{m+n}} \quad (3.79)$$

où m est le module de Weibull et $\sigma_0 (V/V_0)^{-1/m}$ est le facteur d'échelle.

Ces valeurs ayant été déterminées en statique (cf. §3.1.1). On considère le milieu n comme 3D et ainsi un facteur de forme $S_n = \frac{4}{3}\pi$. Les autres caractéristiques matériaux sont fixées à : $E = 43$ GPa et $\rho = 2330$ kg/m³. On peut alors tracer l'évolution de cette contrainte en fonction de $\dot{\epsilon}$. Cette approche n'est disponible que pour le béton, le nombre d'échantillons pour le mortier étant insuffisant pour obtenir des paramètres de Weibull. Les figures (3.36 et 3.37) nous montrent les contraintes à rupture déterminées entre 1 et 20 s⁻¹ pour le mortier et le béton.

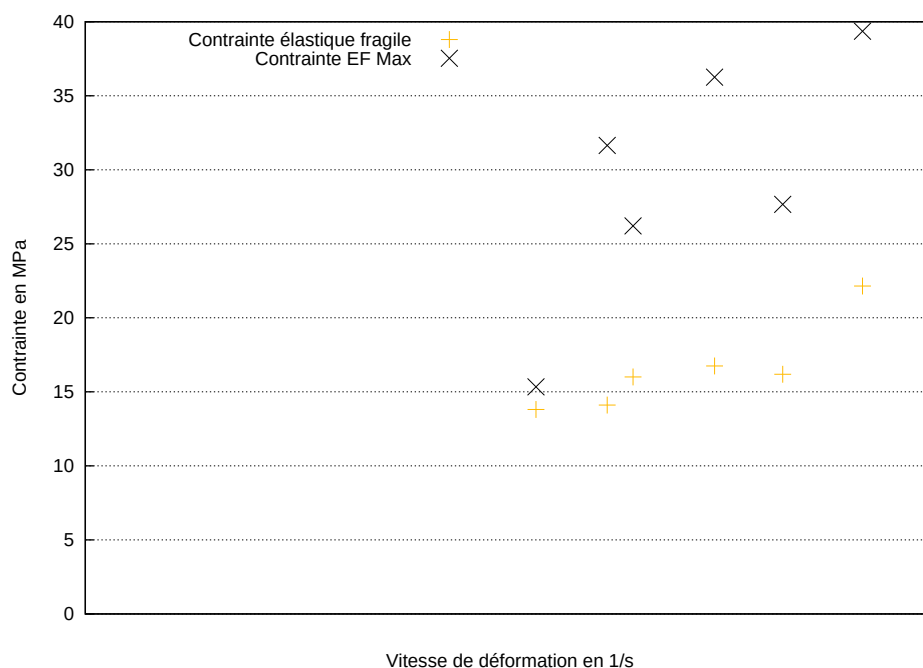


FIGURE 3.36 – Évolution de la contrainte à rupture en fonction de la vitesse de déformation : approche élastique fragile appliquée au mortier

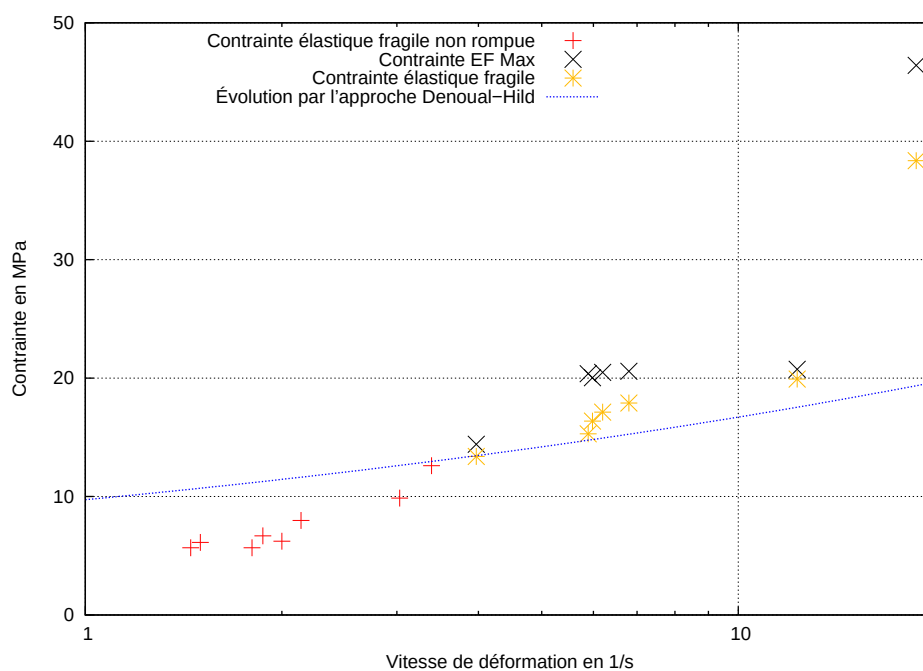


FIGURE 3.37 – Évolution de la contrainte à rupture en fonction de la vitesse de déformation : approche élastique fragile appliquée au béton

Nous remarquons que l'accord entre le modèle de Denoual et Hild et les résultats de nos essais est plutôt satisfaisant. Il nous semble bien évidemment plus cohérent de prendre la valeur à la rupture de la jauge plutôt que celle associée au maximum d'effort pour laquelle les effets d'inertie sont prépondérants. Nous remarquons que pour notre essai à la plus grande vitesse de déformation (19 s^{-1}) une brusque augmentation de la contrainte,

ce qui pourrait correspondre à l'inflexion classiquement observée au delà de $\varepsilon = 10s^{-1}$ (voir figure (1.4)). Ce résultat est néanmoins à prendre avec précaution puisqu'il s'agit d'un cas isolé, nous ne sommes pas parvenu à réaliser un autre essai à cette vitesse pour le confirmer.

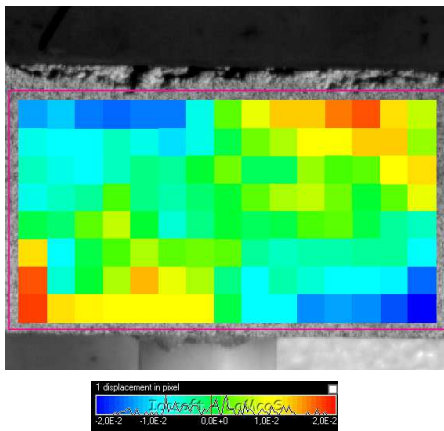
Les différents approches de l'instant de rupture : changement du mode de réponse de la jauge, perte de la réciprocité entre essais pilotés en effort et essais pilotés en déplacement, sont tout à fait cohérentes. Il n'est toutefois pas toujours évident de détecter précisément à quel instant les deux réponses divergent sans mesure de jauge. Il serait intéressant d'examiner s'il n'est pas possible d'obtenir des informations complémentaires et plus précises en utilisant le champ de déplacement déduit de la corrélation d'images numériques sur toute la surface filmée et non plus une valeur ponctuelle.

3.2.6 Suivi de fissuration

Fin de la phase élastique

A l'aide de la caméra rapide on peut obtenir plusieurs images avant et pendant la fissuration. Nous pouvons donc suivre l'ensemble de ce processus. Le premier élément à déterminer est le moment où la rupture commence, pour cela nous avons mis en place un critère reposant sur l'étude des propriétés de la symétrie des champs de déplacement. La corrélation d'images nous permet de mettre en évidence le comportement en flexion élastique (champ de déplacement antisymétrique, cf. figure (3.38)) avant la rupture ainsi que de détecter l'apparition de la fissuration.

Champ de déplacement horizontal



Champ de déplacement vertical

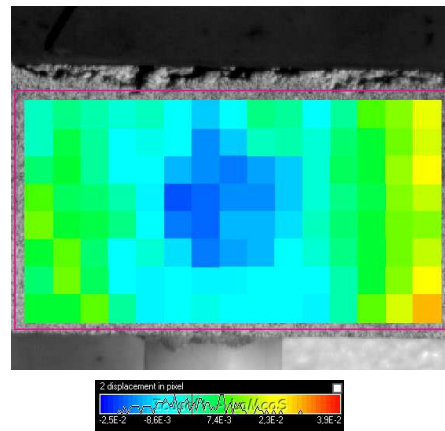


FIGURE 3.38 – Exemple de champs de déplacement obtenus à l'aide de la CIN

On considère que la fissuration va débiter avec la fin de la réponse élastique de l'échantillon. Celle-ci va se traduire localement par l'apparition d'un endommagement, son développement puis l'amorçage d'une fissure. Au niveau de l'échantillon, celle-ci va débiter sur la face en traction. Dans une représentation bidimensionnelle, c'est la fibre la plus tendue qui s'endommagera en premier avec pour conséquence une perte de l'antisymétrie du champ de déplacement longitudinal observée lors d'un essai de flexion élastique. Nous proposons donc de nous intéresser à la valeur d'un indicateur portant sur la somme des champs de déplacement longitudinaux entre fibre supérieure et fibre inférieure au cours du chargement :

$$A = \frac{1}{n_c} \sum_1^{n_c} |U_1(i, 1) + U_1(i, n_l)| \quad (3.80)$$

où n_c et n_l sont respectivement le nombre de motifs dans les directions longitudinales et transversales.

Lorsque le champ de déplacement observé est antisymétrique cet indicateur doit présenter une valeur nulle au bruit près. En effet, nous sommes terme à terme des déplacements dont les valeurs sont opposées. La brusque augmentation de cet indice sera interprétée comme un "emballement" de l'endommagement. Plus la rupture de l'échantillon sera fragile et plus la variation de l'indice sera brutale. Il est à noter que si la fenêtre de corrélation d'images n'est pas parfaitement centrée, la valeur initiale de l'indice sera positive mais le début de la fissuration se traduira toujours par une brusque variation de l'indice.

Cette approche a été appliquée à nos différents essais et l'évolution de la valeur de l'indice est reportée ainsi que la valeur de la déformation mesurée par la jauge et la valeur de la déformation estimée par une jauge numérique sur les figures (3.39) à (3.42).

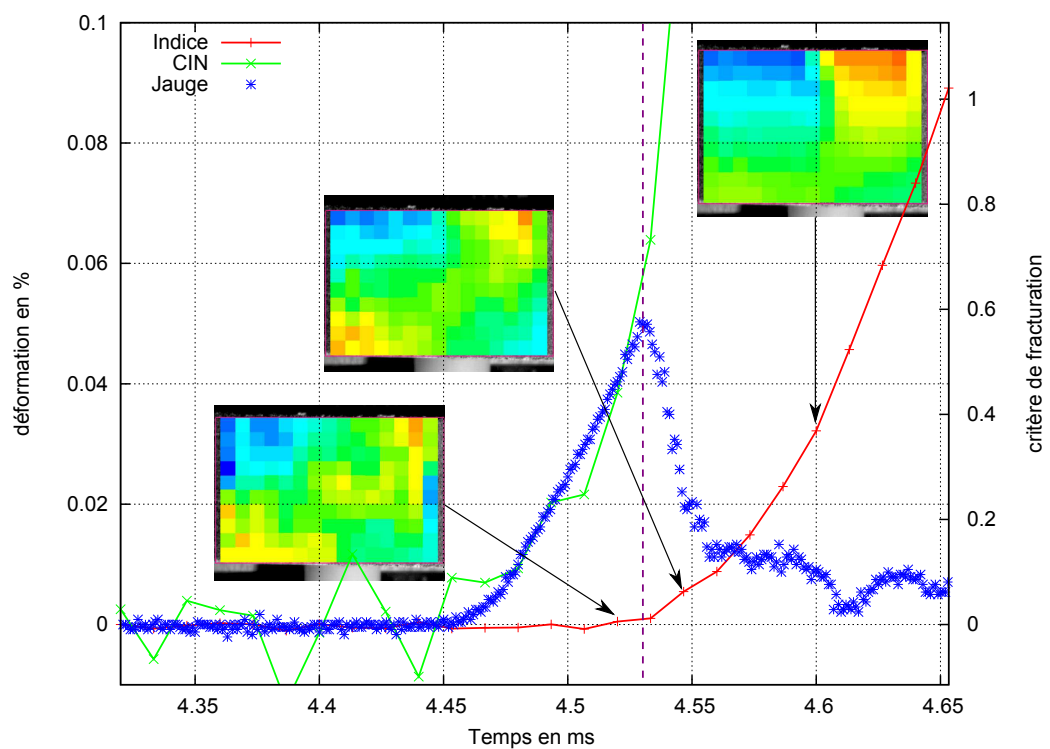


FIGURE 3.39 – Évolutions temporelles de l'indicateur de fissuration et de la déformation longitudinale essai 20140717-D-MO-2

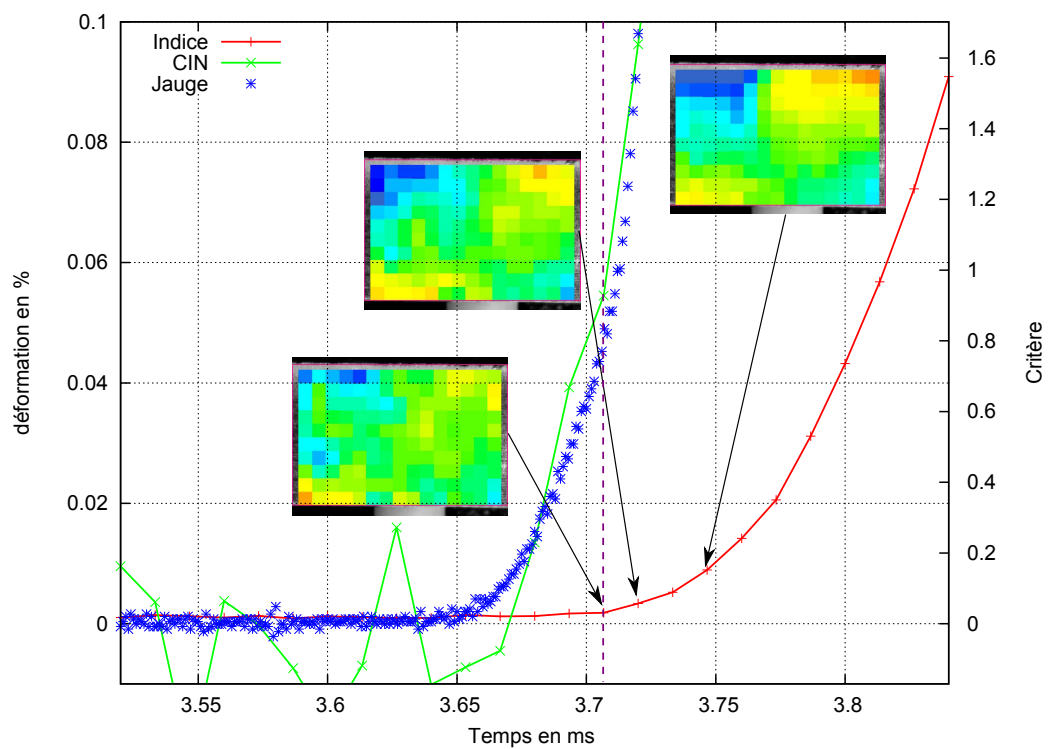


FIGURE 3.40 – Évolutions temporelles de l'indicateur de fissuration et de la déformation longitudinale essai 20140717-D-MO-3

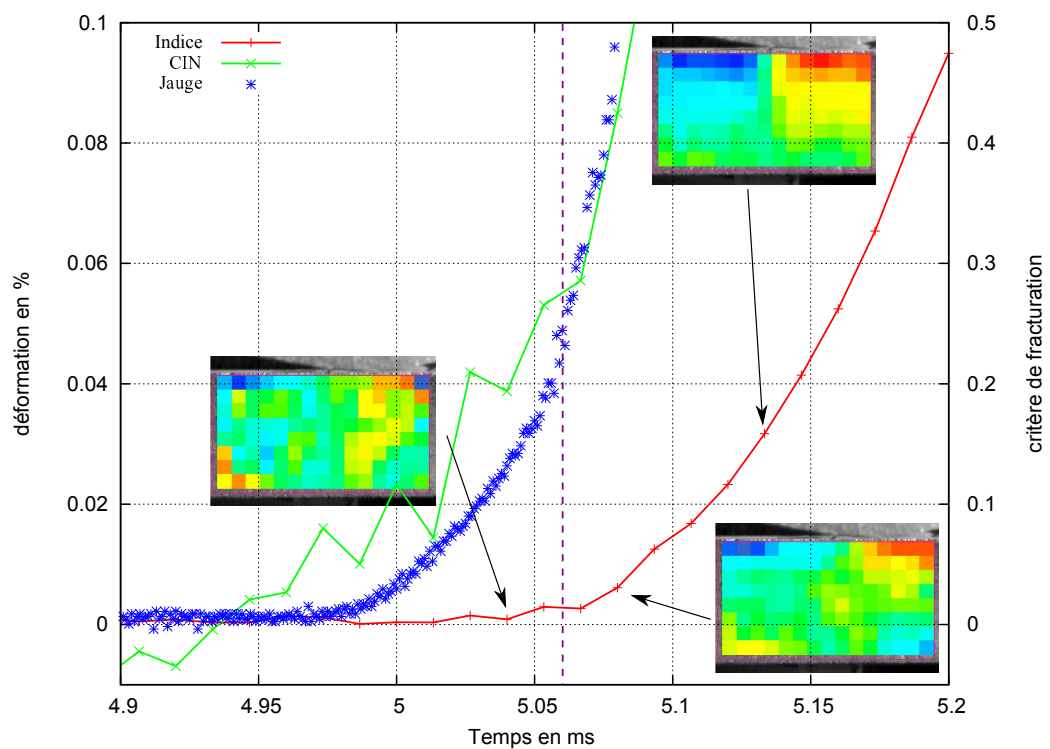


FIGURE 3.41 – Évolutions temporelles de l'indicateur de fissuration et de la déformation longitudinale essai 20150703-D-BE-2

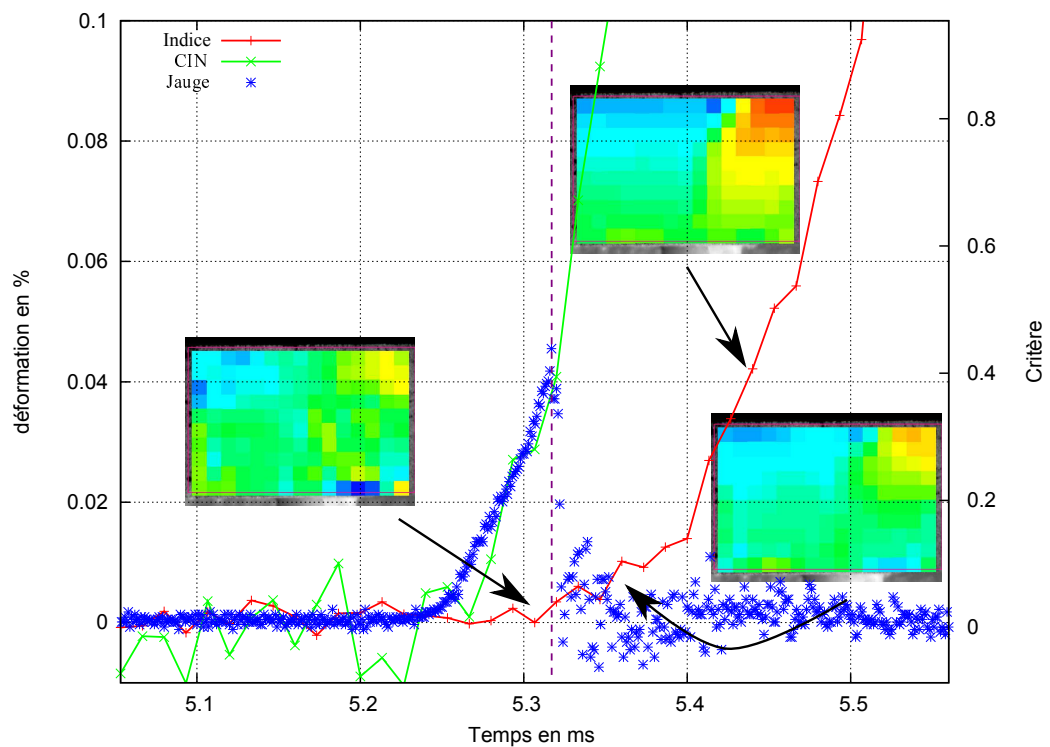


FIGURE 3.42 – Évolutions temporelles de l'indicateur de fissuration et de la déformation longitudinale essai 20150716-D-BE-1

Nous remarquons que sur tous les essais, malgré une discrétisation temporelle limitée imposée par la caméra, l'évolution de la valeur de cet indicateur est cohérente avec la mesure de la jauge. C'est à dire que sa valeur initiale est bien constante, et même nulle, et que la perte d'antisymétrie intervient bien en même temps que la rupture de la jauge. Comme on peut le voir sur les images du champ de déplacement horizontal déduit de la corrélation d'images et disposées au sein de ces figures, cette transition n'est pas directement observable sans le prisme de l'indicateur. En parallèle des valeurs de l'indicateur et de la mesure de la jauge, une déformation déterminée à l'aide de la mesure de champs est également tracée. Celle-ci a été déterminée sur 6 motifs (soit 120 pixels, ce qui correspond à environ 24 mm), cette taille de jauge numérique correspond au meilleur compromis observé entre taille de jauge et bruit de mesure. Toutefois cette dernière est plus de deux fois plus grande que la jauge réelle (10 mm). Cette nouvelle mesure suit comme attendu celle expérimentale de la jauge mais est plus bruitée. Il est à noter que le changement de pente dans la réponse de la jauge, associé à la rupture de l'échantillon, n'est pas décelable sur la jauge numérique.

Évolution de la rupture

Une fois le début de la fissuration détectée, on peut localiser la fissure et suivre sa propagation à la surface de l'échantillon à l'aide de la mesure de champs. On prend à nouveau en compte la spécificité de nos essais pour suivre la fissuration en analysant fibre après fibre, c'est à dire ligne de motifs après ligne de motifs, le champ de déplacement horizontal. La propagation de la fissure se traduit par l'apparition d'une discontinuité forte donc d'un saut dans la valeur du déplacement. Qui plus est, en l'absence de mouvement de solide rigide, ces déplacements sont de signe opposé. La précision sur la position du front de fissure est fonction de la taille du motif ; elle n'est donc connue qu'au demi-motif près. Ce suivi de fissuration nous permet de déterminer d'une part l'ouverture de la fissure à un instant précis et d'autre part d'obtenir la vitesse relative d'avancée de la fissure entre deux acquisitions. Une fois encore, l'apport de la corrélation d'images numériques est très important, la fissure n'étant visible sur les images qu'une fois l'échantillon presque complètement fissuré, ce qui est illustré sur la figure (3.43). Sur cette figure, on observe trois états différents du comportement de notre poutre en dynamique. Il s'écoule environ $67 \mu\text{s}$, c'est à dire 5 images, entre la première et la seconde vue, tandis qu'il y a environ $147 \mu\text{s}$, c'est à dire 11 images, entre la seconde et la troisième. La valeur δ reportée correspond à l'ouverture de la fissure, déduite du saut de déplacement longitudinal, et exprimée en pixels. La première vue correspond à la fin de la phase élastique de notre essai détectée par la croissance brutale de l'indicateur. La fissuration s'initie et n'apparaît que sur la fibre supérieure. Sur la deuxième vue, bien que cela ne soit pas visible sans post-traitement, la fissuration a déjà eu lieu et s'est propagée sur plus de la moitié de l'éprouvette. Entre ces deux images la fissure a parcouru 5 motifs dont un en diagonale, cela correspond donc à une distance d'environ 108 pixels, soit 24,89 mm. Cela nous permet de déterminer une vitesse de fissuration moyenne de 371,5 m/s. Il s'agit du même ordre de grandeur que celle déterminée par [LOMBARD and GATUINGT, 2013] pour des essais d'impact sur poutres. Enfin, sur la dernière vue, qui est la dernière avant rupture complète de l'échantillon, la fissure devient visible à l'œil nu et son tracé est bien identique à celui qui a été déterminé par analyse du champ de déplacement.

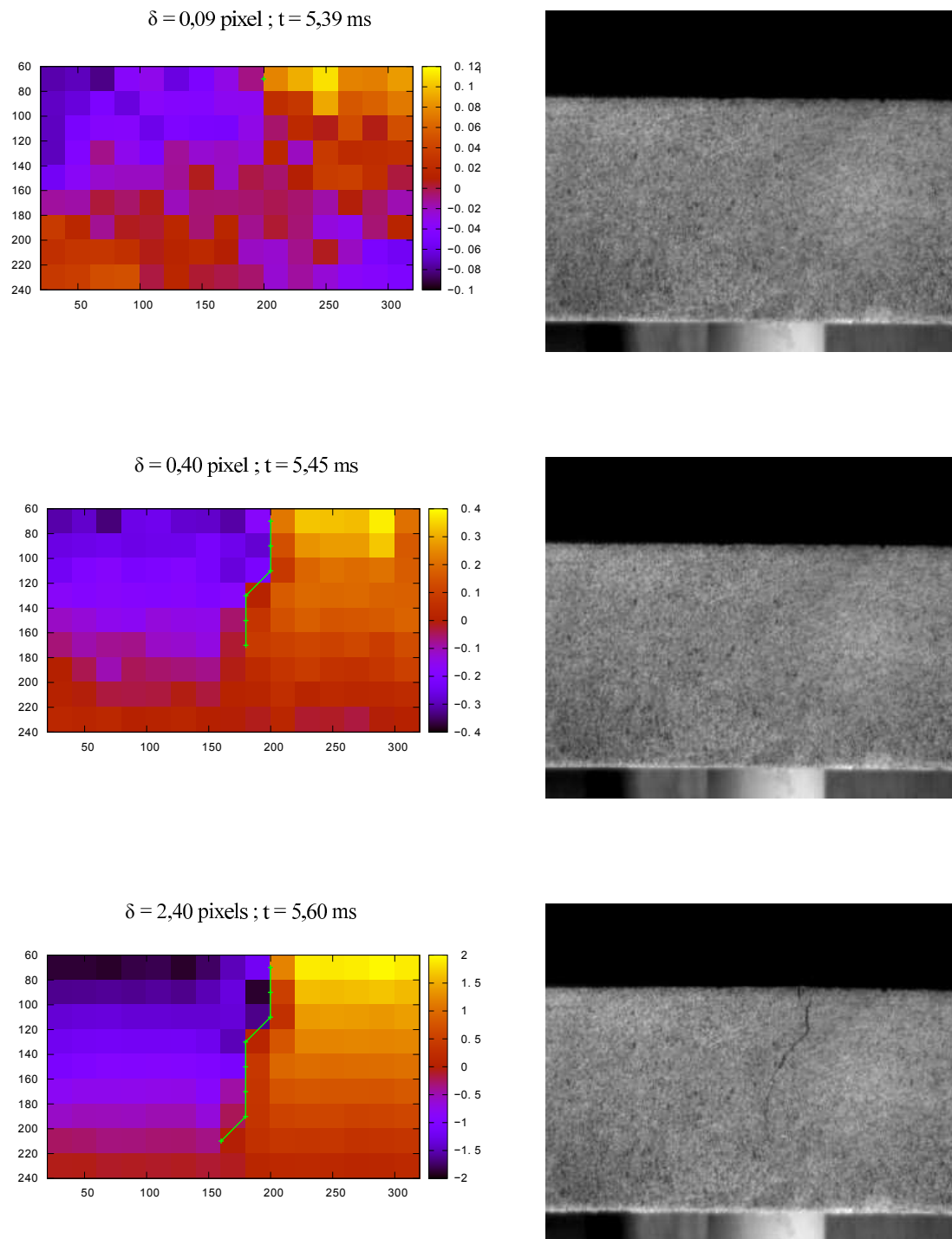


FIGURE 3.43 – Évolution temporelle de la fissuration : Essai 20150703-D-BE-5

3.2.7 Modèle d'endommagement

Comme en statique le modèle d'endommagement nous permet de déterminer une valeur du moment. Ici seule la détermination de l'endommagement change par rapport au cas statique, l'endommagement dépendant ici de son état précédent et non plus uniquement de la déformation.

Comme en statique le modèle d'endommagement va nous permettre de déterminer une valeur du moment à partir de la mesure de la déformation sur la fibre la plus tendue. Le seul changement par rapport au cas statique intervient dans la détermination de la valeur de l'endommagement. En effet, la prise en compte d'une dépendance à la vitesse fait que ce dernier ne peut plus s'exprimer directement en fonction de la valeur de la déformation. La loi d'évolution de l'endommagement est déterminée par application d'un schéma explicite :

$$D(y, t) = D(y, t - dt) + \dot{D}(y, t)dt \quad \text{avec} \quad \dot{D}(y, t) \quad \text{fonction de } \epsilon \text{ et } D \quad (3.81)$$

La figure (3.44) reprend le schéma vu antérieurement pour le cas statique, mais indique la nouvelle détermination de D

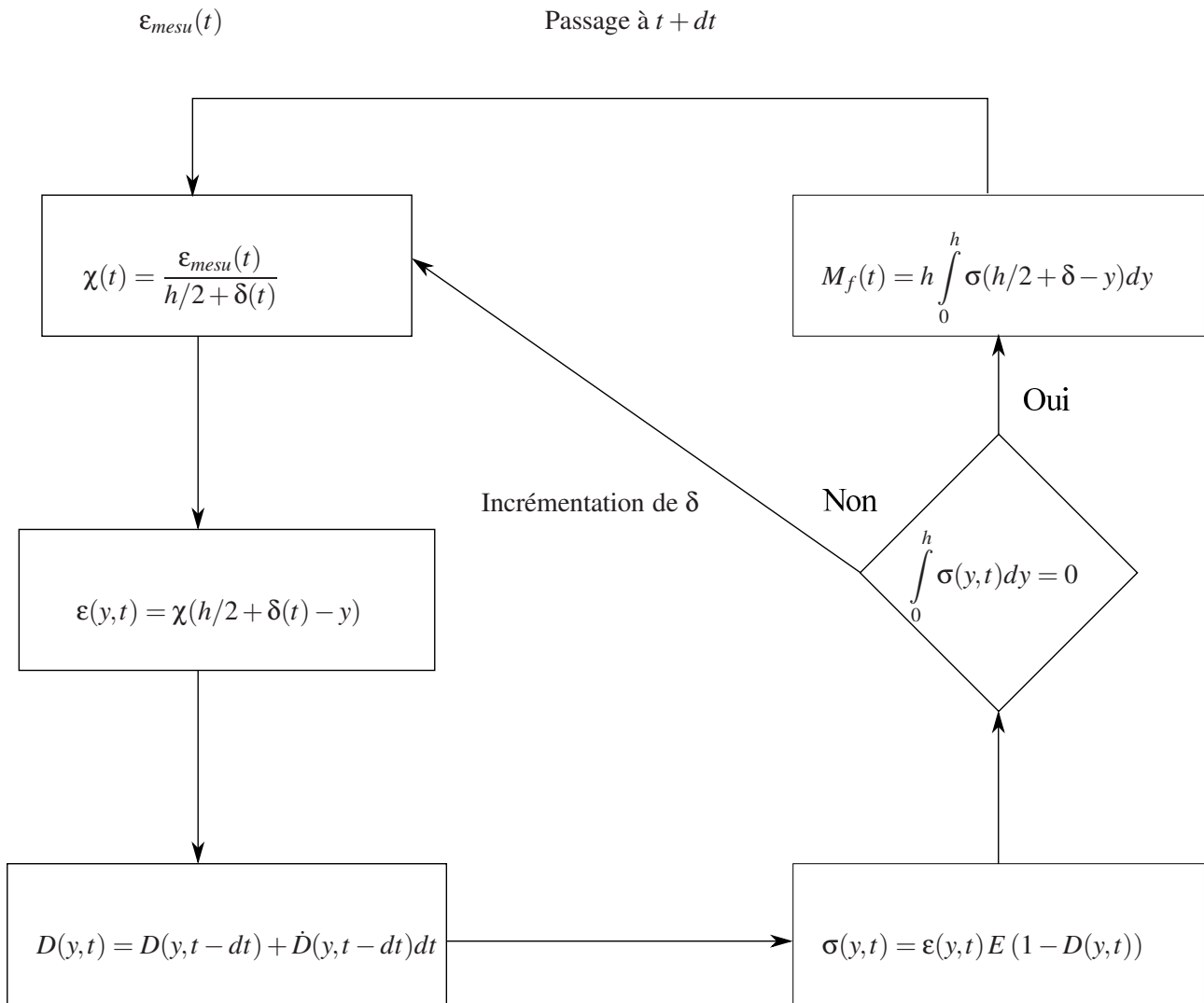


FIGURE 3.44 – Principe de la détermination de l'état de contrainte au sein de la poutre en dynamique

Tout comme en statique les deux modèles d'endommagement mis en avant sont ceux de Gatuingt et de Allix-Deü. Nous rappelons ci-dessous les fonctions seuils et ainsi que la vitesse d'endommagement.

$$F = \varepsilon - \kappa_0 - \frac{1}{a} \left(\frac{D}{1-D} \right)^{1/b} \quad \dot{D} = \left(\frac{F}{m} \right)^n \quad (3.82)$$

$$F = ab \arctan \left(\frac{\varepsilon}{ba} - \arctan \left(\frac{\kappa_0}{b} \right) \right) - D \quad \dot{D} = \dot{D}_\infty (1 - e^{-cF}) \quad (3.83)$$

Pour déterminer les paramètres des modèles d'endommagement en dynamique, nous devons confronter la valeur du moment déterminée à partir du modèle à une valeur issue de l'expérience. Or contrairement au cas statique ($M_f = \frac{FL}{4}$) la valeur du moment n'est pas explicite. Pour parvenir à la déterminer nous allons utiliser la superposition modale. La cinématique associée aux modes propres de la poutre n'est toutefois représentative que d'une poutre sans endommagement. Compte-tenu du caractère quasi-fragile de la réponse du mortier et du béton, il est proposé d'ajouter un mode supplémentaire :

$$\phi_d(x) = \frac{1}{2} - \frac{|x|}{L} \quad (3.84)$$

Ce mode traduit bien la déformation en 'triangle' liée à l'endommagement de notre poutre. Ainsi, le déplacement total s'écrit comme la somme des modes élastiques plus le mode associé à l'endommagement.

$$U(x,t) = \psi_d(t)\phi(x)_d + \sum_n \psi_n(t)\phi(x)_n \quad (3.85)$$

On constate que ce mode, s'il est orthogonal au mode de 0 (mouvement de solide rigide), ne l'est pas par rapport aux autres. Les équations modales ne sont pas découplées :

$$\ddot{\psi}_n + \omega_n^2 \psi_n = Q_n - \ddot{\psi}_d q_n \quad (3.86)$$

avec q_{dn} égal à :

$$q_{dn} = \frac{\int_{-L}^L \phi_d \phi_n dx}{\int_{-L}^L \phi_n^2 dx} = \frac{2(a_n - b_n)}{k_n^2 \int_{-L}^L \phi_n^2 dx} \quad (3.87)$$

Afin de contourner ce problème, on introduit un autre mode, déduit du précédent mais rendu orthogonal aux modes propres déterminés pour la poutre non endommagée, tel que :

$$\phi_t(x) = \phi_d(x) - \sum_n q_{dn} \phi_n(x) \quad (3.88)$$

La figure (3.45) montre l'allure des formes liées à l'endommagement (initiale et modifiée) ainsi que celle des formes des premiers modes élastiques.

Le déplacement total s'écrit toujours comme la somme des modes élastiques plus le nouveau mode :

$$U(x,t) = \psi_t(t)\phi(x)_d + \sum_n \psi_n(t)\phi(x)_n \quad (3.89)$$

La variation temporelle de la contribution au déplacement associée au mode supplémentaire pourra être déduite de la mesure du déplacement obtenue par la caméra rapide par :

$$\psi_t(t) = \frac{U_{mesu}(0,t) - \sum_n \psi_n(t)\phi_n(0)}{\phi_t(0)} \quad (3.90)$$

L'expression du moment fléchissant peut donc être déterminée à partir des modes élastiques et du mode supplémentaire associé à l'endommagement par :

$$M_f(t) = EI \left(\psi_t(t) \left(\frac{\partial^2 \phi_t}{\partial x^2} \right)_0 + \sum_n \psi_n(t) \left(\frac{\partial^2 \phi_n}{\partial x^2} \right)_0 \right) \quad (3.91)$$

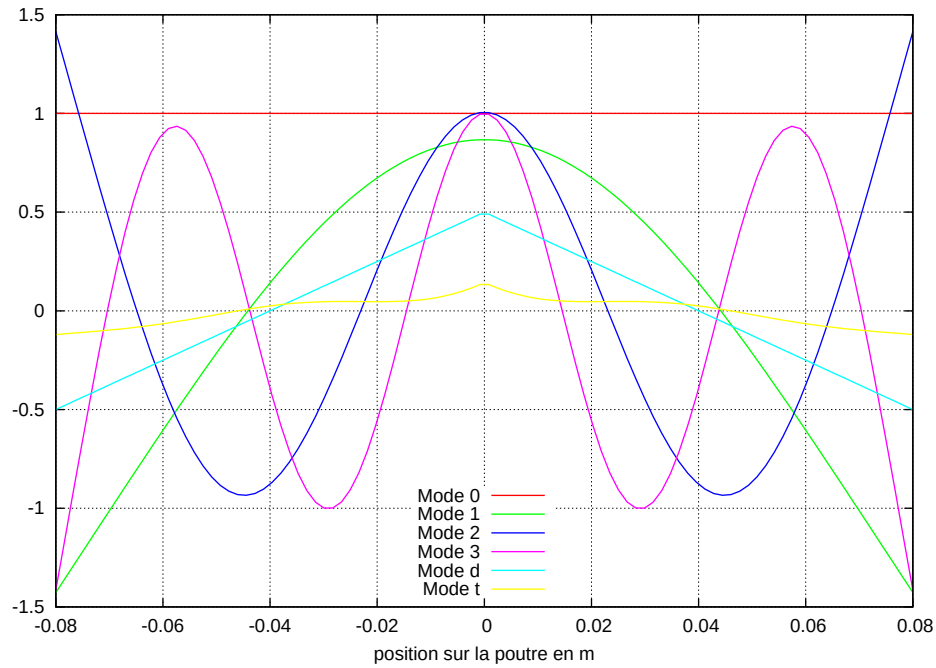


FIGURE 3.45 – Allure des modes de la poutre

avec, compte-tenu de la définition du mode supplémentaire (équation 3.88) :

$$\frac{\partial^2 \phi_t}{\partial x^2} = - \sum q_{dn} \frac{\partial^2 \phi_n}{\partial x^2} \quad (3.92)$$

ainsi, au final :

$$M_f(t) = EI \left(\sum_n (\psi_n(t) - q_{dn} \psi_t(t)) \left(\frac{\partial^2 \phi_n}{\partial x^2} \right)_0 \right) \quad (3.93)$$

Grâce à cette nouvelle expression du moment pour la poutre en dynamique, nous allons pouvoir tracer des profils moment-déformation et identifier les paramètres de nos modèles d'endommagement. Les figures (3.46) et (3.47) montrent différents profils moment-déformation. La prise en compte du mode supplémentaire montre bien le relâchement sur la valeur du moment généré par la fissuration.

Tout comme pour les paramètres statiques, ces profils permettent de déterminer les jeux de paramètres des modèles d'endommagement permettant de reproduire au mieux cette réponse. Les jeux de paramètres retenus sont répertoriés au sein du tableau (3.18).

Paramètre	m	n	$\dot{D}_{\text{inf}}$	c
Valeur : mortier	$10 \cdot 10^{-6}$	3	100000	0,5
Valeur : béton	$5 \cdot 10^{-6}$	3	500000	0,1

TABLE 3.18 – Valeurs déterminées pour les lois d'évolution de l'endommagement des modèles de Gatuingt et Allix-Deü

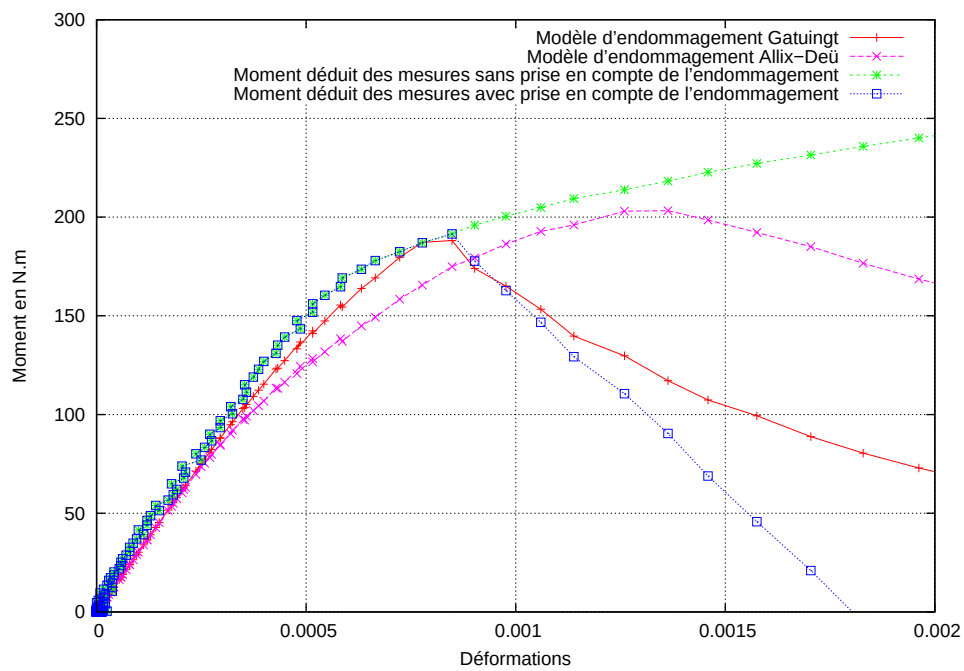


FIGURE 3.46 – Profils moments-déformations cas du mortier : essai 20140717-D-MO-3

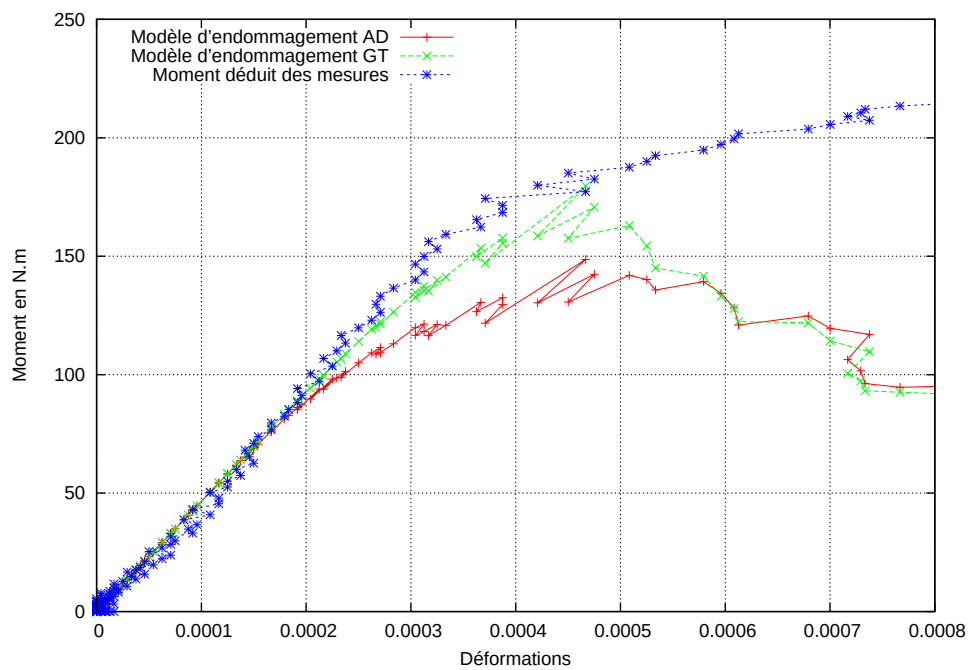


FIGURE 3.47 – Profils moments-déformations cas du béton : essai 20150703-D-BE-2

Au sein de la figure 3.46 on peut voir d'une part le profil moment-déformation déterminé à l'aide de l'analyse élastique (vert) et d'autre part ceux déduits des modèles d'endommagement (rouge et magenta). Le profil en bleu est celui déterminé avec la prise en compte de l'endommagement tel que décrit précédemment. Le mode d'endommagement est pris en compte uniquement lorsque la jauge nous indique la rupture, dans la première phase il s'agit donc du même calcul que celui présenté à la courbe verte. On remarque que la prise en compte de cet endommagement dans le calcul de la superposition modale nous permet de bien décrire le soulagement du moment. On peut observer que l'utilisation du modèle de Gatuingt nous permet de reproduire de manière très satisfaisante le profil moment-déformation. A l'inverse, avec le jeu de paramètres identifié, l'adéquation expérience-modèle est beaucoup moins satisfaisante tant pour la phase de durcissement que pour la phase d'adoucissement avec le modèle de Allix-Deü. Il convient de préciser que la très bonne adéquation observée n'est pas vérifiée pour tout les essais. Le plus souvent la prise en compte du mode supplémentaire n'est pas nécessaire.

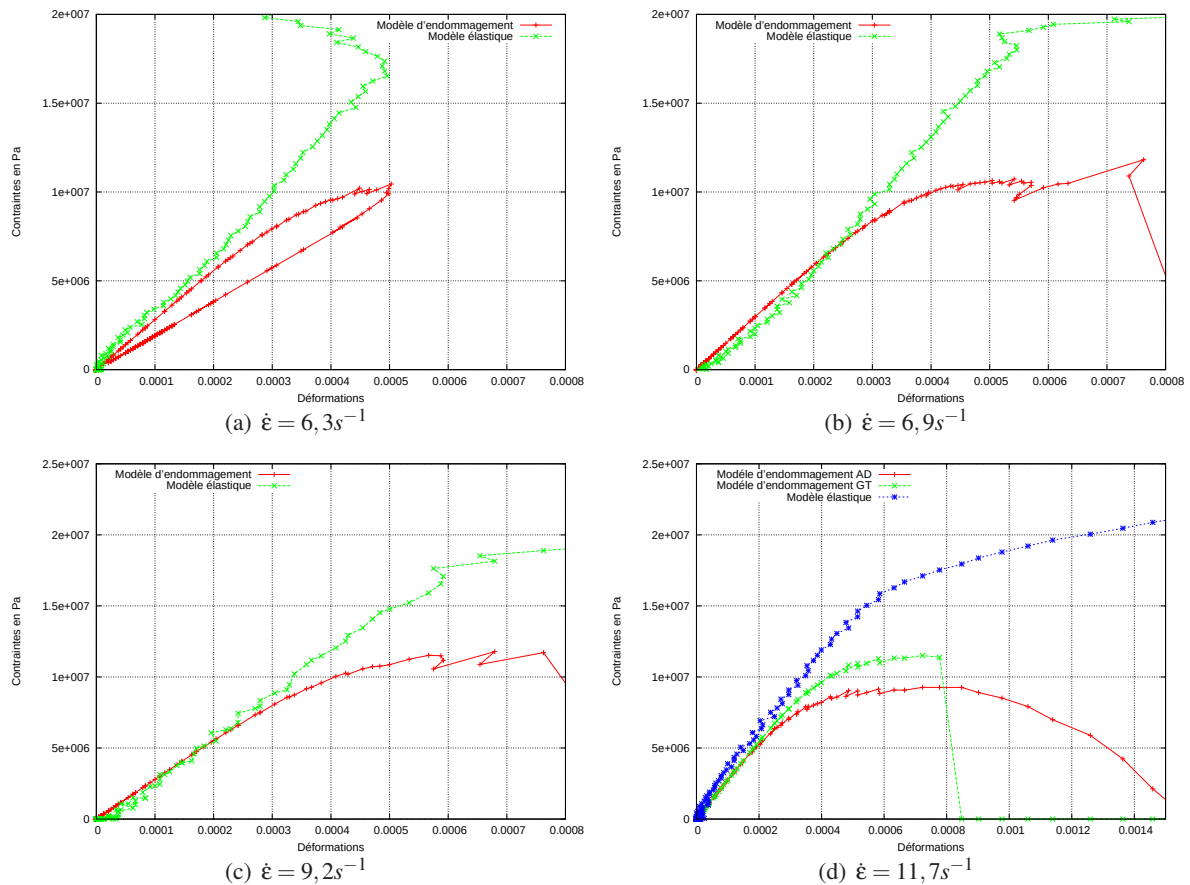


FIGURE 3.48 – Profils contraintes-déformations : cas du mortier

A partir des modèles d'endommagement, nous pouvons tracer de nouveaux profils de contraintes. Tout comme dans le cas statique, les contraintes atteintes lorsque l'on prend en compte l'endommagement sont beaucoup plus faibles que lorsque l'on fait une simple lecture de jauge ou un calcul élastique. Les différents profils de contraintes-déformations sont visibles au sein des figures (3.48(a)) à (3.51(d)).

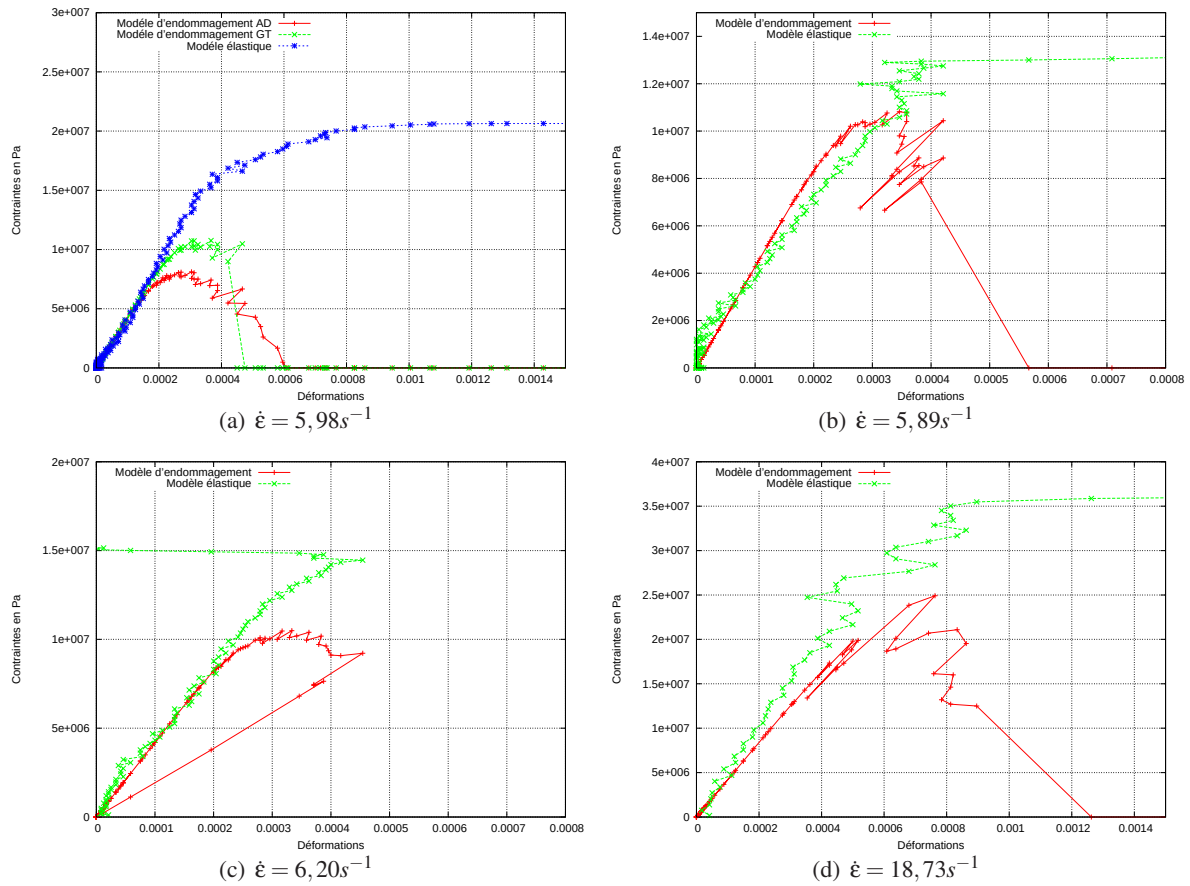


FIGURE 3.49 – Profils contraintes-déformations : cas du béton

Les figures suivantes montrent comme dans le cas statique l'évolution de la contrainte et de l'endommagement le long de la hauteur de notre éprouvette. Nous remarquons ici que l'endommagement à l'air plus prononcé dans le cas du mortier ($D \approx 0,4$) dans la fibre la plus tendue que dans le cas du béton ($D \approx 0,2$) à l'instant de la rupture ce qui est cohérent avec les observations réalisées en statique (cf. §3.1.3) sur le caractère plus fragile du mortier que du béton.

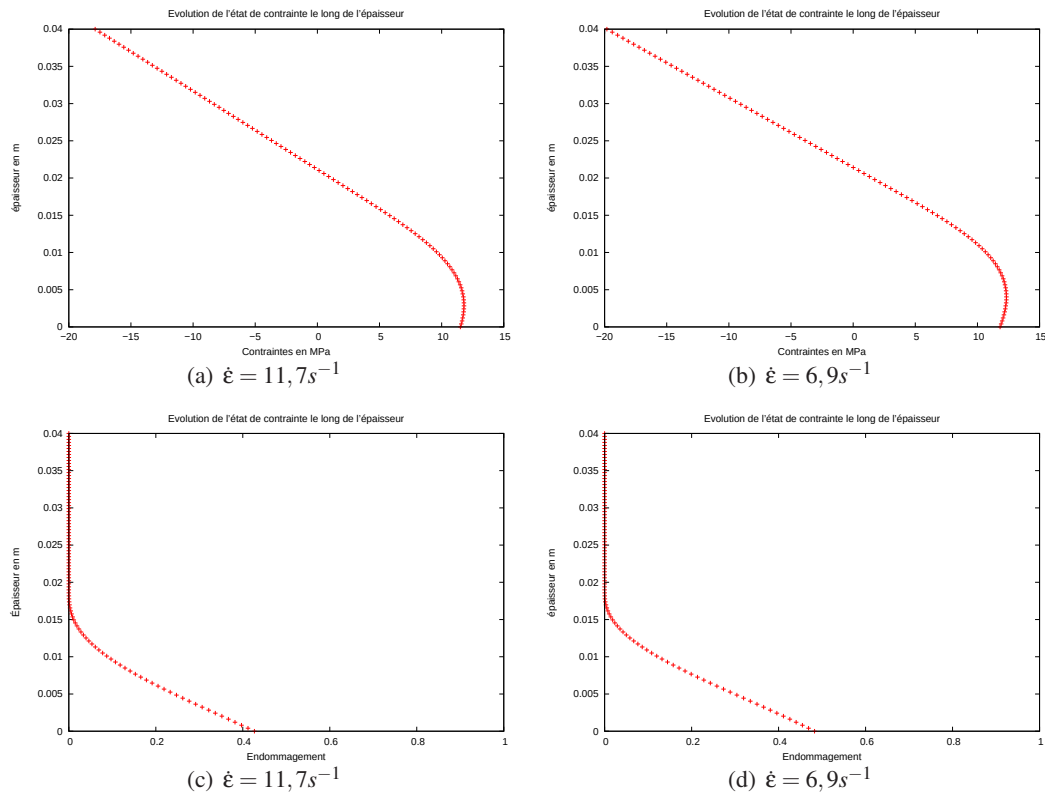


FIGURE 3.50 – Évolution le long de la hauteur des contraintes et de l'endommagement dans le cas du mortier

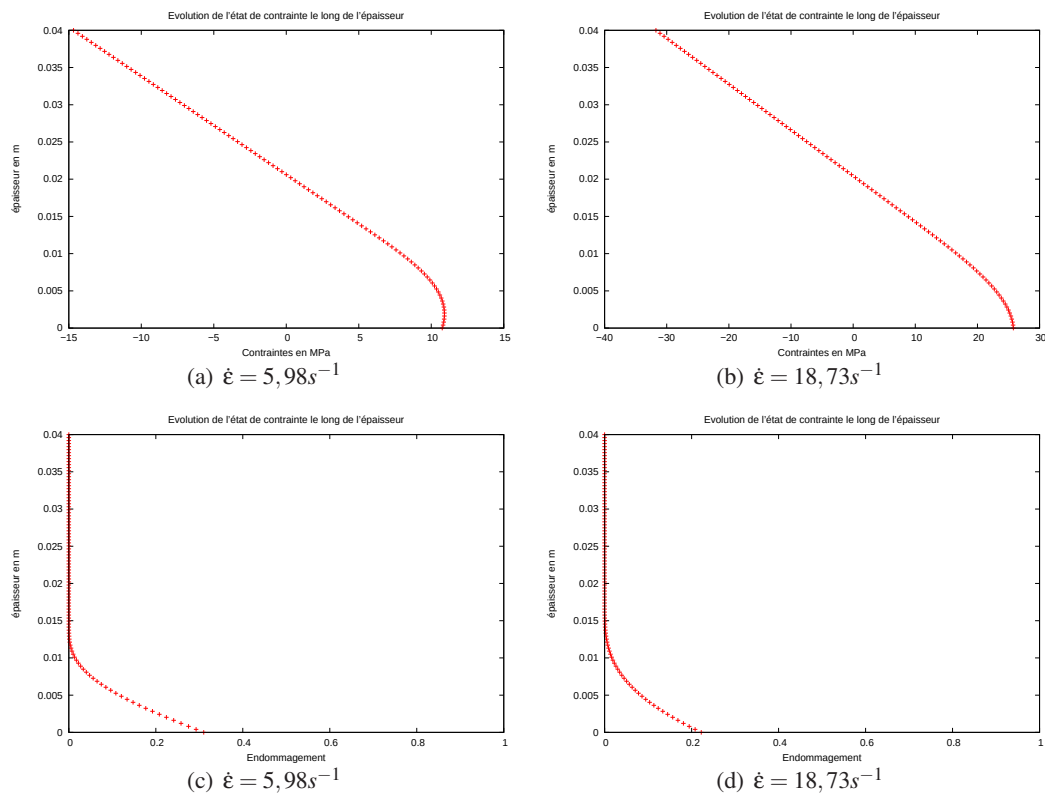


FIGURE 3.51 – Évolution le long de la hauteur des contraintes et de l'endommagement dans le cas du béton

Synthèse des essais dynamiques

Les figures (3.52 et 3.53) nous montrent l'évolution des contraintes déterminées dans la plage de vitesse de déformation de notre étude dynamique (i.e. $\dot{\epsilon} \in [1 : 20]s^{-1}$). Aucune des nos éprouvettes ne s'est rompue pour des vitesses inférieures à $4 s^{-1}$.

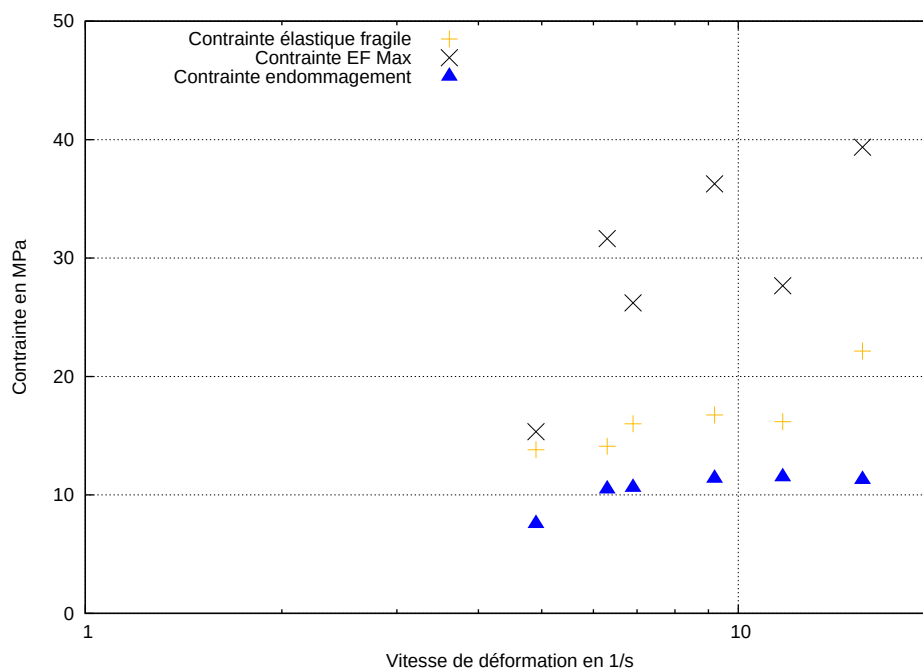


FIGURE 3.52 – Évolution de la contrainte à rupture en fonction de la vitesse de déformation : approche avec endommagement, cas du mortier

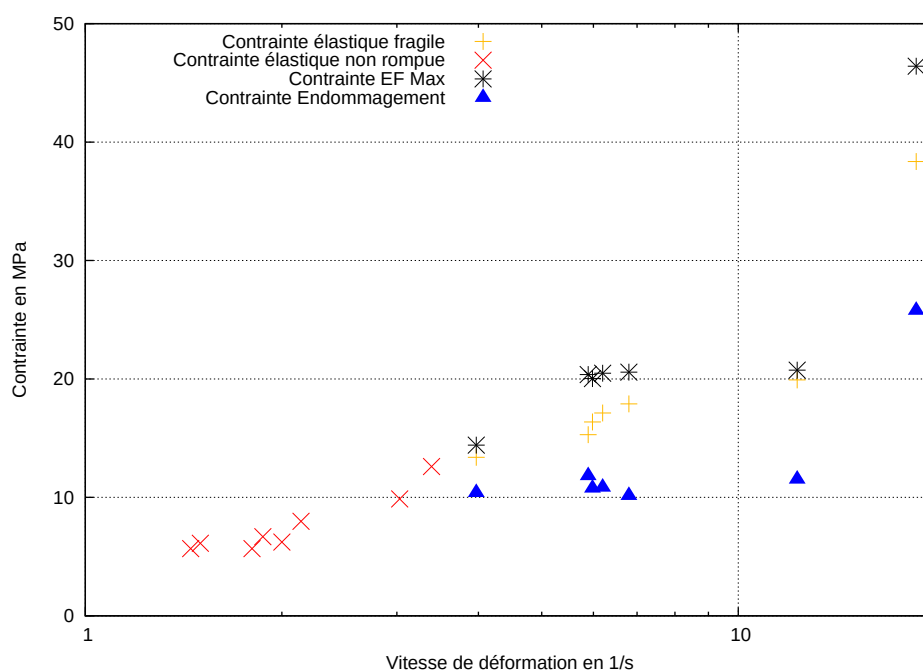


FIGURE 3.53 – Évolution de la contrainte à rupture en fonction de la vitesse de déformation : approche avec endommagement, cas du béton

Dans le cas du béton (cf. figure (3.53)) les points rouges correspondent aux contraintes atteintes lors d'essais n'ayant pas mené à la ruine des éprouvettes. Ainsi nous savons que pour ces vitesses de déformations, la contrainte de rupture est supérieure à cette valeur.

Pour le mortier comme pour le béton, la prise en compte de l'endommagement nous permet d'estimer une nouvelle contrainte à rupture légèrement supérieure à 10 MPa, cette valeur est très inférieure à la première estimation obtenue à l'aide de la lecture de jauge qui est de l'ordre de 15 MPa pour les deux matériaux.

N°essai	V_{impact} [m/s]	$\dot{\epsilon}$ [s^{-1}]	σ_{jauge} [MPa]	σ_{EF}^{MAX} [MPa]	σ_{endo} [MPa]
20140717-D-MO-1	11,9	4,9	13,81	15,34	07,56
20140717-D-MO-2	26,5	6,3	14,11	31,64	10,48
20140717-D-MO-3	40,3	11,7	16,19	27,66	11,51
20140717-D-MO-4	42,1	15,5	22,15	39,36	11,28
20141121-D-MO-1	23,2	6,9	16,01	26,21	10,62
20150107-D-MO-1	45,5	9,2	16,75	36,26	11,38

TABLE 3.19 – Synthèse des essais dynamiques : mortier

N°essai	V_{impact} [m/s]	$\dot{\epsilon}$ [s^{-1}]	σ_{jauge} [MPa]	σ_{EF}^{MAX} [MPa]	σ_{endo} [MPa]
20150703-D-BE-1	/	12,31	20,80	19,92	11,52
20150703-D-BE-2	/	5,98	16,37	20,03	10,76
20150703-D-BE-4	27,26	5,89	15,30	20,37	11,81
20150703-D-BE-5	26,34	6,80	17,90	20,57	10,14
20150716-D-BE-1	/	6,20	17,13	20,48	10,84
20150716-D-BE-10	18,24	3,97	13,38	14,41	10,39
20150924-D-BE-2	49,86	18,73	37,93	46,41	25,78

TABLE 3.20 – Synthèse des essais dynamiques : béton

3.3 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons mis en avant que l'analyse élastique fragile des géo-matériaux que sont le mortier et le béton est un peu simpliste. En effet les contraintes à ruptures déterminées de cette manière sont environ 30 % plus grandes que celles déterminées avec la prise en compte de l'endommagement dans le cas statique. Dans le cas dynamique la différence entre l'analyse fragile et celle avec l'endommagement est encore plus importante avec une contrainte à rupture allant jusqu'à 70 % de plus que celle déduite de l'analyse prenant en compte l'endommagement.

Nous avons dans ce cadre mis en place de nouveaux outils afin d'estimer au mieux l'instant de rupture de nos échantillons, à l'aide de la caméra rapide alliée à la mesure de champs nous avons été capable de prédire avec une grande précision l'instant de rupture, nos résultats étant confirmés par des jauges de déformations.

Afin de conclure cette étude nous verrons dans le chapitre suivant qui servira de conclusion quel est l'impact des différentes approches sur le facteur d'impact dynamique, et quelles sont les perspectives à donner à ce travail.

Synthèse et conclusion

Afin de conclure ce mémoire, nous reviendrons dans un premier temps sur le facteur d'accroissement dynamique, ce dernier nous permettra de mieux de qualifier l'évolution de la contrainte en rupture en fonction de la vitesse de déformation. Ceci nous permet de comparer nos résultats avec ceux d'essais légèrement différents. Puis nous reviendrons sur les différents problèmes expérimentaux soulevés lors de ce travail. Nous rappellerons les différentes solutions apportées. Enfin nous évoquerons les perspectives qu'ouvre ce travail .

Facteur d'amplification dynamique

Afin de comparer nos essais à ceux de la littérature évoqués dans le premier chapitre, nous allons suivre l'évolution du facteur d'amplification dynamique. Ce dernier est défini comme le rapport entre la contrainte de rupture pour différentes vitesses de déformation et la contrainte à rupture statique. En effet, la plupart des essais de traction dynamique ne sont pas des essais de flexion et donc nous ne pouvons pas comparer directement les contraintes à rupture obtenues. C'est entre autre pour cela qu'il est intéressant de passer par ce facteur d'impact.

Nous pouvons considérer trois contraintes remarquables en statique. La première est la valeur à rupture "traditionnelle" issue d'un calcul en théorie des poutres définie par $\sigma_{RDM} = \frac{3}{2} \frac{Fl}{e^3}$, la seconde est la limite d'élasticité à $5 \mu def$ et enfin la contrainte à rupture déterminée avec la prise en compte de l'endommagement.

De la même manière, en dynamique nous pouvons définir deux contraintes remarquables, la première définie à l'aide la lecture de la jauge qui nous indique une contrainte à rupture élastique ainsi que la contrainte à rupture définie avec la prise en compte de l'endommagement.

Ainsi il est possible de définir deux facteur d'amplification dynamique. Un considérant une analyse purement élastique et l'autre prenant en compte l'endommagement du matériau avant la rupture.

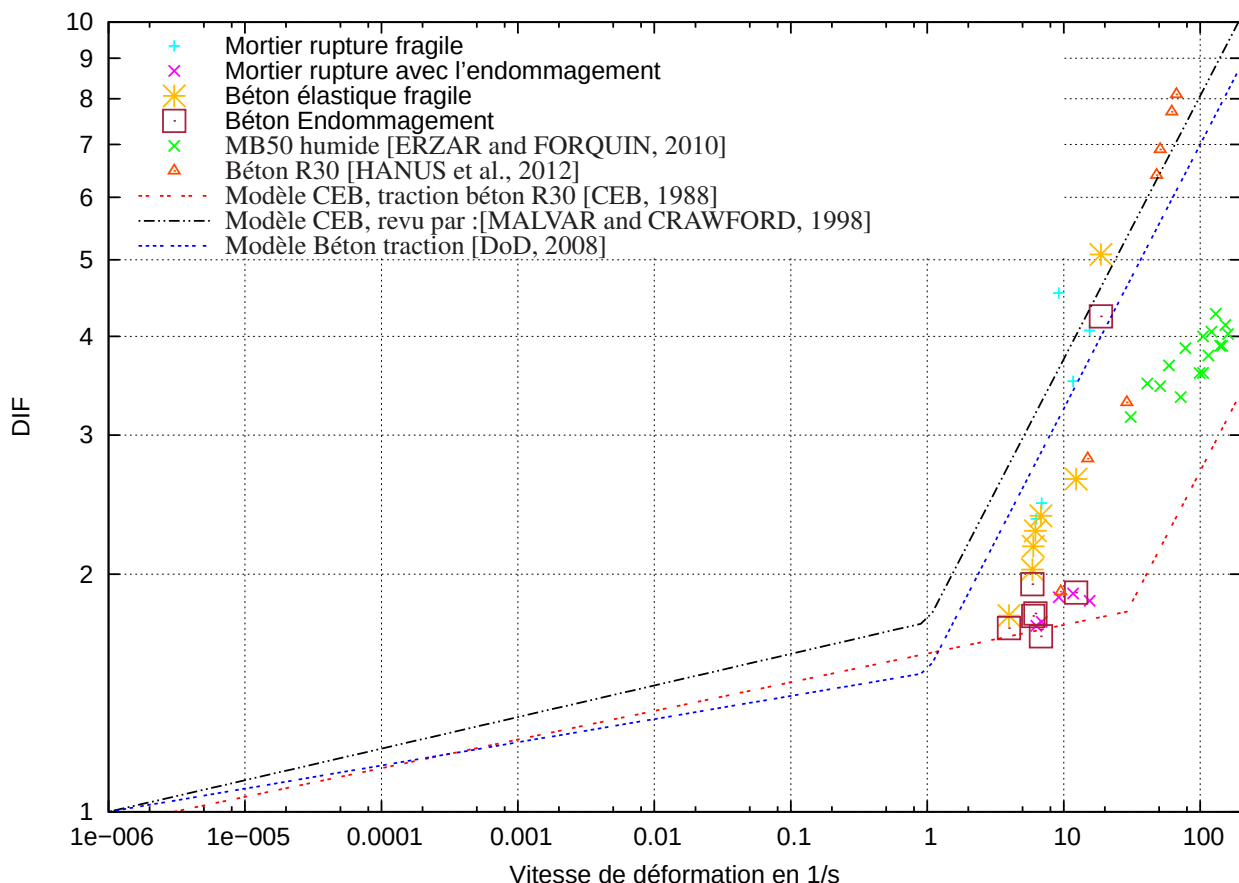


FIGURE 3.54 – Facteur d'amplification dynamique en fonction de la vitesse de déformation pour la traction

La première remarque que l'on peut faire est que la prise en compte de l'endommagement permet d'obtenir un facteur d'amplification dynamique plus faible. En effet ce dernier est compris entre 2 et 3 avec une analyse fragile et entre 1,5 et 2 avec une analyse prenant en compte l'endommagement.

Maintenant, si on compare nos essais aux modèles en vigueur, on remarque que dans le cadre de la rupture fragile du béton nos essais sont cohérents avec les modèles d'évolution du facteur d'amplification les plus récents. Ces derniers prévoient un facteur d'impact compris entre 2 et 4 pour la plage de nos essais ($\varepsilon \in [1 : 20]$). Tandis que lorsqu'on considère l'endommagement pour déterminer la contrainte à rupture nos essais sont plus en adéquation avec les prédictions du CEB. Concernant des travaux similaires et récents, l'analyse fragile sur le béton vient compléter les essais de [HANUS et al., 2012] réalisés avec des barres en aluminium.

Au vu de ces résultats le fait de considérer un important accroissement de la contrainte à rupture à partir d'une vitesse de déformation de 1 s^{-1} , comme proposé par Malvar et l'UFC, semble inadéquate. Ce postulat repose sur la synthèse brut de nombreux essais de la littérature. Nous avons mis en avant dans ce travail la difficulté de déterminer correctement la contrainte à rupture lors des essais de traction directe ou indirecte. Ainsi, on peut se poser la question de savoir si la modélisation de Malvar n'est pas basée sur des essais avec une analyse incorrecte.

Avancées expérimentales

Lors de nos essais, nous avons mis en avant un problème d'interface lors de l'utilisation de barres de Hopkinson en nylon avec des éprouvettes en béton. Afin de résoudre ce problème, une amélioration de l'interface a été proposée. Pour ce faire, un joint de scellement a été disposé entre l'éprouvette et les barres. Le joint de ciment ayant l'avantage d'avoir un comportement, donc une impédance voisine de celle des matériaux testés, a été sélectionné. Néanmoins malgré une amélioration notable du système cette nouvelle interface n'a pas permis d'éliminer systématiquement le problème de détermination de la vitesse entrante.

Une solution a été trouvée grâce à l'utilisation de la caméra rapide qui nous a permis de mesurer de manière précise le déplacement de l'éprouvette, et ainsi de récupérer le déplacement à proximité de l'interface entre la barre entrante et l'échantillon. Néanmoins le déplacement est acquis avec une fréquence plus faible (75 kHz contre 1 Mhz), et il est plus bruité. Une interpolation de ce déplacement a donc été retenue pour nos utilisations. Un autre problème rencontré a été la sensibilité des capteurs photographiques à leur environnement immédiat. Ainsi, l'utilisation d'un appareil photographique reflex professionnel, avec l'impossibilité de maintenir le miroir relevé crée des perturbations qui augmentent le bruit lors de la mesure de champs et ainsi rendent impossible la lecture de très faibles déplacements comme ceux observés à la rupture pour des géomatériaux.

Perspectives

Afin de compléter cette étude, il serait intéressant d'approfondir le comportement de ces matériaux pour des vitesses de déformation comprises entre 1 et 5 s^{-1} . Pour cela, les barres de Hopkinson en nylon de 3 mètres ne sont pas adaptées. En effet lorsque ces vitesses sont atteintes avec notre dispositif l'effort apporté n'est pas suffisant pour mener à la ruine les éprouvettes. Deux solutions peuvent être envisagées, la première consiste à utiliser des barres plus longues alliées à un 'pulse shaper' afin d'adoucir la montée en effort. En effet avec des barres de trois mètres l'utilisation d'un 'pulse shaper' ne permet plus de distinguer les ondes incidentes et réfléchies. La seconde serait d'utiliser d'autres machines d'essais tels que des presses hydrauliques adaptées à la flexion.

Bibliographie

- [AFNOR, 2001a] AFNOR (2001a). *NF EN 12350-2 Essai pour béton frais, Partie 2 : Essai d'affaissement*.
- [AFNOR, 2001b] AFNOR (2001b). *NF EN 12390-1 Essai pour béton durci, Partie 1 : Forme, dimensions et autres exigences relatives aux éprouvettes et aux moules*.
- [AFNOR, 2001c] AFNOR (2001c). *NF EN 12390-2 Essai pour béton durci, Partie 2 : Confection et conservation des éprouvettes pour essais de résistance*.
- [AFNOR, 2001d] AFNOR (2001d). *NF EN 12390-3 Essai pour béton durci, Partie 3 : Résistance en compression des éprouvettes*.
- [AFNOR, 2001e] AFNOR (2001e). *NF EN 12390-4 Essai pour béton durci, Partie 4 : Résistance en compression - Caractéristique des machines d'essai*.
- [AFNOR, 2001f] AFNOR (2001f). *NF EN 12390-5 Essai pour béton durci, Partie 5 : Résistance à la flexion sur éprouvettes*.
- [AFNOR, 2001g] AFNOR (2001g). *NF EN 12390-6 Essai pour béton durci, Partie 6 : Résistance à la traction par fendage d'éprouvettes*.
- [AFNOR, 2003] AFNOR (2003). *NF EN 1008 Eau de gâchage pour bétons - Spécifications d'échantillonnage, d'essais et d'évaluation de l'aptitude à l'emploi, y compris les eaux des processus de l'industrie du béton, telle que l'eau de gâchage pour béton*.
- [AFNOR, 2004] AFNOR (2004). *NF EN 14146 Méthode d'essai pour pierres naturelles - Détermination du module d'élasticité dynamique (par la mesure de la fréquence de résonance fondamentale)*.
- [ALLIX and DEÛ, 1997] ALLIX, O. and DEÛ, J.-F. (1997). Delayed-damage modelling for fracture prediction of laminated composites under dynamic loading. *Engineering Transactions/Rozprawy Inzynierskie*, 45(1) :29–46.
- [ANDRIEUX and ABDA, 1993] ANDRIEUX, S. and ABDA, A. B. (1993). The reciprocity gap : a general concept for flaws identification problems. *Mechanics Research Communications*, 20(5) :415 – 420.
- [AVRIL et al., 2008] AVRIL, S., BONNET, M., BRETTELLE, A.-S., GRÉDIAC, M., HILD, F., IENNY, P., LATOURTE, F., LEMOSSE, D., PAGANO, S., PAGNACCO, E., and PIERRON, F. (2008). Overview of identification methods of mechanical parameters based on full-field measurements. *Experimental Mechanics*, 48(4) :381–402.
- [BAILLY, 1994] BAILLY, P. (1994). Présentation d'un banc d'essai dynamique de matériaux et de structures : exemple d'application à l'étude des structures en mortier. *Materials and Structures*, 27 :452–459.
- [BEINISH, 2000] BEINISH, H. (2000). *Éprouvettes en béton : leurs essais*. CERIB.
- [BELENKY and RITTEL, 2011] BELENKY, A. and RITTEL, D. (2011). A Simple Methodology to Measure the Dynamic Flexural Strength of Brittle Materials. *Experimental Mechanics*, 51(8) :1325–1334.
- [BESNARD et al., 2006] BESNARD, G., HILD, F., and ROUX, S. (2006). "finite-element" displacement fields analysis from digital images : Application to portevin-le châtelier bands. *Experimental Mechanics*, 46(6) :789–803.

- [BISCHOFF and PERRY, 1991] BISCHOFF, P. and PERRY, S. (1991). Compressive behaviour of concrete at high strain rates. *Materials and Structures*, 24 :425–450.
- [BORNERT et al., 2009] BORNERT, M., BRÉMAND, F., DOUMALIN, P., DUPRÉ, J.-C., FAZZINI, M., GRÉDIAC, M., HILD, F., MISTOU, S., MOLIMARD, J., ORTEU, J.-J., ROBERT, L., SURREL, Y., VACHER, P., and WATTRISSE, B. (2009). Assessment of digital image correlation measurement errors : Methodology and results. *Experimental Mechanics*, 49(3) :353–370.
- [BOTTONI, 2009] BOTTONI, M. (2009). *Code_Aster : Modèle d'endommagement de Mazars*.
- [BRARA et al., 2001] BRARA, A., Camborde, F., KLEPACZKO, J. R., and Mariotti, C. (2001). Experimental and numerical study of concrete at high strain rates in tension. *Mechanics of Materials*, 33(1) :33 – 45.
- [BRARA and KLEPACZKO, 2007] BRARA, A. and KLEPACZKO, J. R. (2007). Fracture energy of concrete at high loading rates in tension. *International Journal of Impact Engineering*, 34(3) :424 – 435.
- [CADONI et al., 2001] CADONI, E., LABIBES, K., ALBERTINI, C., BERRA, M., and GIANGRASSO, M. (2001). Strain-rate effect on the tensile behaviour of concrete at different relative humidity levels. *Materials and Structures*, 34 :21–26.
- [CALONIUS et al., 2009] CALONIUS, K., HAKOLA, I., KUUTTI, J., MARTIKAINEN, H., SAARENHIMO, A., and TUOMALA, M. (2009). Impact tests : Test facilities and application methods, part 2. Technical report.
- [CARO-BRETELLE et al., 2011] CARO-BRETELLE, A.-S., PAGNACCO, E., and IENNY, P. (2011). *Identification de paramètres à partir de mesures de champs mécaniques par recalage de modèles éléments finis*.
- [Cast3M, 2014] Cast3M (2014). Code de calcul pour l'analyse de structures par la méthode des éléments finis. <http://www-cast3m.cea.fr/>.
- [CEB, 1988] CEB, C. e.-i. d. b. (1988). *Concrete structures under impact and impulsive loading : synthesis report*. Bulletin d'information / CEB.
- [CEB, 1993] CEB, C. e.-i. d. b. (1993). *CEB-FIP model code 1990 : design code*. T. Telford, London.
- [CHAMBART, 2009] CHAMBART, M. (2009). *Endommagement anisotropique et comportement dynamique des structures en béton armé jusqu'à la ruine*. Thèse de doctorat, ENS Cachan.
- [CHEN et al., 2014] CHEN, J. J., GUO, B. Q., LIU, H. B., LIU, H., and CHEN, P. W. (2014). Dynamic brazilian test of brittle materials using the split hopkinson pressure bar and digital image correlation. *Strain*, 50(6) :563–570.
- [CHOI and SHAH, 1997] CHOI, S. and SHAH, S. (1997). Measurement of deformations on concrete subjected to compression using image correlation. *Experimental Mechanics*, 37(3) :307–313.
- [CLAIRE et al., 2004] CLAIRE, D., HILD, F., and ROUX, S. (2004). A finite element formulation to identify damage fields : the equilibrium gap method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 61(2) :189–208.
- [CONSTANTINESCU, 2006] CONSTANTINESCU, A. (2006). *Analyse des solides déformables par la méthode des éléments finis*, chapter Mise en oeuvre des concepts dans l'environnement Cast3M. Mécanique. Éditions de l'École polytechnique ; Diffusion, Ellipses, Palaiseau : [Paris].
- [CRAMMOND et al., 2013] CRAMMOND, G., BOYD, S., and DULIEU-BARTON, J. (2013). Speckle pattern quality assessment for digital image correlation. *Optics and Lasers in Engineering*, 51(12) :1368–1378.
- [DELVARE et al., 2010] DELVARE, F., HANUS, J.-L., and BAILLY, P. (2010). A non-equilibrium approach to processing hopkinson bar bending test data : Application to quasi-brittle materials. *International Journal of Impact Engineering*, 37(12) :1170–1179.
- [DENOUAL and HILD, 2000] DENOUAL, C. and HILD, F. (2000). A damage model for the dynamic fragmentation of brittle solids. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 183(3–4) :247 – 258.

- [DoD, 2008] DoD, U. (2008). Structures to resist the effects of accidental explosions. us dod, washington, dc, usa. Technical report, UFC 3-340-02.
- [DUBÉ et al., 1997] DUBÉ, J., KANJI NANJI, A., and WIELGOSZ, C. (1997). Comportement du béton en dynamique rapide. *Journal de Physique IV*, 07(C3) :C3-505-C3-509.
- [DURAND, 2009] DURAND, B. (2009). Modélisation du comportement dynamique de poutres soumises à un impact. Master's thesis, ENSMA.
- [ERZAR, 2010] ERZAR, B. (2010). *Écaillage, cratérisation et comportement en traction dynamique de béton sous impact : approches expérimentale et modélisation*. Thèse de doctorat, Université Paul Verlaine - Metz.
- [ERZAR and FORQUIN, 2010] ERZAR, B. and FORQUIN, P. (2010). An experimental method to determine the tensile strength of concrete at high rates of strain. *Experimental Mechanics*, 50(7) :941-955.
- [FREUND, 1972] FREUND, L. (1972). Crack propagation in an elastic solid subjected to general loading at a constant rate of extension. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 20(3) :129 - 140.
- [GAJEWSKI and GARBOWSKI, 2014] GAJEWSKI, T. and GARBOWSKI, T. (2014). Calibration of concrete parameters based on digital image correlation and inverse analysis. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, 14(1) :170 - 180.
- [GARY et al., 1991] GARY, G., KLEPACZKO, J. R., and ZHAO, H. (1991). Correction de dispersion pour l'analyse des petites déformations aux barres de hopkinson. *Le Journal de Physique IV*, 01(C3) :C3-403-C3-410.
- [GATUINGT, 1999] GATUINGT, F. (1999). *Prévision de la rupture des ouvrages en béton sollicités en dynamique rapide*. Thèse de doctorat, École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan.
- [GEORGIN and REYNOUARD, 2001] GEORGIN, J. and REYNOUARD, J.-M. (2001). Modeling of structures subjected to impact : concrete behaviour under high strain rate. *Cement and Concrete Composites*, 25 :131-143.
- [GEORGIN et al., 2005] GEORGIN, J.-F., HAIDAR, K., PIJAUDIER-CABOT, G., and REYNOUARD, J.-M. (2005). *Comportement mécanique du Béton*, chapter Modélisation du comportement macroscopique des bétons.
- [GRÉDIAC, 1989] GRÉDIAC, M. (1989). Principe des travaux virtuels et identification. *Comptes rendus de l'Académie des sciences. Série 2, Mécanique, Physique, Chimie, Sciences de l'univers, Sciences de la Terre*, 309(1) :1-5.
- [HADAMARD, 1932] HADAMARD, J. (1932). *Le Problème de Cauchy et les Équations aux Dérivées Partielles Linéaires Hyperboliques*.
- [HAN and CHEN, 1985] HAN, D. and CHEN, W. (1985). A nonuniform hardening plasticity model for concrete materials. *Mechanics of Materials*, 4(3-4) :283 - 302.
- [HANUS et al., 2010] HANUS, J.-L., BAROTH, J., RODRIGUEZ ALANIS, J., PONTIROLI, C., MALÉCOT, Y., and DAUDEVILLE, L. (2010). Concrete behaviour under extreme loading situations. In *39th ESReDA Seminar on Challenges in Structural Safety and Risk Analysis*.
- [HANUS et al., 2012] HANUS, J.-L., MAGNAIN, B., DURAND, B., ALANIS-RODRIGUEZ, J., and BAILLY, P. (2012). Processing dynamic split hopkinson three-point bending test with normalized specimen of quasi-brittle material. *Mechanics & Industry*, 13 :381-393.
- [HILD and ROUX, 2008] HILD, F. and ROUX, S. (2008). Correli q4 a software for "finite-element" displacement field measurements by digital image correlation. Technical report.
- [HILD and ROUX, 2012] HILD, F. and ROUX, S. (2012). Comparison of local and global approaches to digital image correlation. *Experimental Mechanics*, 52(9) :1503-1519.
- [HOLMQUIST TJ, 1993] HOLMQUIST TJ, JOHNSON GR, C. W. (1993). A computational constitutive model for concrete subjected to large strains, high strain rates and high pressures. In *14th international symposium on Ballistics, Quebec, Canada*, page 591 - 600.

- [HONDROS, 1959] HONDROS, G. (1959). The evaluation of poisson's ratio and the modulus of materials of a low tensile resistance by the brazilian (indirect tensile) test with particular reference to concrete. *Australian Journal of Applied Science*, 10(3) :243–268.
- [HOPKINSON, 1914] HOPKINSON, B. (1914). A method of measuring the pressure produced in the detonation of high explosives or by the impact of bullets. 213(497) :437–456.
- [JOHNSON, 1987] JOHNSON, K. L. (1987). *Contact mechanics*. Cambridge university press.
- [JONAS et al., 1979] JONAS, W., MESCHKAT, R., RIECH, H., and RÜDIGER, E. (1979). Experimental investigations to determine the kinetic ultimate bearing capacity of reinforced concrete slabs subject to deformable missiles. In *Structural mechanics in reactor technology. Transactions. Vol. J*.
- [KANNINEN and POPELAR, 1985] KANNINEN, M. and POPELAR, C. (1985). Advanced fracture mechanics. *New York*.
- [KAVANAGH and CLOUGH, 1971] KAVANAGH, K. T. and CLOUGH, R. W. (1971). Finite element applications in the characterization of elastic solids. *Int. J. Solids Structures*, 7 :11–23.
- [KLEPACZKO and BRARA, 2001] KLEPACZKO, J. R. and BRARA, A. (2001). An experimental method for dynamic tensile testing of concrete by spalling. *International Journal of Impact Engineering*.
- [KOECHLIN, 2007] KOECHLIN, P. (2007). *Modèle de comportement membrane-flexion et critère de perforation pour l'analyse de structures minces en béton armé sous choc mou*. Thèse de doctorat, Université Paris VI.
- [KOLSKY, 1949] KOLSKY, H. (1949). An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of loading. 62(11) :676–700.
- [KOZICKI and TEJCHMAN, 2007] KOZICKI, J. and TEJCHMAN, J. (2007). Experimental investigations of strain localization in concrete using digital image correlation (dic) technique. *Archives of Hydro-Engineering and Environmental Mechanics*, 54(1) :3–24.
- [LA BORDERIE, 1991] LA BORDERIE, C. (1991). *Phénomènes unilatéraux dans un matériau endommageable : modélisation et application à l'analyse de structures en béton*. Thèse de doctorat, École Nationale des Ponts et Chaussées.
- [LAMON, 2007] LAMON, J. (2007). *Mécanique de la rupture fragile et de l'endommagement : approches statistiques et probabilistes*. Hermes science : Lavoisier, Paris.
- [LAWLER and SHAH, 2002] LAWLER, J. and SHAH, S. (2002). Fracture processes of quasi-brittle materials studied with digital image correlation. In Gdoutos, E., editor, *Recent Advances in Experimental Mechanics*, pages 335–344. Springer Netherlands.
- [LEMAITRE, 1984] LEMAITRE, J. (1984). How to use damage mechanics. *Nuclear Engineering and Design*, 80(2) :233 – 245. 4th Special Issue on Smirt-7.
- [LEPLAY et al., 2010] LEPLAY, P., RÉTHORÉ, J., MEILLE, S., and BAIETTO, M.-C. (2010). Damage law identification of a quasi brittle ceramic from a bending test using digital image correlation. *Journal of the European Ceramic Society*, 30(13) :2715 – 2725.
- [LI and WONG, 2013] LI, D. and WONG, L. N. Y. (2013). The brazilian disc test for rock mechanics applications : Review and new insights. *Rock Mech Rock Eng*.
- [LI et al., 2005] LI, Q., REID, S., WEN, H., and TELFORD, A. (2005). Local impact effects of hard missiles on concrete targets. *International Journal of Impact Engineering*.
- [LOMBARD and GATUINGT, 2013] LOMBARD, B. and GATUINGT, F. (2013). Analyse par corrélation d'images d'essais d'impact sur poutres en béton armé. In *31 èmes Rencontres de l'AUGC, E.N.S. Cachan*.
- [LUBLINER et al., 1989] LUBLINER, J., OLIVER, J., OLLER, S., and NATE, E. O. (1989). A plastic-damage model for concrete. *International Journal of Solids and Structures*, 25(3) :299 – 326.

- [MALVAR and CRAWFORD, 1998] MALVAR, L. J. and CRAWFORD, J. E. (1998). Dynamic increase factors for concrete. Technical report, DTIC Document.
- [MARTIN et al., 2012] MARTIN, O., CENTRO, V., and SCHWOERTZIG, T. (2012). Finite element analysis on the meppen-ii-4 slab test. *Nuclear Engineering and Design*, 247 :1 – 10.
- [MASSON, 1998] MASSON, F. (1998). Explosion d'un silo de céréales blaye (33), rapport de synth ?se. Technical report.
- [MAZARS, 1984] MAZARS, J. (1984). *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure*. Thèse de doctorat, Université Paris VI.
- [MAZARS et al., 2002] MAZARS, J., KOTRONIS, P., and DAVENNE, L. (2002). A new modelling strategy for the behaviour of shear walls under dynamic loading. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 31(4) :937–954.
- [Michel BORNERT and ROUX, 2011] Michel BORNERT, J.-J. O. and ROUX, S. (2011). *Mesures de champs et identification en mécanique des solides*, chapter Corrélation d'images. Lavoisier.
- [MORESTIN et al., 2009] MORESTIN, F., TOUCHAL, S., VACHER, P., DUMOULIN, S., and DEPALLE, B. (2009). *Icasoft Help system*. <http://icasoft.insa-lyon.fr/help/>.
- [OWEN and HINTON, 1986] OWEN, D. R. J. and HINTON, E. (1986). *Finite Elements in Plasticity - Theory and Practice*. Pineridge Press, Swansea.
- [PAN et al., 2010] PAN, B., LU, Z., and XIE, H. (2010). Mean intensity gradient : An effective global parameter for quality assessment of the speckle patterns used in digital image correlation. *Optics and Lasers in Engineering*, 48(4) :469–477.
- [PARIS, 2007] PARIS, L. (2007). Comportement des structures soumises à des projectiles. *Techniques de l'ingénieur*.
- [PIERRON et al., 2011] PIERRON, F., SUTTON, M. A., and TIWARI, V. (2011). Ultra high speed dic and virtual fields method analysis of a three point bending impact test on an aluminium bar. *Experimental Mechanics*, 51(4) :537–563.
- [POLANCO-LORIA et al., 2008] POLANCO-LORIA, M., HOPPERSTAD, O., BORVIK, T., and BERSTAD, T. (2008). Numerical predictions of ballistic limits for concrete slabs using a modified version of the {HJC} concrete model. *International Journal of Impact Engineering*, 35(5) :290 – 303.
- [POPOVICS, 1992] POPOVICS, S. (1992). 7 - mineral aggregates - general. In *Concrete Materials (Second Edition)*, pages 274–286. William Andrew Publishing, Oxford, second edition.
- [PUYO-PAIN et al., 2005] PUYO-PAIN, M., LAMON, J., and HILD, F. (2005). Méthodes de mesures de champs et d'identification des propriétés élastiques par corrélation d'images numériques. application à l'étude d'un joint de brasure céramique. *Revue des Composites et des Matériaux Avancés*, 15(1) :19–31.
- [REINHARDT et al., 1986] REINHARDT, H. W., KÖRMELING, H. A., and ZIELINSKI, A. (1986). The split hopkinson bar, a versatile tool for the impact testing of concrete. *Méthodes Expérimentales et Appareillage*.
- [ROBERT et al., 2007] ROBERT, L., NAZARET, F., CUTARD, T., and ORTEU, J.-J. (2007). Use of 3-d digital image correlation to characterize the mechanical behavior of a fiber reinforced refractory castable. *Experimental Mechanics*, 47(6) :761–773.
- [ROSSI, 1991] ROSSI, P. (1991). A physical phenomenon which can explain the mechanical behaviour of concrete under high strain rates. *Materials and Structures*, 24 :422–424.
- [ROSSI, 1997] ROSSI, P. (1997). Strain rate effects in concrete structures : the lcpc experience. *Materials and Structures*, pages p.54–62.
- [ROSSI et al., 1992] ROSSI, P., van Mier, J., Boulay, C., and Le Maou, F. (1992). The dynamic behaviour of concrete : influence of free water. *Materials and Structures*, 25(9) :509–514.

- [RÜDIGER and RIECH, 1983] RÜDIGER, E. and RIECH, H. (1983). Experimental and theoretical investigations on the impact of deformable missiles onto reinforced concrete slabs. In *Transactions of the 7. international conference on structural mechanics in reactor technology. Vol. J.*
- [SCHENKER et al., 2008] SCHENKER, A., ANTEBY, I., GAL, E., and KIVITY, Y. (2008). Full-scale field tests of concrete slabs subjected to blast loads. *International Journal of Impact Engineering*, 35 :184–198.
- [SCHULER et al., 2006] SCHULER, H., MAYRHOFFER, C., and THOMA, K. (2006). Spall experiments for the measurement of the tensile strength and fracture energy of concrete at high strain rates. *International Journal of Impact Engineering*, 32(10) :1635 – 1650.
- [SKARZYNSKI et al., 2013] SKARZYNSKI, L., KOZICKI, J., and TEJCHMAN, J. (2013). Application of DIC technique to concrete—study on objectivity of measured surface displacements. *Experimental Mechanics*, 53(9) :1545–1559.
- [SKARZYNSKI et al., 2011] SKARZYNSKI, L., SYROKA, E., and TEJCHMAN, J. (2011). Measurements and calculations of the width of the fracture process zones on the surface of notched concrete beams. *Strain*, 47 :e319–e332.
- [SUGANO et al., 1993a] SUGANO, T., TSUBOTA, H., KASAI, Y., KOSHIKA, N., OHNUMA, H., RIESEMANN, W. V., BICKEL, D., and PARKS, M. (1993a). Local damage to reinforced concrete structures caused by impact of aircraft engine missiles part 1. test program, method and results. *Nuclear Engineering and Design*, 140(3) :387 – 405.
- [SUGANO et al., 1993b] SUGANO, T., TSUBOTA, H., KASAI, Y., KOSHIKA, N., ORUI, S., RIESEMANN, W. V., BICKEL, D., and PARKS, M. (1993b). Full-scale aircraft impact test for evaluation of impact force. *Nuclear Engineering and Design*, 140(3) :373 – 385.
- [SUTTON et al., 1983] SUTTON, M., WOLTERS, W., PETERS, W., RANSON, W., and MCNEILL, S. (1983). Determination of displacements using an improved digital correlation method. *Image and Vision Computing*, 1(3) :133 – 139.
- [TERRIEN, 1980] TERRIEN, M. (1980). Émission acoustique et comportement mécanique post-critique d'un béton sollicité en traction. *Bulletin de liaison du LCPC*.
- [TOUTLEMONDE, 1994] TOUTLEMONDE, F. (1994). *Résistance au choc des structures en béton - du comportement du matériau au calcul des ouvrages*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- [TOUTLEMONDE and GARY, 2004] TOUTLEMONDE, F. and GARY, G. (2004). *Comportement dynamique des bétons et génie parasismique*, chapter Comportement dynamique du bétons : aspects expérimentaux. Lavoisier.
- [VU, 2007] VU, X. H. (2007). *Caractérisation expérimentale du béton sous fort confinement : influences du degré de saturation et du rapport eau/ciment*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier.
- [WEERHEIJM and DOORMAAL, 2007] WEERHEIJM, J. and DOORMAAL, J. V. (2007). Tensile failure of concrete at high loading rates : new test data on strength and fracture energy from instrumented spalling tests. *International Journal of Impact Engineering*, 34(3) :609–626.
- [WEIBULL, 1939] WEIBULL, W. (1939). *A statistical theory of the strength of materials*. Number 151. Generalstabens litografiska anstalts förlag.
- [YANG et al., 2010] YANG, D., BORNERT, M., GHARBI, H., VALLI, P., and Wang, L. (2010). Optimized optical setup for DIC in rock mechanics. *EPJ Web of Conferences*, 6 :22019.
- [ZHANG and ZHAO, 2013] ZHANG, Q. and ZHAO, J. (2013). Effect of loading rate on fracture toughness and failure micromechanisms in marble. *Engineering Fracture Mechanics*, 102 :288 – 309.
- [ZHANG and ZHAO, 2014] ZHANG, Q. and ZHAO, J. (2014). A review of dynamic experimental techniques and mechanical behaviour of rock materials. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 47(4) :1411–1478.
- [ZHAO and GARY, 1996] ZHAO, H. and GARY, G. (1996). On the use of {SHPB} techniques to determine the dynamic behavior of materials in the range of small strains. *International Journal of Solids and Structures*, 33(23) :3363–3375.

Annexe A

Volume efficace : flexion trois points

On rappelle que le volume équivalent est défini par :

$$V_E = \int \left(\frac{\langle \sigma \rangle}{\sigma_{max}} \right)^m \partial v \quad (A.1)$$

La figure (A.1) représente une poutre en flexion trois points. Il est ici rappelé l'origine utilisée ainsi que les grandeurs caractéristiques de cette dernière.

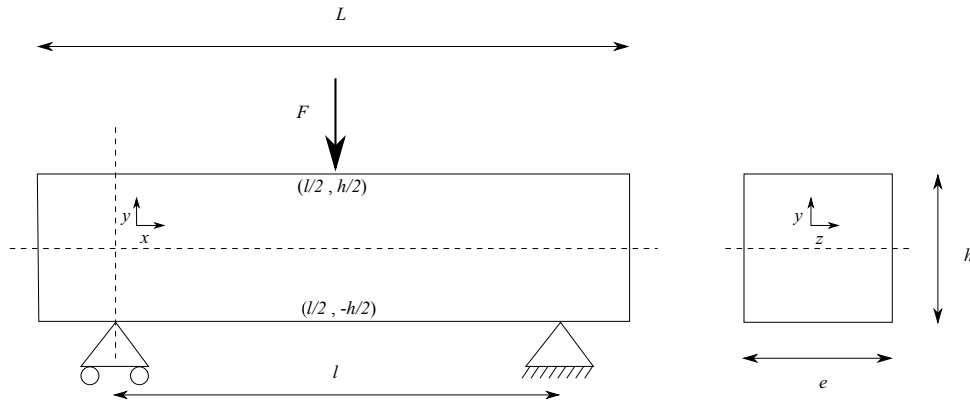


FIGURE A.1 – Schématisation d'une poutre en flexion trois points

Ci-dessous nous allons détailler la détermination du volume efficace dans le cadre de la flexion trois points en utilisant la théorie des poutres. Ici la répartition de contraintes au sein de notre poutre s'écrit pour les parties gauche et droite :

$$\sigma_{gauche}(x,y) = \frac{6F}{eh^3}xy \quad ; \quad \sigma_{droite} = \frac{3}{2} \frac{6F}{eh^3}(l-x)y \quad (A.2)$$

La contrainte maximale étant atteinte pour $x = l/2$ et $y = h/2$, on obtient la valeur de cette dernière ainsi que l'évolution spatiale du champs de contrainte en fonction de celle-ci.

$$\sigma_{max} = \frac{3}{2} \frac{Fl}{eh^2} \quad ; \quad \sigma_{gauche}(x,y) = 4\sigma_{max} \frac{xy}{hl} \quad (A.3)$$

En tenant compte du fait que l'axe (O_x) est un axe de symétrie, et que la partie supérieure de l'échantillon est en compression, on peut alors écrire :

$$\int \left(\frac{\sigma}{\sigma_{max}} \right)^m \partial v = 2 \int_0^{l/2} \int_0^{h/2} \int_0^e \left(4 \frac{xy}{hl} \right)^m \partial x \partial y \partial z \quad (\text{A.4})$$

$$\int \left(\frac{\sigma}{\sigma_{max}} \right)^m \partial v = 2e \left(\frac{4}{hl} \right)^m \frac{(l/2)^{m+1}}{(m+1)} \frac{(h/2)^{m+1}}{(m+1)} \quad (\text{A.5})$$

$$\int \left(\frac{\sigma}{\sigma_{max}} \right)^m \partial v = \frac{2e}{(m+1)^2} \left(\frac{4}{hl} \right)^m \left(\frac{hl}{4} \right)^{m+1} \quad (\text{A.6})$$

$$\int \left(\frac{\sigma}{\sigma_{max}} \right)^m \partial v = \frac{2ehl}{4(m+1)^2} \quad (\text{A.7})$$

Ainsi :

$$V_E = \frac{V}{2(m+1)^2} \quad (\text{A.8})$$

Annexe B

Convergence de la superposition modale en nombre de modes

On recherche le nombre de modes nécessaires pour représenter correctement la réponse de l'échantillon, tant du point de vue du déplacement que de la déformation. Nous rappelons que chacune des équations modales s'écrit :

$$\phi_n(x) = a_n \cos(k_n x) + b_n \cosh(k_n x) \quad (\text{B.1})$$

Une première étude est réalisée à partir des sollicitations ($F_e(t)$ et $F_s(t)$) issues d'un essai au cours duquel la réponse de l'échantillon est demeurée élastique. Le tableau B récapitule les données pour les 6 premiers modes. Sur la figure (B.1(a)) sur laquelle on suit l'évolution du déplacement, on ne remarque aucune influence du nombre de mode sur la réponse, en raison de la prédominance du mode 0. En effet l'équilibre des forces n'étant jamais atteint, le mouvement de solide rigide est prépondérant. La figure (B.1(b)) sur laquelle on suit l'évolution de la déformation est de ce fait plus intéressante pour étudier la convergence. On remarque que le mode 1 ne suffit pas à rendre compte de la valeur de la déformation, il faut donc ajouter d'autres modes. On peut considérer que la convergence est atteinte avec 5 modes supplémentaires.

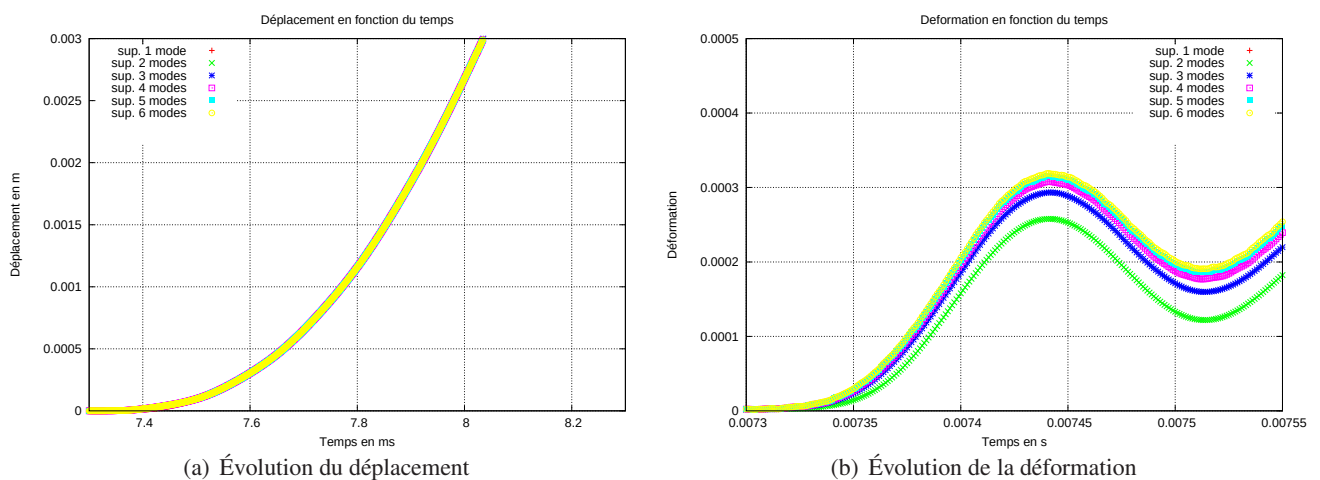


FIGURE B.1 – Courbes contrainte déformation : modèle poutre

Mode	$K_n.L$	a_n	b_n
0	0	1	0
1	2,3650	1	$-1,33.10^{-1}$
2	5,4978	1	$5,79.10^{-3}$
3	8,6394	1	$-2,50.10^{-4}$
4	11,7810	1	$1,50.10^{-5}$
5	14,9226	1	$-1,08.10^{-5}$

TABLE B.1 – Détail des différents modes

Dans les pages suivantes, on s'intéresse à la réponse par superposition modales dans des cas génériques :

- réponse à un échelon ;
- réponse à une rampe ;
- réponse à une créneau ;
- réponse à une sollicitation en triangle.

Seuls les quatre premiers modes sont reportés sur les figures qui suivent. Pour mieux appréhender le comportement du système, on a étudié pour chaque type de sollicitation, un cas où les forces sortantes équilibrent la force entrante (cf. figures B.2 à B.5) et un cas où la force entrante est strictement supérieure aux forces sortantes (déséquilibre, voir figures (B.6) à (B.9)). On remarque à nouveau le rôle très actif du mode 0 en l'absence d'équilibre.

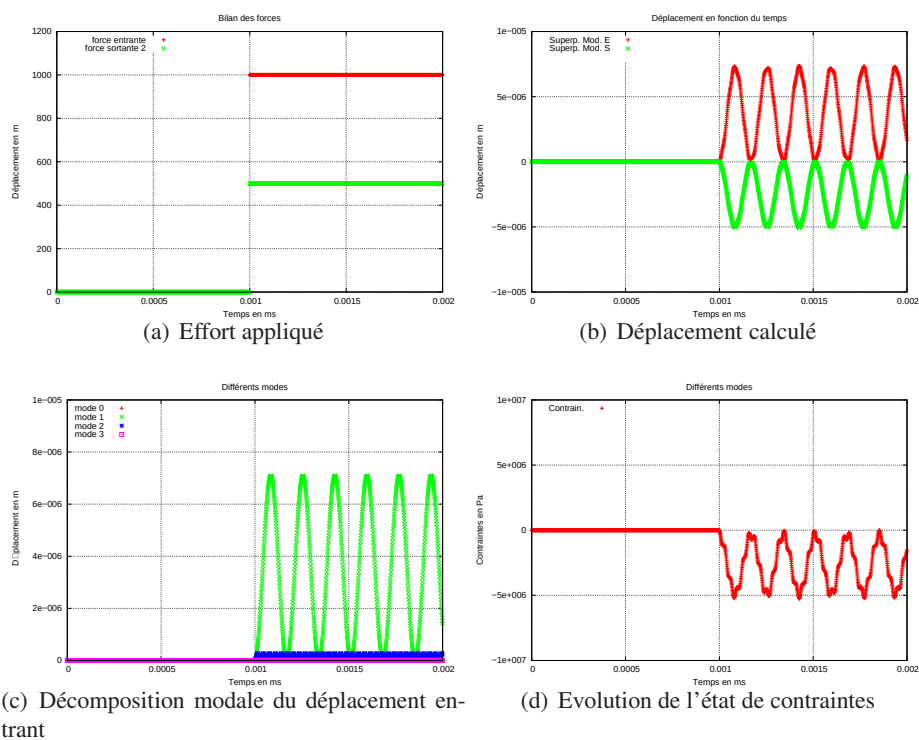


FIGURE B.2 – Réponse de la superposition modale à un échelon

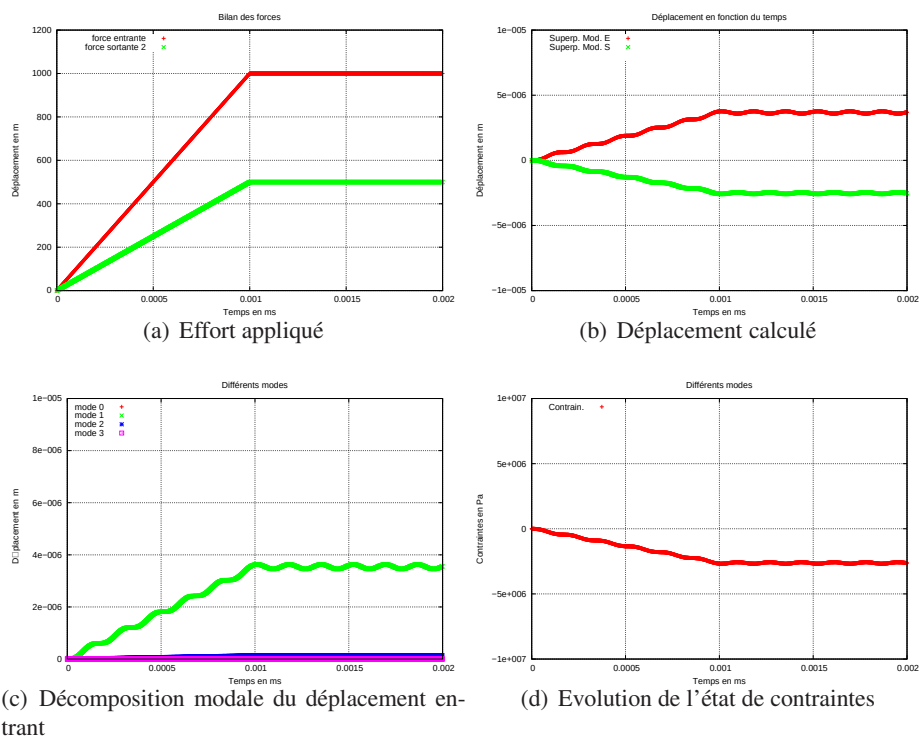


FIGURE B.3 – Réponse de la superposition modale à une montée en rampe

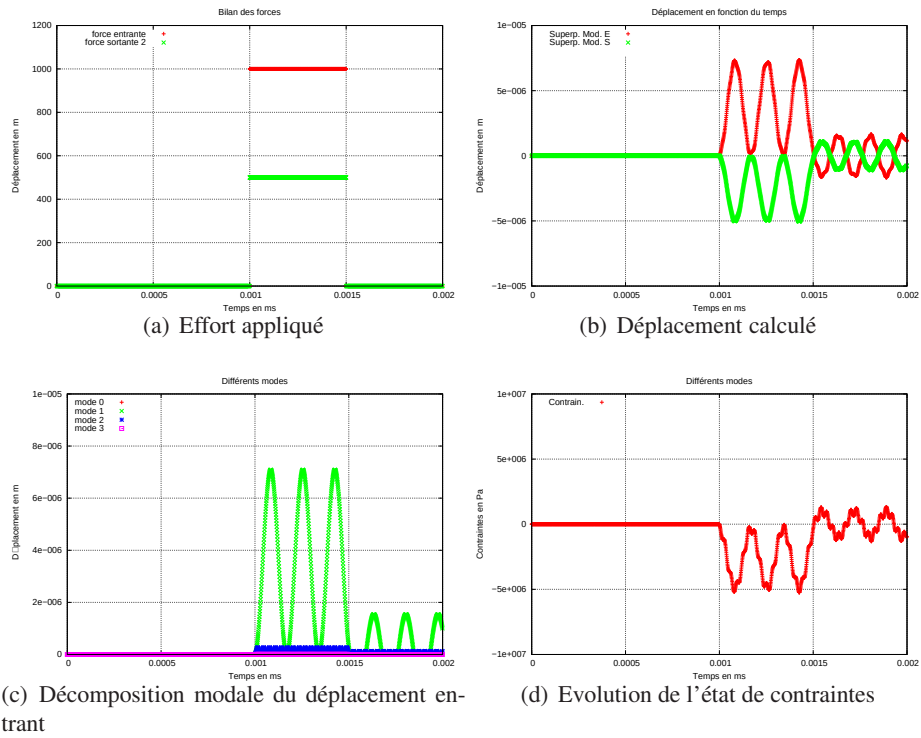


FIGURE B.4 – Réponse de la superposition modale à un créneau

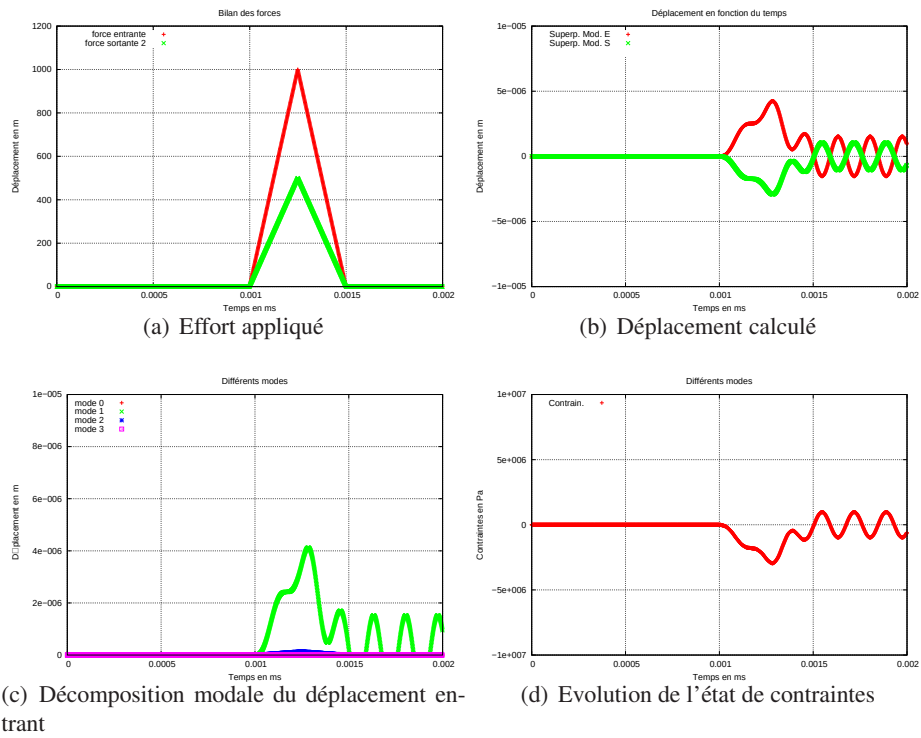


FIGURE B.5 – Réponse de la superposition modale à une sollicitation en triangle

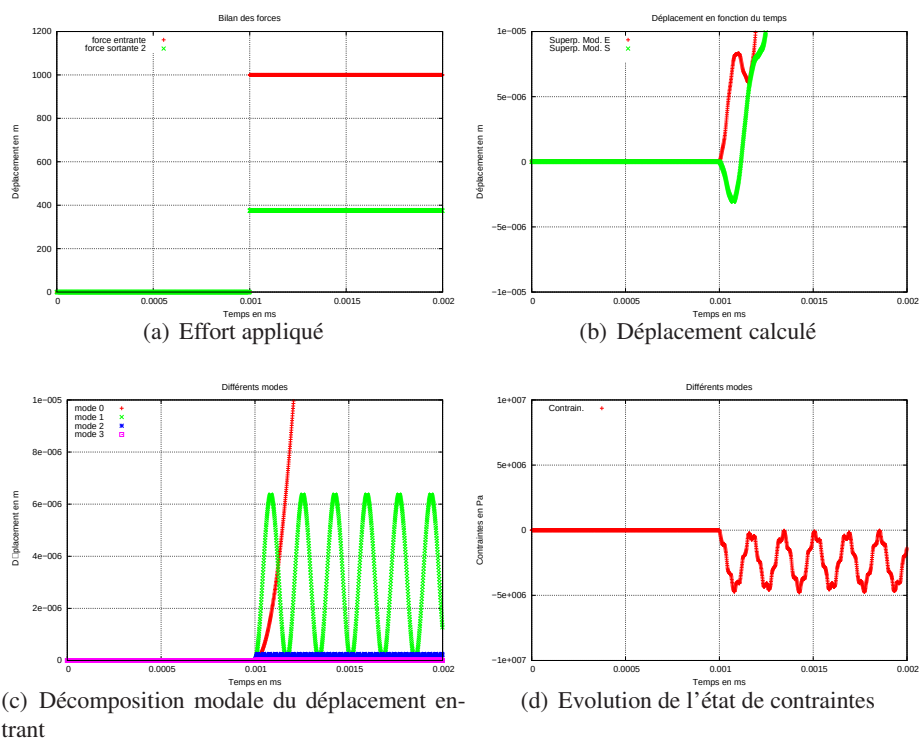


FIGURE B.6 – Réponse de la superposition modale à un échelon

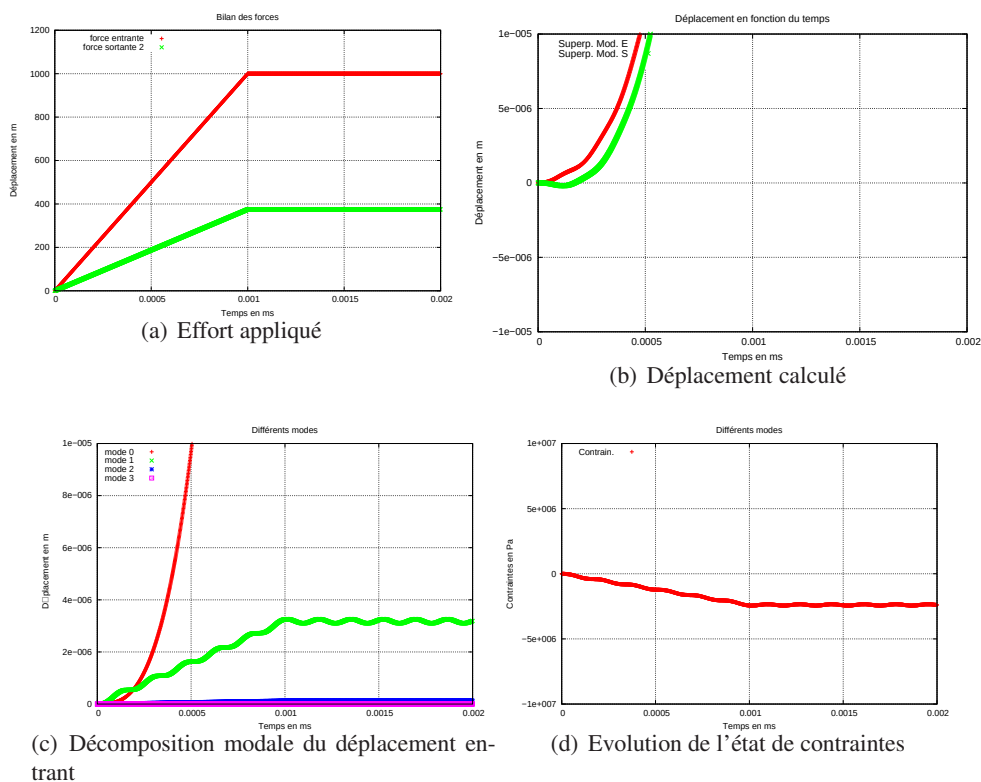


FIGURE B.7 – Réponse de la superposition modale à une rampe

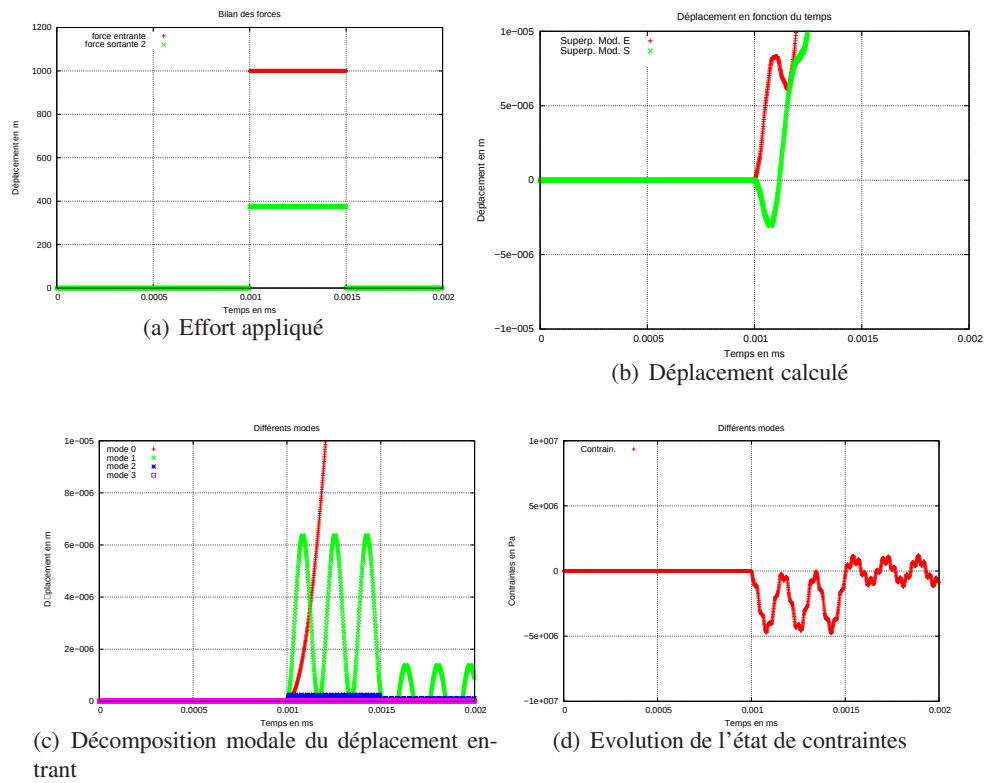


FIGURE B.8 – Réponse de la superposition modale à un échelon

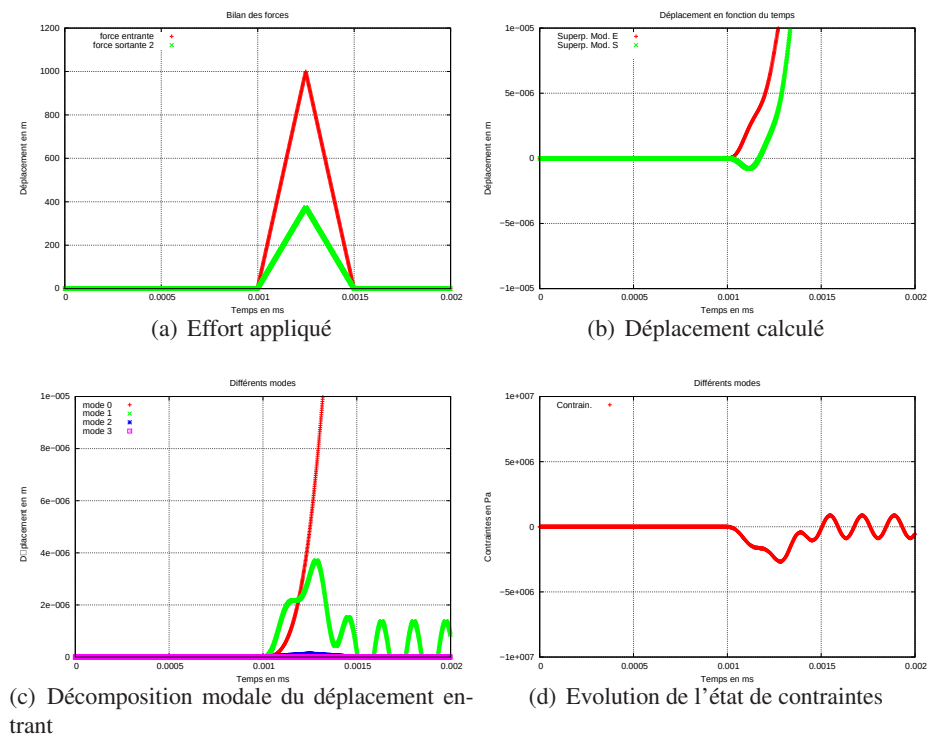


FIGURE B.9 – Réponse de la superposition modale à une sollicitation en triangle

Annexe C

Comparaison de différents schémas d'intégration sous Cast3M

Dans le cadre de l'utilisation de Cast3M pour des sollicitations dynamiques trois algorithmes d'intégration temporelle différents ont été utilisés. Ces derniers font appel à trois procédures différentes :

- **PASAPAS** qui utilise un schéma implicite de Newmark centré (accélération moyenne) ;
- **DREXUS** qui utilise un schéma explicite : celui des 'différences finies centrées' ;
- **DYNAMIC** qui utilise un schéma implicite de Newmark centré (accélération moyenne), mais avec une écriture différente de celle de **PASAPAS**.

Les figures (C.1 et C.2) nous montrent les déformations obtenues avec ces différentes procédures dans le cadre de calculs 2D sous les hypothèses des déformations planes et des contraintes planes, d'un calcul 3D ainsi que de la valeur mesurée par la jauge pour un essai à faible vitesse d'impact où l'échantillon n'est pas rompu. On remarque que l'utilisation de l'un ou l'autre de ces schémas n'impacte pas le profil de déformation obtenu.

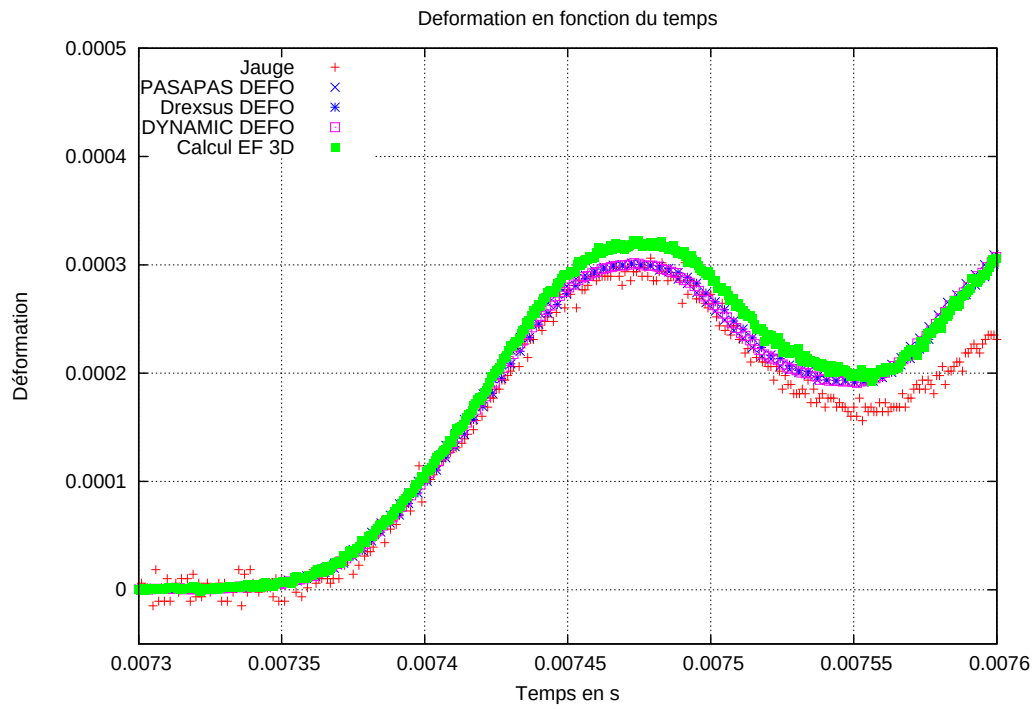


FIGURE C.1 – Comparaison des schémas modèles éléments-finis dans le cadre des déformation planes

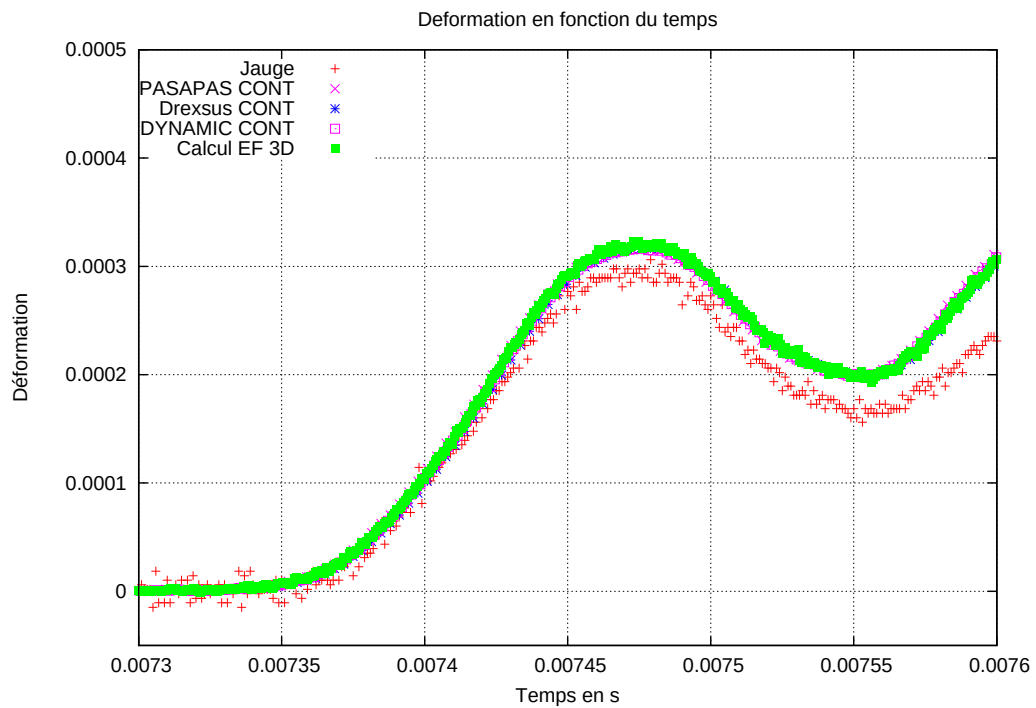


FIGURE C.2 – Comparaison des schémas modèles éléments-finis dans le cadre des contraintes planes

Xavier RÉGAL

Caractérisation du comportement en traction du béton sous fortes sollicitations

Résumé

Le béton est un des matériaux de construction les plus répandus. Néanmoins son comportement en traction dynamique n'est pas parfaitement connu. C'est afin de mieux concevoir les structures en béton et de prédire leur ruine dans le cadre d'éventuels accidents industriels qu'il est nécessaire de connaître sa résistance. Cette dernière évolue en fonction des différentes sollicitations auxquelles le béton peut être soumis. Afin de caractériser la résistance en traction d'un béton de type R30A7, ainsi que son évolution en fonction de la vitesse de déformation, différents essais de flexion trois points ont été réalisés que cela soit en statique ou en dynamique. Un dispositif conforme aux normes en vigueur en statique ainsi que le dispositif dynamique des barres de Hopkinson ont été utilisés. Ce dernier permet de réaliser des essais dynamiques en mesurant le chargement et la vitesse en entrée comme en sortie. En plus de l'instrumentation traditionnelle, les essais ont été suivis à l'aide d'une caméra rapide afin de réaliser des mesures de champ de déplacement à l'aide de la corrélation d'images numériques. Des outils utilisant ces champs de déplacement ont été créés afin de suivre au mieux l'apparition et l'évolution de la fissure. L'ensemble de ces moyens de mesures permettent, avec l'aide de différentes modélisations, qui prennent en compte ou non l'endommagement des éprouvettes, de caractériser l'évolution de la contrainte de rupture en traction en fonction de la vitesse de déformation. Ce travail a mis en avant le fait qu'ignorer l'endommagement du matériau lors d'essais dynamiques augmente de manière non négligeable la valeur de la contrainte à rupture déduite des essais.

Mots clés : Dynamique, Béton, CIN, SHPB, Flexion

Tensile concrete behavior characterization under highs sollicitations

Abstract :

The concrete is one of the most widely used constructional materials. However, its tensile behavior in dynamic is yet not perfectly known. In order to design concrete structures and predict their collapse in the case of industrial accidents, it is mandatory to know its tensile strength. This property depends on the different sollicitations to which the concrete can be exposed. In order to characterize the tensile strength of a R30A7 concrete and its dependence on the strain rate, three points bending tests are performed in static and dynamic cases. For this purpose, the most recent standards are used in the static tests. The dynamic ones are carried out with the split Hopkinson pressure bars. This device allows to perform dynamic tests with both the speed and effort loading measurements. Moreover a high speed camera is used to record these experiments in order to acquire full-field displacement measurements with the help of the digital image correlation. Tools using these fields are created to detect the apparition of the crack in one hand, and to follow the crack propagation in the other hand. All these experimental devices and the use of different models, some of which take in account the sample damage, make it possible to determinate the evolution of the tensile strength depending on the strain rate. This work brings forward the fact that ignoring the material damage increases the tensile strength obtain from the tests.

Keywords : Dynamics, Concrete, DIC, SHPB, Bending



Laboratoire PRISME
88 bvd Lahitolle 18000 Bourges

