

UNIVERSITÉ D'ORLÉANS
ÉCOLE DOCTORALE Énergie - Matériaux - Sciences de
la Terre et de l'Univers
INSTITUT DE COMBUSTION AÉROTHERMIQUE RÉACTIVITÉ
ET ENVIRONNEMENT

THÈSE présentée par :

Matthias PAUTARD

soutenue le : **12 Juillet 2024**

pour obtenir le grade de : **Docteur de l'Université d'Orléans**

Discipline/ Spécialité : **Énergétique**

Simulation de la balistique intérieure du mortier

THÈSE dirigée par :

Mr CHAUVÉAU Christian

Directeur de recherche, ICARE

RAPPORTEURS :

Mr ARRIGONI Michel

Professeur des universités, ENSTA Bretagne

Mr CHINNAYYA Ashwin

Professeur des universités, ISAE ENSMA

JURY :

Mr MAZELLIER Nicolas

Professeur des universités, PRISME, Président du jury

Mr ARRIGONI Michel

Professeur des universités, ENSTA Bretagne

Mr CHINNAYYA Ashwin

Professeur des universités, ISAE ENSMA

Mr CHAUVÉAU Christian

Directeur de recherche, ICARE

Mr GALLIER Stany

Ingénieur de recherche, ArianeGroup

Mr HALTER Fabien

Professeur des universités, ICARE

Mr COULOUARN Christophe

Invité, Thales

À mes amis

Introduction

Propos introductif

La Balistique Intérieure

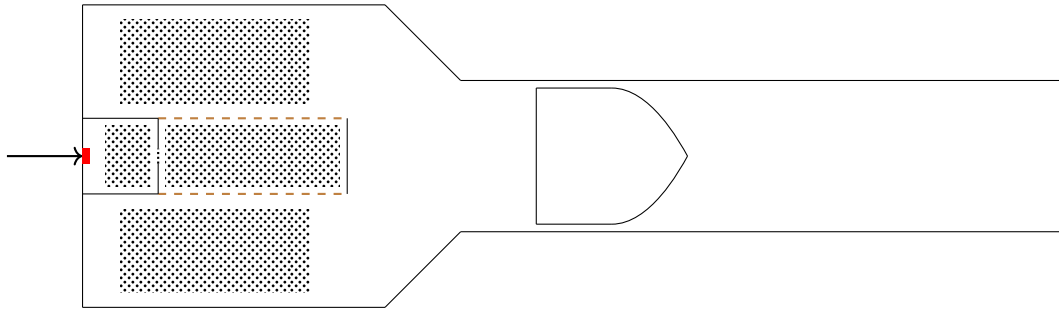
La balistique intérieure (BI) se définit comme étant la phase de mise en mouvement d'une munition dans un tube étanche par libération rapide et contrôlée de gaz. L'importance de ce domaine remonte à l'apparition des premiers canons, démontrant l'intérêt de la capacité à employer des projectiles possédant une énergie cinétique inaccessible par la seule force de l'homme sur un champ de bataille. Étudiée empiriquement à ses débuts, puis avec des modèles simplistes, l'apparition des moyens de simulations a ouvert la voie à de nouvelles études impliquant des résolutions numériques.

La phénoménologie de la balistique intérieure peut être décrite par un mélange entre un solide réactif et des gaz chauds dans une enceinte possédant une paroi mobile. Le solide réagissant par sa surface selon une vitesse de régression dépendante de la pression ambiante. De là, un coup de canon est bien plus proche d'un airbag voir d'un réacteur tel que définit en physique des procédés que de la détonation d'un explosif. De nombreuses études ont été menées sur la modélisation des écoulements diphasiques grâce à l'amélioration des moyens informatiques. Ces écoulements multiphasiques réactifs restent difficiles à modéliser, particulièrement le couplage entre les phases. C'est ici que va se jouer le choix des modèles les plus importants pour simplifier suffisamment le problème pour le rendre résoluble tout en restant fidèle à l'objet d'étude.

Ce manuscrit s'orientera sur la complétion de ces modèles dans l'objectif de décrire au mieux le cas particulier du mortier, schématisé ci-après. Dont les étapes du fonctionnement du système propulsif sont les suivantes :

- La munition introduite par la bouche du canon est en place au fond du canon. La chaîne d'allumage est en place, c'est un système étagé. En effet, il est nécessaire d'ajouter des barrières qui font office de seuil minimal de pression, sans quoi il ne serait pas possible d'obtenir des pressions suffisamment grandes, car le projectile aurait le temps de sortir avant que la pression n'ait le temps de se développer.
- Le percuteur frappe l'amorce, matière pyrotechnique en faible quantité, mais très sensible aux chocs. Elle entre en combustion, les gaz chauds issus de la combustion allument alors un premier sachet de poudre.
- Une fois une pression de rupture atteinte, les gaz se déversent dans la cartouche contenant une quantité suffisante pour mettre en mouvement le projectile à elle seule.
- Une nouvelle fois la pression augmente jusqu'à rompre l'interface entre la cartouche et la chambre principale délimitée par le canon et la munition.
- Dans le cas où de la poudre serait présente dans la chambre, elle va alors s'allumer. La pression va brutalement monter jusqu'à atteindre un équilibre de pression entre la chambre et la cartouche. En même temps, le projectile n'étant retenu que par son propre poids, il se met en mouvement dès que la pression est en mesure de le compenser.
- La poudre continue de brûler. Le projectile se déplace jusqu'à la perte d'étanchéité, re-

présentant la fin de la phase de balistique intérieure.



Une spécificité du mortier apparaît : le déséquilibre temporaire entre deux chambres contenant chacune de la poudre. Lors de l'écoulement compressible après la rupture de l'interface, la poudre est mise en mouvement progressivement. Il y a alors un important différentiel de vitesse pendant un court laps de temps, créant ainsi de la combustion érosive, phénomène absent dans les modèles classiques de balistique intérieure. Le couplage entre les phases solides et gaz joue un rôle prépondérant ici, ignorant généralement l'inertie liée à l'aspect particulaire d'un grain de poudre pour privilégier un comportement macro du lit de poudre. La bonne modélisation de cette phase est cruciale à cause de l'autre spécificité du mortier : la très faible pression de forçage due uniquement à son poids. Il convient donc de se pencher sur l'allumage et la combustion des poudres dans ce cas particulier.

Ce déséquilibre est également à l'origine d'hétérogénéité de combustion, phénomène modélisé pour l'utilisation de code 2D ou 3D, mais qui a tout de même une limite : l'hétérogénéité locale. En effet, lors d'un mélange de grains de poudre qui ne sont pas tous identiquement brûlés, une opération de moyenne massique est réalisée. Cela assure la conservation de la masse et n'entrave pas la qualité des prédictions si les hétérogénéités sont faibles ou bien que la surface de réaction du grain évolue peu au cours de sa combustion. Dans le cas contraire, il faut introduire une équation de transport de distribution pour modéliser la distribution de la taille des grains locale. En même temps, cela donne accès à l'étude de la dispersion de taille de grain initiale. Particulièrement intéressant dans le cas du mortier, sa poudre étant très fine, il est alors difficile d'être reproductible lors de sa fabrication.

Contexte et enjeux

La propulsion des munitions de mortier a rarement donné lieu à la mise en place de modèles de simulation spécifiques [1, 2] en raison notamment des coûts encore raisonnables des méthodes d'expérimentation. L'optimisation des chargements propulsifs requiert cependant la conduite d'études théoriques permettant de mieux cerner les phénomènes intervenant dans la phase de propulsion des projectiles dans l'arme. L'accessibilité de moyens de simulation importants s'est par ailleurs considérablement accrue ces dernières années, permettant à des domaines comme celui de l'artillerie d'en tirer profit. Approfondir les connaissances théoriques de la balistique intérieure des mortiers tout en s'appuyant sur des moyens numériques poussés constitue ainsi l'objectif des travaux envisagés.

L'objectif principal de la thèse consiste à appréhender de façon approfondie les phénomènes de combustion et d'export de la poudre qui interviennent dans la configuration

spécifique du mortier. Ces éléments ne sont pas disponibles dans la littérature et font l'originalité de ces travaux. Pour cela, il est souhaité mettre en place des études théoriques, expérimentales et numériques. La création d'un modèle 0D est nécessaire pour le coupler à des codes d'optimisation, cela permet alors de déterminer des portées maximales en fonction de contraintes industrielles tout en conservant un temps de calcul raisonnable. Cet aspect est un objectif secondaire, mais représente tout de même un aboutissement concret des travaux.

La problématique est donc la suivante :

Est-il possible de modéliser la combustion des poudres, ainsi que les écoulements présents dans un mortier ?

Organisation du manuscrit

Ce manuscrit est organisé en trois grandes parties. Dans la première, les généralités sur la balistique intérieure du mortier sont détaillées. Il y est décrit la balistique intérieure, à laquelle sont ajoutées certaines spécificités du mortier. Une attention particulière est donnée à la thermodynamique et le transport de la phase solide. Un chapitre est dédié à l'utilisation de l'équation de transport de distribution : les hétérogénéités de combustion et la distribution initiale de la taille des grains de poudre.

Ensuite, la deuxième partie est dédiée à la modélisation de la combustion, à l'utilisation d'un nouveau modèle et de son exploitation pour discuter de la phénoménologie de l'allumage. La démarche expérimentale pour caractériser la combustion des poudres fait l'objet d'un chapitre à part entière.

Enfin, la dernière partie aborde les mesures utilisées pour critiquer la qualité des modèles ainsi qu'un aboutissement par l'exploitation des calculs dans le cas de la recherche d'une portée maximale via un algorithme d'optimisation.

Table des matières

Propos introductif	iii
Table des matières	vii
I La balistique intérieure	1
1 Introduction à la Balistique Intérieure	3
1.1 Modèle à paramètres globaux	3
1.2 Les échelles de temps	6
1.3 Les équations d'état	7
2 Particularités du mortier	9
2.1 Premier confinement déporté	9
2.2 La combustion des poudres	12
2.3 Transport des grains	13
2.4 SBIM	15
3 Distribution de la taille des grains	17
3.1 Généralités	17
3.2 Modification du modèle de BI	19
3.3 Exemple d'un mortier de 140mm	20
4 Hétérogénéité dans la BI	23
4.1 Motivation initiale	23
4.2 Résultats et discussion	25
4.3 Hétérogénéités en regard de la distribution initiale	30
II Modélisation de la combustion	33
5 Modèle de combustion	35
5.1 WSB	35
5.2 Modèle quasi-stationnaire	38
5.3 Combustion érosive	41
6 Cinétique détaillée	45
6.1 Mélange NC-NG	45
6.2 Détermination de la vitesse de combustion	47
7 Mesures par four à chute	55
7.1 Four à chute pressurisé	55
7.2 Caractérisation de la combustion	57

III Comparaison expérimentale et exploitation des modèles	63
8 Caractérisations de mise en mouvement du projectile	65
8.1 Réalisation expérimentale	65
8.2 Exploitation	67
9 Intérêt des outils ingénieur : le dimensionnement	77
9.1 Les algorithmes d'optimisation	77
9.2 Application à l'augmentation de portée	78
Conclusion et perspectives	85
Bibliographie	89
Nomenclature	95
Liste des figures	97
Liste des tableaux	99

Première partie

La balistique intérieure

*« Ce que l'on conçoit bien s'énonce clairement, Et
les mots pour le dire arrivent aisément. »*

L'Art poétique (1674)
N. Boileau

Chapitre 1

Introduction à la Balistique Intérieure

Sommaire

1.1 Modèle à paramètres globaux	3
1.1.1 Le jeu d'équations de base	4
1.1.2 Une première simplification	4
1.1.3 Aboutissement des calculs	5
1.1.4 Dynamique du projectile	6
1.2 Les échelles de temps	6
1.2.1 Temps caractéristiques	6
1.2.2 Temps caractéristique de l'allumage	6
1.3 Les équations d'état	7
1.3.1 Les équations d'état cubiques	7
1.3.2 Noble-Abel	8

1.1 Modèle à paramètres globaux

Dans un premier temps, pour introduire la phénoménologie de la BI, il peut être intéressant de s'intéresser au modèle dit "à paramètres globaux". Il présente l'intérêt de décrire la majorité des équations permettant une description correcte de ce qui se déroule dans un canon. L'objectif étant de se ramener à un problème sans dimension d'espace, il ne restera qu'un système d'équations différentielles selon le temps. Toutes ces informations sont présentes dans [3].

La figure 1.1 décrit le cas modélisé.

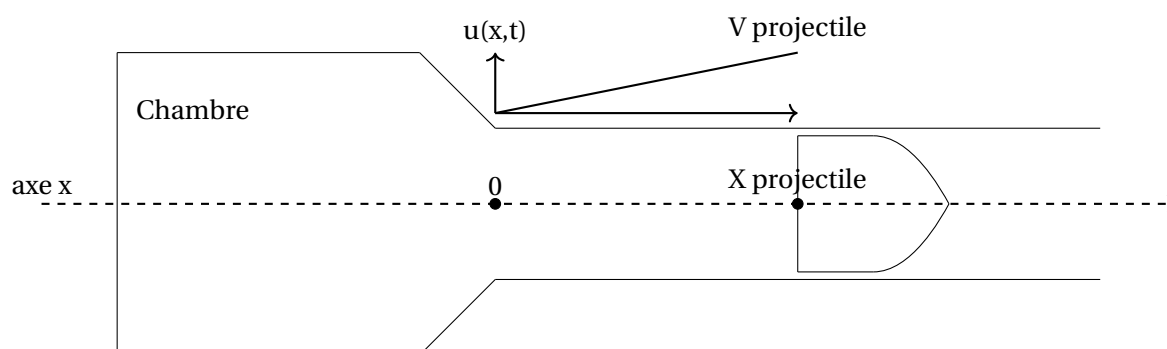


FIGURE 1.1 – heading

1.1.1 Le jeu d'équations de base

La première hypothèse est de considérer le problème en une dimension dans l'axe du canon. Il en découle les équations de conservations suivantes pour la phase gaz :

$$\partial_t \rho + \partial_x (\rho \cdot u) = \dot{m}$$

$$\rho (\partial_t u + u \partial_x u) = -\partial_x P$$

u représente la vitesse du gaz dans l'axe du canon noté x , ρ sa masse volumique et P sa pression.

Il manque l'équation d'état et l'équation de conservation de l'énergie. Dans un souci de simplicité, l'équation d'état choisie est celle de Noble-Abel, expression la plus basique des équations d'état cubiques après celle du gaz parfait. Associée à cela, l'expression de l'énergie interne est la suivante :

$$U = \frac{r T}{\gamma - 1}$$

$$P = \frac{r T}{\frac{1}{\rho} - b}$$

b , γ et r correspondant respectivement au covolume, au ratio des capacités thermiques et à la constante universelle des gaz parfaits spécifique des gaz issus de la combustion des poudres. L'équation de conservation de l'énergie s'écrit alors de la manière suivante :

$$\rho \frac{r}{\gamma - 1} (\partial_t T + u \partial_x T) = -P \partial_x u$$

Il ne reste que l'équation du principe fondamental de la dynamique à appliquer au projectile et à modéliser la combustion de la poudre.

Les inconnues sont alors la pression, la vitesse, et la masse volumique qui sont dépendantes du temps et de l'espace en x .

1.1.2 Une première simplification

Une première simplification consiste à se ramener à des valeurs moyennes selon l'axe x , de l'abscisse nulle à la position du projectile X_{proj} . Par exemple la pression moyenne s'écrit de la manière suivante :

$$\bar{P}(t) = \int_0^{X_{proj}(t)} P(x, t) dx$$

Pour inclure la combustion de la poudre, la variable z est introduite, elle décrit la fraction massique de poudre ayant réagi jusqu'à à l'instant t .

$$z(t) = \frac{m_{poudre}(0) - m_{poudre}(t)}{m_{poudre}(0)}$$

Par ailleurs, il est important de mentionner deux autres hypothèses :

- La combustion se déroule par couches parallèles, cela signifie que la vitesse déplacement du front de réaction est toujours normale à la surface de la poudre : $S(z)$.
- La vitesse de combustion est une fonction de la pression : $\Phi(\bar{P})$.

De là, les équations suivantes peuvent être écrites :

$$\begin{cases} \bar{P} = \frac{r \bar{T}}{\bar{\rho} - b} \\ d_t z = \frac{S_{grain}(z)}{V_{grain}(0)} \Phi(\bar{P}) \\ \frac{z m_{poudre}(0)}{\bar{\rho}} = V_{chambre} + X_{proj} S_{proj} - \frac{(1-z) m_{poudre}(0)}{\rho_{poudre}} \end{cases} \quad (1.1)$$

Pour poursuivre les calculs, il faut faire appel à l'hypothèse de Lagrange. Cela consiste à supposer qu'il y a une répartition uniforme de la masse de poudre et de gaz le long de l'axe x . L'équation de la conservation de la masse sur le mélange de poudre et de gaz donne :

$$\partial_t \bar{\rho} + \partial_x (\bar{\rho} u) = 0$$

Or $\bar{\rho}$ ne dépend plus de l'espace donc :

$$\left(\frac{\partial_t \bar{\rho}}{\bar{\rho}} \right) (t) = -\partial_x u(x, t)$$

Alors $\partial_x u$ est également une fonction du temps. La vitesse peut alors s'écrire $u(x, t) = f(t)x + g(t)$. Il faut maintenant rappeler les conditions aux limites :

$$\begin{cases} u = 0 & \text{en } x = 0 \text{ et } \forall t \\ u = V_{proj} & \text{en } x = X_{proj} \text{ et } \forall t \end{cases}$$

Il en découle que $u(x, t) = (x/X_{proj}) V_{proj}(t)$.

1.1.3 Aboutissement des calculs

Par définition, la masse volumique du mélange vaut $\bar{\rho} = m_{poudre}(0)/(V_{chambre} + S_{proj}X_{proj})$, il est alors possible de déduire la quantité de mouvement totale de l'écoulement :

$$\mathcal{M} = \int_0^{X_{proj}(t)} u(x, t) \bar{\rho}(t) S_{proj} dx = \frac{1}{2} m_{poudre}(0) V_{proj}(t)$$

Grâce à l'équation de conservation de la quantité de mouvement et au résultat de la partie précédente, il est possible d'obtenir une nouvelle équation simplifiée sur la pression :

$$\partial_x P = \mathcal{F}(t)x$$

En intégrant entre 0 et x , on obtient :

$$P(x, t) = P_{culas}(t) - \frac{1}{2} \mathcal{F}(t) x^2$$

En appliquant la conservation de la quantité de mouvement totale, contenant le mélange gaz-poudre ainsi que le projectile, mais également le recul du canon, puis en le dérivant par rapport au temps, il sort :

$$P_{culas} = P_{culot} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{m_{poudre}(0)}{M_{projectile}} \right)$$

Il manque le lien avec la pression moyenne pour déduire la vitesse de combustion au cours du temps. Il faut appliquer la définition de la moyenne selon x en utilisant l'expression trouvée précédemment :

$$\bar{P}(t) = \frac{\int_0^{X_{proj}(t)} P(x, t) dx}{X_{proj}(t)} = \frac{\int_0^{X_{proj}} P_{culas} - \frac{1}{2} \mathcal{F} x^2 dx}{X_{proj}} = P_{culas} - \frac{1}{3} \mathcal{F} X_{proj}^2$$

En utilisant l'équation reliant la pression au culot et à la culas ainsi qu'un développement limité en supposant $m_{poudre}(0)/(2 M_{proj}) \ll 1$, alors il est possible de déduire une nouvelle expression pour la pression moyenne :

$$\bar{P} = P_{culas} \left(1 - \frac{1}{6} \frac{m_{poudre}(0)}{M_{proj}} \right)$$

Pour fermer le système, il manque la conservation de l'énergie. Il suffit de faire un bilan d'énergie totale en considérant que la température moyenne est l'énergie libérée par la réaction chimique à laquelle on soustrait le travail lié à la détente des gaz donnant de l'énergie cinétique au projectile.

$$\frac{r}{\gamma - 1} \bar{T} m_{poudre}(0) z = \Delta_r U m_{poudre}(0) z - \frac{1}{2} M_{proj} V_{proj}^2$$

1.1.4 Dynamique du projectile

Le déplacement du projectile est simplement lié à la pression au culot. Il faut également tenir compte d'éventuelles forces de frottement qui seront mentionnées plus loin pour le cas du mortier. Il faut également penser à ajouter l'inertie liée à la rotation du projectile dans le cas des munitions gyrostabilisées.

$$M_{proj} d_t V_{proj} = P_{culot} S_{proj} - F_{frottement}$$

Dans le cas du mortier de 120mm par exemple, la force de frottement sera celle d'un contact métal-métal, modélisable de la manière suivante [4] :

$$F_{frottement} = \mu \cos(\beta) S_{proj} P_{culot}$$

1.2 Les échelles de temps

1.2.1 Temps caractéristiques

À partir du modèle à paramètres globaux, il est possible de déterminer des ordres de grandeur qui permettent de choisir judicieusement des hypothèses dans le but d'établir un nouveau modèle pour le mortier. En effet, pour déterminer le temps de parcours du projectile, il suffit de présupposer une pression moyenne constante :

$$\tau = \frac{L_{canon}}{V_{proj}} = \frac{M_{proj} L_{canon}}{S_{proj} P_{culot} \tau}$$

$$\tau = \sqrt{\frac{M_{proj} L_{canon}}{S_{proj} P_{culot}}} \approx \sqrt{\frac{10}{1.10^{-2} \cdot 1.10^7}} \approx 1.10^{-2} \text{ s}$$

Dès lors, il pourrait être considéré comme pertinent de ne pas tenir compte des dynamiques des phénomènes ayant lieu à des temps bien plus petits.

1.2.2 Temps caractéristique de l'allumage

Avant de s'intéresser à l'allumage, un autre point à noter vis-à-vis de l'objectif de la prédiction de la vitesse de sortie du projectile : la présence d'une pression dite de forçement. Dans le cas des canons classiques, un système de retenue du projectile sert à empêcher son déplacement tant que la pression n'est pas au-dessus d'une pression seuil. La dynamique du projectile étant majoritairement liée à la pression à son culot, qu'un tel

couple pression-position initial vient atténuer la variabilité des phénomènes ayant lieu avant.

Typiquement, l'allumage des poudres, l'hypothèse homogène au regard de la remarque précédente semble légitime du moment qu'il se fait entièrement avant le passage de la pression de forçement.

1.3 Les équations d'état

1.3.1 Les équations d'état cubiques

Suite aux premières déductions des paragraphes précédents, il semble peu pertinent de s'attarder sur des équations d'état complexe couvrant aussi bien l'air à pression et température ambiante que les gaz brûlés. Plusieurs choix de type d'équation d'état peut être fait, dans le cas où l'objet d'étude serait des cas avec une densité de chargement de poudre très importante alors une équation du Viriel [5] est une bonne modélisation par exemple. Pour le mortier, la présence de détentes importantes et donc de variation de température en présence de masse volumique de l'ordre de 100 kg.m^{-3} tout au plus, les équations d'état cubiques semblent plus adaptées.

Historiquement, la première de ce type est l'équation de Van Der Waals (VdW) :

$$P = \frac{RT}{V_m - b_m} - \frac{a_m}{V_m^2} = \frac{RT}{\frac{M}{\rho} - b_m} - \frac{a_m \rho^2}{M^2} \quad (1.2)$$

Où les coefficients a_m et b_m sont des constantes dépendantes de la composition du gaz et M sa masse molaire.

Cependant, une conséquence du choix de VdW est que l'indice adiabatique γ , le rapport des capacités calorifiques, est constante. En effet, pour s'en convaincre, il faut revenir à la définition de la capacité calorifique comme étant liée à la dérivé seconde de l'énergie libre volumique par rapport à la température [6].

$$F_V = -\frac{\rho RT}{M} \left(\ln \left[\left(\frac{2\pi MRT}{\mathcal{N}_A^2 h^2} \right)^{5/2} \left(\frac{M}{\rho} - b_m \right) \right] + 1 + \frac{a_m \rho}{MRT} \right) \quad (1.3)$$

La capacité calorifique volumique isochore s'exprime alors :

$$c_v^{VdW} = T \left. \frac{\partial S}{\partial T} \right|_\rho = -T \left. \frac{\partial^2 F_V}{\partial T^2} \right|_\rho = \frac{5}{2} \frac{R}{M} \rho$$

La capacité calorifique volumique isobare :

$$c_v^{VdW} = T \left. \frac{\partial S}{\partial T} \right|_p = \frac{R}{M} \rho \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{1 - \frac{2a_m \rho^3 \left(\frac{M}{\rho} - b_m \right)^2}{M^3 RT}} \right)$$

L'indice adiabatique s'écrit alors :

$$\gamma^{VdW} = \frac{c_p^{VdW}}{c_v^{VdW}} = 1 + \frac{2}{5} \frac{1}{1 - \frac{2a_m \rho^3 \left(\frac{M}{\rho} - b_m \right)^2}{M^3 RT}}$$

Dans l'approximation $\frac{2a_m \rho^3}{M^3} \ll \frac{RT}{\left(\frac{M}{\rho} - b_m\right)^2}$, cela donne $\gamma^{VdW} = 1,4$. Sinon il dépend de la température et de la masse volumique.

Il existe d'autres équations d'état cubique, il serait intéressant de les comparer à des données expérimentales pour déduire laquelle rend compte au mieux de la pression sur des grandes plages de température. Par exemple, il est probable que l'équation d'état Soave-Redlich-Kwong [7] (SRK) corrèle au mieux les données expérimentales, cependant au prix de calculs plus complexes :

$$p = \frac{RT}{V_m - b_m} - \frac{\alpha(T) a_m}{V_m(V_m + b)}$$

1.3.2 Noble-Abel

Au vu de la littérature en Balistique Intérieure et l'absence de données expérimentales, la grande majorité des principes thermodynamiques de la suite repose sur ceux donnés dans les travaux de K. Kuo [1]. Tout le monde s'accorde sur l'utilisation de l'équation d'état de Noble-Abel (1.4) :

$$p = \frac{r T}{\frac{1}{\rho} - b} \quad (1.4)$$

Les variables seront écrites en massique dans un souci de simplification, et $r = R/M$.

Il s'en déduit un certain nombre de résultats, comme l'expression de l'énergie interne massique (1.5) :

$$U_m = \frac{r T}{\gamma - 1} \quad (1.5)$$

Ou encore l'identité thermodynamique de l'enthalpie :

$$dH_m = \frac{\gamma r}{\gamma - 1} dT + b dP \quad (1.6)$$

Il en découle que la valeur de γ est constante. Il faudra avoir conscience de cette approximation lors des comparaisons avec des résultats expérimentaux.

Chapitre 2

Particularités du mortier

Sommaire

2.1 Premier confinement déporté	9
2.1.1 Description sommaire du système propulsif	9
2.1.2 Modèle d'initialisation	10
2.1.3 Système d'équations de conservations	11
2.1.4 Loi de débit	12
2.2 La combustion des poudres	12
2.2.1 Loi de Vieille généralisée	12
2.2.2 Combustion érosive	13
2.3 Transport des grains	13
2.3.1 Formulation classique	13
2.3.2 Ajout de l'inertie des grains	14
2.4 SBIM	15

2.1 Premier confinement déporté

2.1.1 Description sommaire du système propulsif

À la différence de l'artillerie classique, la munition de mortier peut être propulsée sans poudre initialement présente dans la chambre principale. En effet, l'équivalent du dispositif d'allumage est suffisamment puissant pour générer une pression suffisante de sorte à obtenir une vitesse de sortie de l'ordre de 100 m.s^{-1} . Résultant ainsi d'une portée minimale correspondant à la demande des forces armées.

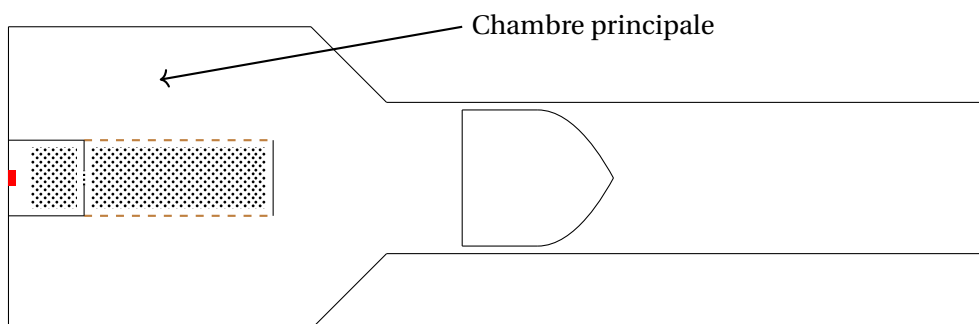


FIGURE 2.1 – Schéma du système propulsif du mortier sans poudre présente initialement dans la chambre principale.

Dans un premier temps, un code nommé SBIM (Simulation de la Balistique Intérieure du Mortier) basé sur un modèle 0D a été développé en tant qu'outil ingénieur. Cela servira pour faire des calculs simples afin de tester des nouvelles théories pour avoir des informations préliminaires dans un temps raisonnable. Dans un second temps, nous avons ajouté les éléments manquants au code MOBIDIC [8] dans sa configuration 2D afin de tenir compte des spécificités du mortier. Nous ne détaillerons pas les modèles de MOBIDIC qui sont déjà référencés dans la littérature auxquels il a fallu ajouter la combustion érosive et la dispersion des grains qui seront expliquées ici. Nous nous concentrerons donc sur le modèle 0D.

Le fondement du modèle 0D est la considération de deux réservoirs homogènes, l'intérieur de la cartouche et la chambre, qui communiquent grâce aux trous de la queue porte-cartouche après que le carton se soit percé au-delà de sa pression de rupture. Dans chacun des réservoirs, la poudre qui s'y trouve brûle à une vitesse propre. On détaille par la suite chaque point séparément. Cette démarche n'a été que très peu explorée, l'unique document à notre connaissance qui propose un travail similaire est un article d'Anderson [2] mais il suppose que tout se déroule de manière isotherme, le reste consiste à faire une étude spatiale du problème, comme ce que propose Kuo dans son article [1], ou bien de ne pas tenir compte du comportement de l'allumeur, ce que fait Naussbaum dans sa thèse [9].

2.1.2 Modèle d'initialisation

Le percuteur initie l'amorce, qui allume la composition pyrotechnique d'allumage, elle va à son tour démarrer la combustion d'une gargousse de quelques grammes de poudre identique à celle contenue dans la cartouche, cela est représenté figure 2.1. Tout cela est confiné à l'aide d'un paillet qui va rompre à cause de la surpression, libérant ainsi les gaz qui vont s'écouler dans le diffuseur et se répandre dans la cartouche. Le reste de la poudre va alors s'allumer et brûler jusqu'à atteindre la pression de rupture du carton. Comme choix de condition initiale, on part de la pression de rupture du carton et on détermine la masse nécessaire de poudre à brûler pour atteindre cet état. On suppose alors que toute la poudre brûle de manière homogène jusqu'à ce que le gaz atteigne la pression de rupture du carton. L'hypothèse de combustion homogène est fautive, comme dit précédemment, cependant il est difficile de s'en détacher ici. On gardera cette hypothèse en tête lors des comparaisons entre simulations et expériences. Il reste à résoudre le système (2.1) suivant dont les inconnues sont T_i et m_{gi} :

$$\begin{cases} P_i = \left(\frac{m_{air}}{M_{air}} + \frac{m_{gi}}{M_g} \right) \frac{R T_i}{V_0 - V_{gp}} \\ T_i = \frac{\Delta_r U m_{gi}}{C_{Vair} m_{air} + C_V m_{gi}} + T_0 \end{cases} \quad (2.1)$$

Lorsque l'on connaît m_{gi} , on peut en déduire la masse de poudre restante. On suppose alors que la combustion est homogène donc on peut en déduire l'épaisseur qui a brûlé e_b via :

$$\frac{V_{grain}(e_b)}{V_{grain}(0)} = 1 - \frac{m_{gi}}{m_0}$$

2.1.3 Système d'équations de conservations

On a le système (2.2) suivant pour la phase gaz dans la cartouche :

$$\left\{ \begin{array}{l} d_t m_{g1} = \rho_p A_{gp1} V_{c1} - A \rho_i u_i \\ d_t T_1 = \frac{\gamma-1}{m_{g1} r} \left(\rho_p A_{gp1} V_{c1} \left(\Delta_r U - \frac{r}{\gamma-1} (T_1 - T_0) \right) - P_i u_i A + P_1 d_t V_{gp1} \right. \\ \quad \left. - A \rho_i u_i r \frac{T_2 - T_1}{\gamma-1} \right) \\ \rho_1 = \frac{m_{g1}}{V_{cartouche} - V_{gp1}} \\ P_1 = \frac{r T_1}{\frac{1}{\rho_1} - b} \end{array} \right. \quad (2.2)$$

Avec, dans l'ordre, l'équation de conservation de la masse, de l'énergie, la masse volumique des gaz et l'équation d'état de Noble-Abel. Les équations de conservations sont intégrées sur le volume du gaz de la cartouche : $m_g = \iiint_{V_{libre}} \rho dV$ et $U = \iiint_{V_{libre}} \rho r T / (\gamma - 1) dV$. On peut écrire le système (2.3) homologue pour le gaz dans la chambre :

$$\left\{ \begin{array}{l} d_t m_{g2} = \rho_p A_{gp2} V_{c2} + A \rho_i u_i \\ d_t T_2 = \frac{\gamma-1}{m_{g2} r} \left(\rho_p A_{gp2} V_{c2} \left(\Delta_r U - \frac{r}{\gamma-1} (T_2 - T_0) \right) + P_i u_i A + P_2 d_t V_{gp2} \right. \\ \quad \left. - P_2 \pi R_c^2 v_{proj} + A \rho_i u_i r \frac{T_i - T_2}{\gamma-1} \right) \\ \rho_2 = \frac{m_{g2}}{V_{chambre} - V_{gp2}} \\ P_2 = \frac{r T_2}{\frac{1}{\rho_2} - b} \end{array} \right. \quad (2.3)$$

Ce système correspondant au schéma 2.2 suivant :

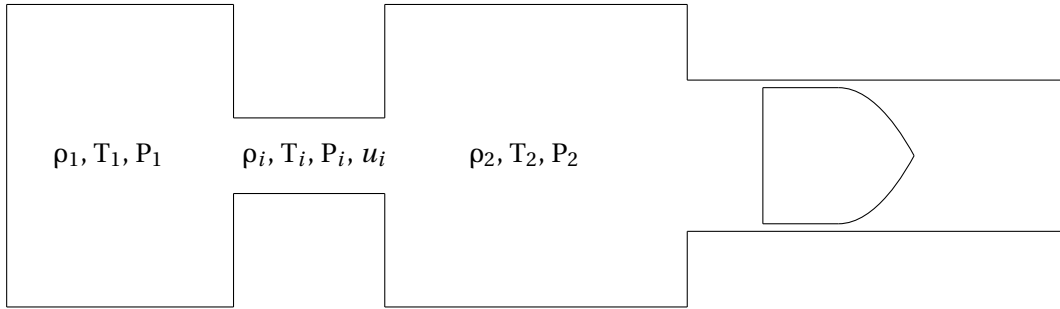


FIGURE 2.2 – Schéma du système d'équation.

L'équation de conservation de la masse est un simple bilan dans lequel se trouve le terme source dû à la combustion de la poudre et le terme d'échange dont les paramètres sont exprimés dans la partie suivante. L'équation de conservation de l'énergie est un bilan d'énergie interne, on néglige l'énergie cinétique des gaz. En effet, les projectiles de mortier allant au plus à 400 m.s^{-1} avec une célérité du son d'environ 1000 m.s^{-1} pour un canon de longueur d'environ 1 m , on ne considérera pas les hétérogénéités de pression et l'écoulement des gaz dans les réservoirs.

On suppose que l'énergie interne de réaction est constante. Les données du gaz seront assimilées uniquement à celles des produits de combustion en négligeant la présence d'air.

Les inconnues sont les paramètres thermodynamiques des deux réservoirs. Les vitesses de combustion sont des fonctions de ces grandeurs. Le volume de la chambre est une fonction du déplacement du projectile. Enfin les valeurs liées à l'écoulement des gaz d'un réservoir à l'autre sont décrites dans la partie suivante.

Dans le système (2.3), on tient compte de la possible présence de grains dans la chambre, cela permet de considérer ceux qui pourraient sortir de la cartouche ou bien ceux qui seraient déjà présents dans le cas initialement non envisagé où l'on considérerait les relais.

2.1.4 Loi de débit

Nous repartirons de l'idée d'Anderson [2]. La situation présente est un écoulement compressible assimilable à celui qui se trouve dans un convergent d'une tuyère. On ne peut cependant pas repartir exactement des lois établies pour les fusées car elles reposent sur l'utilisation de la loi des gaz parfaits, ce qui n'est pas notre cas ici. Il a fallu repartir de l'hypothèse d'écoulement homentropique et de l'expression de l'enthalpie (1.6) pour en déduire la loi suivante :

$$u_i = \sqrt{2b(P_1 - P_2) + 2\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{P_1}{\rho_1}\frac{1}{1-b\rho_1}\left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)(1-b\rho_1)^2} \quad (2.4)$$

Cette loi (2.4) est valable lorsque $P > P_e$ mais dans une certaine limite, l'écoulement ne peut pas être supersonique car on a un convergent. Il y a donc une vitesse limite que l'on peut déterminer en résolvant dans un premier temps l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\gamma}{\gamma-1}P_1\left(\frac{1}{\rho_1} - b\right) + bP_1 &= \frac{\gamma}{\gamma-1}P_{lim}\left(\frac{1}{\rho} - b\right)\left(\frac{P_1}{P_{lim}}\right)^{\frac{1}{\gamma}} + bP_{lim} \\ &+ \frac{\gamma}{2}P_{lim}\left(b + \left(\frac{1}{\rho_1} - b\right)\left(\frac{P_1}{P_{lim}}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\right)^2\left(\frac{1}{\rho_1} - b\right)^{-1}\left(\frac{P_{lim}}{P_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \end{aligned}$$

Si $P_2 > P_{lim}$ alors la loi (2.4) donnée précédemment est valide et on prendra $P_i = P_2$, sinon l'écoulement sera sonique :

$$u_i = \sqrt{\gamma\frac{P_{lim}}{\rho_{lim}(1-b\rho_{lim})}} \quad (2.5)$$

Avec $P_i = P_{lim}$ et $\rho_{lim} = \left(b + \left(\frac{1}{\rho_1} - b\right)\left(\frac{P_1}{P_{lim}}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\right)^{-1}$.

Il reste à déterminer la température et la densité des gaz, ce qui se détermine via :

$$\begin{aligned} \rho_i &= \frac{1}{b + \left(\frac{1}{\rho_1} - b\right)\left(\frac{P_1}{P_i}\right)^{\frac{1}{\gamma}}} \\ T_i &= \frac{P_i}{r}\left(\frac{1}{\rho_1} - b\right)\left(\frac{P_1}{P_i}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \end{aligned}$$

Un raisonnement analogue peut être fait dans le cas où $P_2 > P_1$.

2.2 La combustion des poudres

2.2.1 Loi de Vieille généralisée

En combustion solide on utilise souvent la loi empirique de Vieille $V_c = a_v P^n + b_v$, où a_v , b_v et n sont des valeurs supposées constantes. On peut l'appliquer sous réserve d'écoulement suffisamment faible au niveau de la surface du solide, sinon des phénomènes d'érosions peuvent apparaître.

Cette loi empirique fonctionne sur des plages de pression données lorsque le grain est allumé, on ne pourra pas donc tenir compte des phénomènes d'allumage.

Pour expliquer cette combustion théoriquement trop lente, on a trouvé la modélisation suivante.

2.2.2 Combustion érosive

Il existe de nombreuses relations pour modéliser la combustion érosive. Nous utilisons ici une des plus simples [10] utilisées pour les doubles bases.

$$\epsilon = \begin{cases} 1 & \text{si } Vi < 8 \\ 1 + 0,05 (Vi - 8) & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.6)$$

Où :

$$Vi = \frac{\rho_g U}{\rho_s r} \sqrt{\xi}$$

$$\xi = 0,0032 + \frac{0,22}{Re^{0,237}}$$

Pour notre cas : $Re \approx 2.10^6$, $\rho_g \approx 50 \text{ kg.m}^{-3}$, $\rho_s \approx 1600 \text{ kg.m}^{-3}$, $U \approx 1000 \text{ m.s}^{-1}$, $r \approx 0,1 \text{ m.s}^{-1}$, d'où $\epsilon \approx 2$, ce qui était attendu. Cela nous conforte dans le bien fondé de la présence de combustion érosive. Cependant, la vitesse n'étant pas homogène dans la cartouche, un facteur correctif est à ajouter pour estimer la vitesse moyenne des gaz perçus par les grains de poudre.

L'existence de ce phénomène est reconnu mais peu expliqué. Plus de détails seront donnés dans un chapitre 5 dédié à la modélisation de la combustion.

2.3 Transport des grains

2.3.1 Formulation classique

Un des plus grands problèmes de modélisation en balistique intérieure est la modélisation du mélange solide-gaz. La formulation de référence est celle de Baer et Nunziato [11], qui est toujours actuellement un sujet de recherche actif [12, 13, 14]. L'élément central de cette modélisation est la considération continue de la phase solide. Elle est considérée comme un fluide à bien des égards, les équations de conservations sont presque les mêmes, à l'exception de l'ajout d'un terme de déséquilibre de pression et l'équation de transport de la fraction solide suivante :

$$\frac{\partial \alpha_s}{\partial t} + v_s \frac{\partial \alpha_s}{\partial x} = \frac{\alpha_s \alpha_G}{\mu_c} (p_s - (p_G + \beta_s)) + \frac{c_s^+}{\gamma_s} \quad (2.7)$$

Les indices s et G correspondent respectivement à la phase solide et la phase gaz. c_s^+ est le terme source de masse de la phase solide. μ_c est une forme de viscosité liée à la compaction. β_s représente les contraintes de contact entre les grains. Il y a également un terme de traînée qui intervient dans le bilan de quantité de mouvement. Cela signifie que l'inertie propre d'un grain n'a pas d'impact sur les calculs. En effet, ce qui gouverne le comportement du lit de poudre est l'échelle mésoscopique. Cela pourrait signifier que le temps de réponse d'un grain de poudre est très rapide par rapport aux phénomènes des échelles mésoscopique et macroscopique. Hors dans le cas du mortier, les premiers instants de la mise en mouvement des grains revêt une importance de premier ordre à cause de la présence de la combustion érosive qui a lieu en même temps. Cette combustion étant fonction de l'écart de vitesse entre la poudre et le gaz, ignorer l'inertie des grains résulterait d'une mise en mouvement trop rapide et donc une combustion érosive trop faible vis-à-vis de la réalité expérimentale. C'est ce qui a été constaté sur MOBIDIC, code de balistique intérieure basé sur la formulation de Baer et Nunziato [8]. Des tentatives pour ralentir les grains ont été faites sans succès, donnant lieu à des aberrations numériques, résultat logique d'une inconsistance théorique puisque cette formulation implique une phase solide sans inertie. La suite se concentrera sur une proposition de formulation pour inclure l'inertie de la poudre.

2.3.2 Ajout de l'inertie des grains

On observe expérimentalement que de la poudre sort de la cartouche, au vu du temps de combustion obtenu lors des tirs à l'air libre mais aussi par les essais en bombe manométrique où l'on observe une brusque montée en pression due à la pression très élevée dans la cartouche puis une montée plus lente due aux grains qui finissent de brûler dans la chambre. Dans le cas où les grains seraient petits devant la taille des trous et qu'ils aient la même vitesse que l'écoulement, alors on pourrait prendre la même loi que Kuo [15] :

$$D_{m \text{ solide}} = \frac{\alpha_2}{1 - \alpha_2} D_m$$

Avec α_2 la fraction massique de solide. Ces hypothèses ne sont pas valables ici et cette loi donne un débit de grain trop élevé, une solution est d'y mettre un facteur correctif qui vaut environ 0,1. Cette démarche est similaire à ce que propose Anderson [2] donne l'équation suivante (2.8) :

$$D_{m \text{ solide}} = \frac{\alpha_2}{1 - \alpha_2} D_m f_{tr} \quad (2.8)$$

Avec $f_{tr} = u_p / u_i$.

Si l'on considère une force de frottement inertielle on peut déduire un temps caractéristique pour qu'un grain se mette à la vitesse de l'écoulement :

$$\tau = \frac{2 m_{\text{grain}}}{\rho u_i C_x A_{\text{grain}}} \approx 1 \text{ ms}$$

On ne peut donc pas considérer les grains immobiles ni à la même vitesse que l'écoulement car c'est du même ordre de grandeur que la durée de la BI. On va alors déterminer une vitesse d'emport des grains et supposer qu'ils sont mis en mouvement pour sortir de la cartouche sans qu'ils reviennent. Sachant qu'une fois la vitesse d'écoulement atteinte, on suppose que $f_{tr} = 1$.

Dans la thèse de Nussbaum [9], celui-ci fait référence à un article pour décrire l'entraînement de la poudre [16] [17] qui cite l'article de Burke [18]. Notre but est de déterminer une force de frottement qui s'applique sur un grain, on peut repartir du dernier article pour trouver :

$$F = \frac{1 - \alpha_2}{d_V N_{gp}} \frac{\Delta P}{L}$$

Puis on peut utiliser l'article de Ergun [17] :

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{150}{g} \left(\frac{\alpha_2}{1 - \alpha_2} \right)^2 \frac{\mu u_i}{D^2} + \frac{1,75}{g} \frac{\alpha_2}{1 - \alpha_2} \frac{\rho u_i^2}{D}$$

Avec $D = \frac{6 V_{\text{grain}}}{A_{\text{grain}}}$ et $d_V N_{gp} = \frac{\alpha_2}{V_{\text{grain}}}$ on obtient :

$$F = \frac{A_{\text{grain}}}{6} \left(\frac{150}{g} \frac{\alpha_2}{1 - \alpha_2} \frac{\mu u_i}{D} + \frac{1,75}{g} \rho u_i^2 \right)$$

Donc :

$$\partial_t u_p = \frac{A_p}{6 \rho_p V_{\text{grain}}} \left(k_1 \frac{\alpha_2}{1 - \alpha_2} \frac{\mu (u_i - u_p)}{D} + k_2 \rho (u_i - u_p) |u_i - u_p| \right)$$

On est dans un régime d'écoulement turbulent donc on va négliger le terme visqueux et obtenir l'équation suivante :

$$\partial_t u_p = \frac{k_2}{D \rho_p} \rho (u_i - u_p) |u_i - u_p| \quad (2.9)$$

Ce qui est quasiment équivalent à une force de frottement inertielle dans le cas d'une sphère avec la valeur de k_2 donnée :

$$\rho_p V_{grain} \partial_t u_p = \frac{4}{3} \frac{k_2}{2} S \rho u_i^2$$

Les valeurs des coefficients étant dépendant des unités originales utilisées par les auteurs, on peut déduire la valeur de k_2 de la valeur de C_x d'une sphère : $k_2 = 3/4 C_x \approx 0,37$ au lieu de 0,18. Les auteurs semblent signifier que ce coefficient est dépendant de la forme du grain.

Cette loi est améliorée dans l'article de Harrison [19], il y est proposé une amélioration de Tallmadge [20] qui précise la corrélation inertielle d'Ergun. Ils donnent des valeurs équivalentes de $k_2 \approx 4,5$

$$\partial_t u_p = \frac{A_p}{6 \rho_p V_{grain}} \left(k_1 \frac{\alpha_2}{1 - \alpha_2} \frac{\mu (u_i - u_p)}{D} + k_2 \left(\frac{\alpha_2}{1 - \alpha_2} \frac{\mu}{\rho u_i D} \right)^{1/6} \rho (u_i - u_p) |u_i - u_p| \right)$$

Ce qui est censé marcher jusqu'à $\mathcal{R}_e = 10^5$. Encore une fois, on néglige la partie visqueuse pour obtenir finalement :

$$\partial_t u_p = \frac{k_2 D}{\rho_p} \rho \left(\frac{\alpha_2}{1 - \alpha_2} \frac{\mu}{\rho u_i D} \right)^{1/6} (u_i - u_p) |u_i - u_p| \quad (2.10)$$

La valeur de k_2 dans l'équation (2.10) est à préciser car celle donnée est valable pour l'écoulement de grains proche-sphérique dans un cylindre, ici la forme de la cartouche rend l'écoulement plus difficile, nos simulations se rapprochent de la réalité avec une valeur d'environ 0,5. On peut alors en déduire f_{ir} et le débit massique des grains.

2.4 SBIM

En résumé, ces diverses équations ont été assemblées pour former un modèle 0D. Ce dernier ne peut pas être résolu analytiquement, il faut le résoudre numériquement. Le choix se porte sur RK4, une méthode éprouvée. Cependant, au cours de l'avancée du projectile, différents phénomènes à différentes échelles de temps se produisent. En commençant avec un écoulement compressible entre les chambres et en finissant par une détente adiabatique d'un gaz formant un simple piston.

Avec un pas de temps constant, cela oblige à prendre le minimum des pas de temps, rendant le calcul plus coûteux à cause de la première phase. La méthode Runge-Kutta-Merson a été retenue puisqu'elle présente les avantages du RK4 avec une évaluation efficace de l'erreur numérique permettant d'adapter le pas de temps au cours du calcul.

Cela donne le code nommé SBIM pour Simulation de la Balistique Intérieure du Mortier.

Les équations retenues sont les suivantes :

- Les systèmes (2.2) et (2.3)
- La loi d'écoulement entre les deux chambres (2.4)
- Le transport des grains (2.10)
- La loi de combustion (2.6)

Le principe fondamental de la dynamique sur le projectile permet de fermer le système.

Chapitre 3

Distribution de la taille des grains

Sommaire

3.1 Généralités	17
3.1.1 Géométrie simple	17
3.1.2 Distribution de la taille des grains	18
3.1.3 Caractérisation de la distribution	18
3.2 Modification du modèle de BI	19
3.2.1 Cas pratique	19
3.2.2 Distribution numérique	20
3.2.3 Application générique	20
3.3 Exemple d'un mortier de 140mm	20

3.1 Généralités

Ce chapitre revient sur ce qui a été présenté lors de la conférence de l'ICT Fraunhofer 2022 "MODELLING OF THE INTERNAL BALLISTICS OF MORTAR INCLUDING POLYDISPERSE GUNPOWDER SIZE" [21].

L'objet ici sera de quantifier l'impact de la dispersion de la taille des grains de poudre. Il est possible d'estimer l'écart type en dessous duquel il ne sera pas possible d'observer d'effet sur la balistique intérieure du projectile. En considérant que tous phénomènes se déroulant en moins de $100\mu s$ n'a pas de conséquences, une vitesse de combustion supérieure à $1cm.s^{-1}$, alors des écarts inférieurs à $1\mu m$ peuvent être ignorés. Pour des tailles de grain de l'ordre de $1mm$, cela donne une répétabilité strictement inférieure à 1%, ce qui n'est pas accessible à l'échelle industrielle. Il faut alors quantifier les effets de cette distribution.

3.1.1 Géométrie simple

Nous avons besoin de déterminer la surface et le volume du grain au cours du temps. La variable z représentant la fraction massique de poudre brûlée est habituellement utilisée pour exprimer les grandeurs géométriques, ici nous avons fait le choix de prendre une variable différente : e_b pour se simplifier la tâche numériquement. On les exprime en fonction de l'épaisseur qui a brûlé qui se détermine via :

$$e_b = \int_0^T V_c(t) dt$$

Cela donne pour les paillettes, qui sont des parallélépipèdes rectangles dont un côté est carré, d'épaisseur d_1 et de longueur l_1 :

$$A_{grain} = 4(d_1 - 2 e_b)(l_1 - 2 e_b) + 2(l_1 - 2 e_b)^2$$

$$V_{grain} = (d_1 - 2 e_b)(l_1 - 2 e_b)^2$$

3.1.2 Distribution de la taille des grains

Il serait naïf de penser que les grains de poudre sont tous identiques à la taille de molécule près. Alors se pose la question de la taille limite en dessous de laquelle nous pouvons considérer tous les grains comme parfaitement identiques. Pour débiter une réflexion sur le sujet, il existe quelques références sur la Population Balance Equation (PBE) [22], avec des applications pratiques en combustion [23] [24], mais très peu d'application à la BI [25]. Les phénomènes que l'on observe ne semblent pas impactés par les instabilités dont le temps caractéristique est inférieur à 500 μs , la vitesse de combustion est de l'ordre de $1 / 10 \text{ cm.s}^{-1}$, on peut alors en déduire une épaisseur caractéristique en dessous de laquelle on n'aura pas d'impact $\approx 10^{-5} \text{ m}$. Or les poudres ont des écarts types sur les paramètres géométriques qui sont supérieurs à 10^{-4} m , il faut alors en tenir compte dans notre modèle. On prendra l'exemple de l'épaisseur des paillettes.

3.1.3 Caractérisation de la distribution

En première approximation, on prendra une loi normale centrée réduite sur une taille caractéristique selon le nombre de grains, les autres dimensions sont supposées exactes. On définit alors la fonction de distribution de l'épaisseur initiale de grain comme suit :

$$\int_e^{+\infty} f(x) dx = \frac{N_{grain}(d \geq e)}{N_T} \quad (3.1)$$

Ce résultat est incompatible avec une distribution normale centrée réduite. Cependant au vu du cas pratique que l'on a, il faudra calculer numériquement les intégrales qui en découlent, on fera alors l'approximation suivante :

$$\int_0^{+\infty} f(x) dx \approx \int_{\bar{d}-3\sigma}^{\bar{d}+3\sigma} f(x) dx \approx 1 \quad (3.2)$$

Ce qui permet de faire un abus en considérant la loi normale que l'on souhaite sous réserve que $\bar{d} - 3\sigma \gg 0$ dans le sens où l'on a l'inégalité suivante avec un f donné :

$$Int_{erreur} = \int_0^{\bar{d}-3\sigma} f(x) dx + \int_{\bar{d}+3\sigma}^{+\infty} f(x) dx \ll 1$$

Cela est vérifié dans nos cas pratiques. La conséquence sémantique est d'ignorer les grains dont l'épaisseur s'éloigne de plus de 3 écarts types. Une amélioration possible serait de faire les calculs qui vont suivre avec une distribution fidèle qui sera à déterminer un jour, pour se passer de cette approximation bien qu'elle soit légitime. On prendra alors :

$$f(x) = \frac{e^{-\left(\frac{x-\bar{d}}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2}}{\sqrt{2\pi}\sigma}$$

Qui donne une valeur de $Int_{erreur} \approx 0,27\%$. Pour être exactement conservatif sur la masse de poudre, il faut alors de multiplier par $1/0.9973$ pour normaliser l'intégrale.

3.2 Modification du modèle de BI

Dans notre modèle, nous supposons des grains parfaitement identiques, il en découle des calculs incluant des grandeurs de type nombre de grains fois le volume d'un grain à un instant t par exemple. Toutes ces dépendances peuvent se substituer de manière assez simple par la procédure qui va suivre.

Déterminons le nombre total de grains dans un premier temps, par construction de f on a :

$$\int_e^{e+\delta e} f(x) dx = \frac{N_{grain}(e + \delta e \geq d \geq e)}{N_T}$$

Donc :

$$V_T = \Sigma N_{grain}(e + \delta e \geq d \geq e) V(e + \delta e/2) = N_T \int_0^{+\infty} f(x) V(x) dx$$

$$N_T = \frac{m_p}{\rho_p \int_0^{+\infty} f(x) V(x) dx} \quad (3.3)$$

On retrouve simplement que le nombre de grains peut se déduire du rapport du volume total sur le volume moyen. Dans le cas des paillettes dont on n'étudie une dispersion que selon l'épaisseur cela donne un premier résultat agréable :

$$N_T = \frac{V_T}{l^2 \times \bar{d}}$$

Ce qui implique que le nombre de grains ne change pas du cas où tous les grains sont identiques.

Cette première digression permet de comprendre les changements qui vont être apportés au modèle : les volumes et surfaces de grains ne seront plus à calculer comme $N_T \times V(e_b)$ mais comme suit :

$$G(e_b) = N_T \int_{e_b}^{+\infty} f(x) g(x, e_b) dx$$

Car :

$$g(x, e_b) = \begin{cases} g(x, e_b) & \text{si } x \geq e_b \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.4)$$

Ce qui est bien consistant avec le cas idéal de grains identiques, il suffit de remplacer f par un dirac centré en $\bar{d}$ pour le vérifier :

$$G(e_b) = \begin{cases} N_T g(\bar{d}, e_b) & \text{si } e_b < \bar{d} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

3.2.1 Cas pratique

Dans notre cas pratique, on procédera comme expliqué précédemment :

$$V_T(e_b) = \begin{cases} N_T \int_{\bar{d}-3\sigma}^{\bar{d}+3\sigma} f(x) V_g(x, e_b) dx & \text{si } e_b \leq \bar{d} - 3\sigma \\ N_T \int_{e_b}^{\bar{d}+3\sigma} f(x) V_g(x, e_b) dx & \text{si } \bar{d} + 3\sigma \geq e_b \geq \bar{d} - 3\sigma \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.5)$$

On en fait de même pour la surface des grains.

3.2.2 Distribution numérique

Nous avons présenté ci-avant le cas d'une distribution gaussienne. Cependant, nous pourrions avoir une distribution quelconque, comme la poudre noire qui est généralement constituée de grain de type patatoïde avec une distribution non gaussienne très étendue. Généralement, c'est une fonction de partition du volume selon le diamètre qui est mesurée, il faudra prendre le soin de faire la conversion en nombre, le but étant de trouver la surface d'un grain fictif qui, une fois multipliée par le nombre de grains, donnera l'évolution réelle de la surface au cours du temps. Cette méthode permet d'ignorer la disparition progressive des grains puisqu'elle est cachée dans le comportement du grain fictif.

Cela donne le résultat suivant pour une distribution quelconque de grains sphériques :

$$S_T(e_b) = \begin{cases} N_T \int_{d_i}^{d_s} f(x) \pi(x - 2eb)^2 dx & \text{si } e_b \leq d_i/2 \\ N_T \int_{2e_b}^{d_s} f(x) \pi(x - 2eb)^2 dx & \text{si } d_i/2 \geq e_b \geq d_s/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.6)$$

Où d_i et d_s représentent respectivement le diamètre minimal et maximal mesurés. N_T peut se calculer très facilement puisque $V_T(0)$ représente le volume moyen en nombre donc $N_T = V_{poudre}/V_T(0)$.

3.2.3 Application générique

Le calcul de l'intégral (3.5) est coûteuse numériquement. Une méthode moins gourmande et qui permet facilement d'inclure les distributions quelconques serait de générer une table de la surface et du volume en fonction de l'épaisseur qui a réagi. L'intérêt est de pouvoir augmenter la résolution numérique. En effet, pour une distribution gaussienne, il n'est pas nécessaire d'avoir une résolution spatiale importante mais ce constat ne se généralise pas à toutes les distributions. Nous pensons par exemple à l'aluminium [23] dont les diamètres peuvent s'étaler sur deux ordres de grandeur. Le calcul de l'intégrale à chaque pas de temps augmenterait considérablement les temps de calcul.

3.3 Exemple d'un mortier de 140mm

Un mortier fictif de 140mm a été créé. L'exemple se place dans le cas d'une charge minimale i.e. lorsqu'il y a de la poudre uniquement dans la cartouche. L'interface entre la cartouche et la chambre principale s'ouvre lorsqu'une différence de pression de 100 atm est atteinte. La masse de la munition vaut 20 kg.

La poudre choisie est une double base 3x3x0,3. La dispersion de la taille des grains est fixée à 20% sur l'épaisseur. Cela modifie la surface moyenne des grains comme affiché sur la figure 3.1. La longueur de déplacement du projectile est de 1 m.

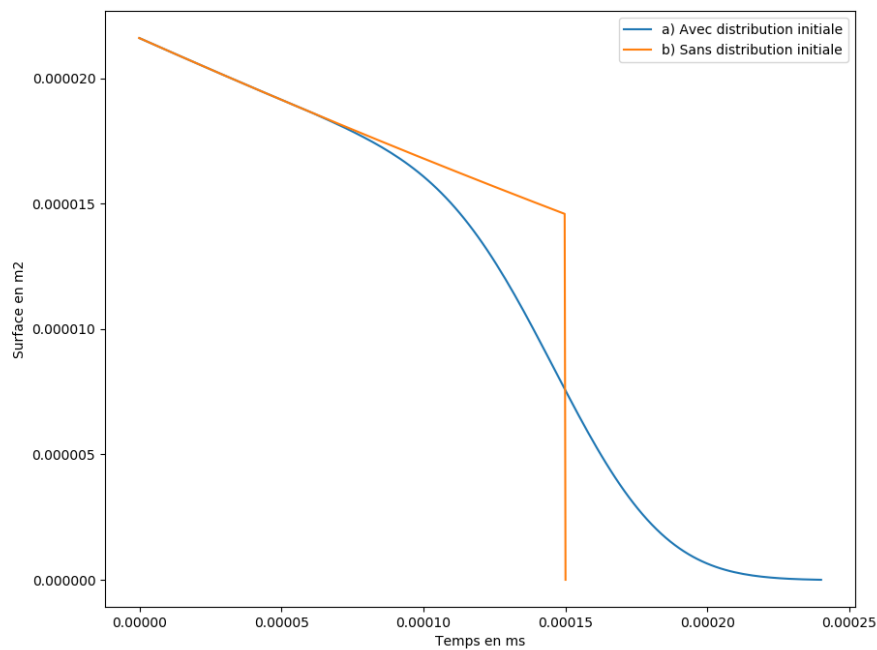


FIGURE 3.1 – a) Surface moyenne en tenant compte de la distribution, b) Surface d'un grain moyen.

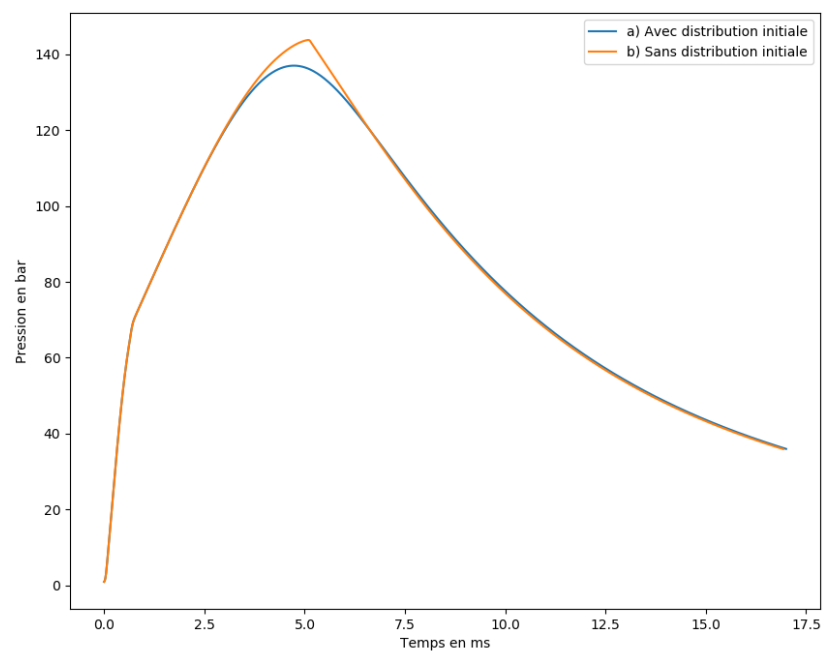


FIGURE 3.2 – a) Avec l'ajout de la distribution de taille de grain initiale, b) Pression obtenue par SBIM pour le mortier de 140 mm.

Dans cet exemple, l'écart sur la vitesse de bouche est très faible mais la pression maximale change.

TABLEAU 3.1 – Vitesse de bouche

pas de distribution	avec distribution
102,26 $m.s^{-1}$	102,06 $m.s^{-1}$

TABLEAU 3.2 – Pression maximale dans la chambre

pas de distribution	avec distribution
137,0 atm	143,7 atm

Ce calcul peut s'appliquer facilement sur l'épaisseur caractéristique du grain, appelée usuellement web, en général. La figure 3.3 montre l'application à un grain tubulaire mono-trou de paramétrage homologue au calcul précédent.

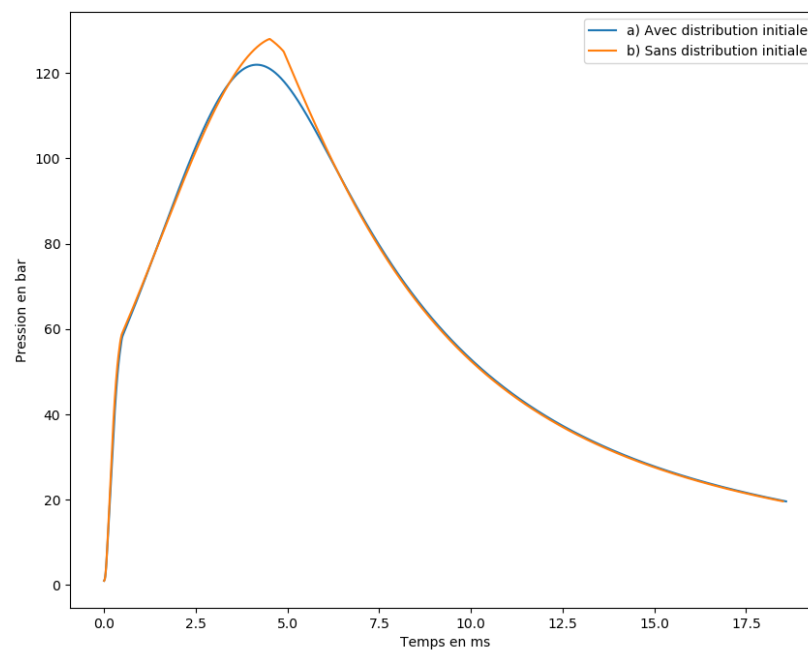


FIGURE 3.3 – a) Pression obtenue par SBIM pour le mortier de 140 mm avec une poudre tubulaire, b) Avec l'ajout de la distribution de taille de grain initiale.

Chapitre 4

Hétérogénéité dans la BI

Sommaire

4.1 Motivation initiale	23
4.1.1 La résolution numérique	23
4.1.2 Application à la BI	24
4.1.3 Méthode numérique	25
4.2 Résultats et discussion	25
4.2.1 Exemple d'un mortier de 140mm	25
4.2.2 Résultats	26
4.2.3 La convergence du maillage	30
4.3 Hétérogénéités en regard de la distribution initiale	30

4.1 Motivation initiale

Ce chapitre revient sur ce qui a été publié dans l'article "Theoretical investigation on combustion heterogeneity in interior ballistics of mortar using Population Balance Equation" [26].

Les équations de transport de distribution proviennent originellement de la physique fondamentale. L'équation de Boltzmann [6] qui permet de modéliser le comportement des gaz dilués fait partie des plus connues. Également l'équation de Vlasov :

$$\partial_t f + \frac{\vec{p}}{\gamma m} \partial_{\vec{r}} f + q(\vec{E} + \vec{p} \vec{B}) \partial_{\vec{p}} f = 0$$

Elle décrit le comportement d'électrons ayant une quantité de mouvement $\vec{p}$. Elle reste un sujet de recherche actif de nos jours, le principal problème de ce type d'équation est l'augmentation du nombre de dimensions. Initialement, une description 3D du couple position-vitesse suffit, or ici se rajoute la description de la distribution selon les 3 axes d'espace. Le problème passe en dimension 6, ce qui augmente considérablement les coûts de calcul, d'autant plus que la résolution numérique de ce type d'équation n'est pas aisée.

4.1.1 La résolution numérique

Le facteur limitant de l'usage de ce type d'équation est leur résolution. En dehors des cas triviaux, il sera obligatoire de faire usage de résolution numérique. Il existe une grande diversité de méthodes numériques pour s'attaquer à ce genre de problème, par exemple

avec une translation de la distribution et une interpolation par spline cubique [27]. Parmi les développements récents [28], rares ont été testés pour la BI. En dehors de la méthode d'Aldis [25], qui consiste en un équivalent de volumes finis, rares sont celles applicables à Vlasov et à la BI. En effet, bien que dans les 2 cas la conservation de l'intégrale soit nécessaire, l'apparition de valeurs négatives dans le cas de Vlasov ne pose pas de problème pour la vitesse d'un électron, ce qui n'est pas le cas pour la surface d'un grain de poudre. Il faut également noter l'objectif présent : déterminer l'impact des hétérogénéités de combustion, or avec un schéma numérique dispersif [25], cela fera apparaître des hétérogénéités, que ce soit numériquement ou physiquement. Cela empêche donc d'argumenter sur l'aspect négligeable ou non de ces hétérogénéités.

4.1.2 Application à la BI

L'équation de transport de distribution adapté à la balistique intérieure est l'équation de balance de population (PBE) [29]. Cette équation, originellement utilisée pour étudier la croissance de cristaux, peut être modifiée pour le cas présent :

$$\partial_t f + v \cdot \text{grad} f + V_c(x, y) \partial_{eb} f = (v - v_p) \cdot \text{grad} f |v - v_p| A(eb, d)$$

Pour l'établir, Aldis [25] donne l'équation suivante pour la PBE appliquée à la conservation de masse

$$\frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_i \rho_i) + \vec{\nabla} \cdot (\epsilon_i \rho_i \vec{V}_i) + \frac{\left(\epsilon_i \rho_i \frac{dR}{dt} \right) \Big|_{R_i}}{\Delta R} = -\dot{m}_i \quad (4.1)$$

L'indice i fait référence à la i -ème cellule. Une cellule contient les grains brûlés dont la taille caractéristique R est comprise entre R_i et $R_i + \Delta R$. ϵ_i est la fraction volumique, ρ_i la densité, $\vec{V}_i$ la vitesse du solide, $\dot{m}_i$ le débit massique de la réaction dû à sa combustion. Les intervalles $[R_i; R_i + \Delta R[$ définissent alors les cellules du maillage dans la dimension granulométrique.

L'utilisation d'intervalles sur la taille est utilisée pour la mise en œuvre d'une méthode numérique appelée méthode multi-classes. [30].

Avec nos variables, l'équation peut être réécrite de la manière suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_i / v_i^m) + \vec{\nabla} \cdot (\epsilon_i / v_i^m \vec{V}_i) + \frac{\left(\epsilon_i / v_i^m \frac{dv_i^m}{dt} \right) \Big|_{v_i}}{\Delta v} = 0 \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_i \rho_i) + \vec{\nabla} \cdot (\epsilon_i \rho_i \vec{V}_i) + \frac{\left(\epsilon_i \rho_i \frac{dv_i^m}{dt} \right) \Big|_{v_i}}{\Delta v} = -S(v_i^m) r_b \epsilon_i \rho_i / v_i^m \quad (4.3)$$

L'équation 4.2 correspond à la conservation du nombre de grains et 4.3 à la conservation de la masse. v_i^m est le volume moyen d'un grain de la classe i

$$v_i^m = \epsilon_i / N_i dV$$

Avec dV l'élément de volume et N_i le nombre de grains dans la classe i .

Cependant, la PBE ne sera pas résolue de la même manière; la raison est donnée dans la section suivante.

4.1.3 Méthode numérique

Pour déterminer la meilleure façon de résoudre le PBE en balistique intérieure, il est nécessaire d'être en mesure de gérer les distributions de Dirac. La présence de diffusion numérique créerait des comportements non réalistes.

La méthode de classes [29] fonctionne lorsque la distribution de taille est plus large que ce que génère la diffusion numérique. Pour une distribution de Dirac, une méthode de transfert discret semble être un bon moyen d'éviter la diffusion numérique. Pour la mettre en œuvre dans le cas du mortier, il faut d'abord décrire la méthode numérique utilisée pour résoudre le modèle balistique intérieur. Les contraintes numériques changent au cours du calcul. Tout d'abord, les gaz brûlés s'écoulent de la cartouche vers la chambre principale, provoquant une combustion érosive. Cette phase nécessite un pas de temps plus faible que lors de la deuxième phase où les deux chambres sont en quasi-équilibre. Une méthode efficace incluant le pas de temps de redimensionnement automatique est la méthode Runge-Kutta-Merson [31]. Cependant, en tant qu'algorithme de Runge-Kutta, il n'est pas adapté à la gestion d'événements tels que le changement de classe de grains. Une solution à cette incompatibilité sera présentée ci-dessous.

En gardant à l'esprit l'objectif de réduction maximale du temps de calcul numérique, le calcul de $S(v_i^m)$ doit être détaillé. Un moyen efficace d'évaluer cette fonction consiste à utiliser un tableau, en recherchant l'intervalle $[v_i; v_{i+1}]$ contenant v_i^m en utilisant une dichotomie. La valeur cible peut alors être estimée par une approximation linéaire

$$S(v_i^m) = \frac{S(v_{i+1}) - S(v_i)}{v_{i+1} - v_i} (v_i^m - v_i) + S(v_i) \quad (4.4)$$

Dans notre cas, la dichotomie n'est pas nécessaire puisque l'intervalle est déjà connu. Si $v_i^m(t + dt)$ devient inférieur à v_{i+1} , alors la masse et le nombre de grains sont transférés à la classe suivante. Cependant, si cet événement survient lors du calcul d'un pas de temps, procéder au transfert empêchera la convergence de la méthode Runge-Kutta-Merson. Pour bien calculer la surface d'un grain en attendant la fin d'un pas de temps tout en considérant le transfert, une simple vérification est suffisante, et peut être décrite comme suit :

$$S(v_i^m) = \begin{cases} \frac{S(v_{i+1}) - S(v_i)}{v_{i+1} - v_i} (v_i^m - v_i) + S(v_i) & , v_i^m \geq v_{i+1} \\ \frac{S(v_{i+2}) - S(v_{i+1})}{v_{i+2} - v_{i+1}} (v_i^m - v_{i+1}) + S(v_{i+1}) & , v_i^m < v_{i+1} \end{cases} \quad (4.5)$$

En conséquence, un problème majeur concernant le coût de calcul se pose, car le PBE ajoute autant d'équations différentielles que le nombre de classes augmente. Dans le cas particulier de la balistique intérieure, il est raisonnable de supposer que la répartition restera étroite. Par conséquent, la plupart des équations PBE seront appliquées à des valeurs nulles. Il suffit d'ignorer ces équations en activant ou désactivant la classe selon la présence ou non d'un grain dans la présente classe. Si la distribution est proche d'un Dirac, le temps de calcul ne différera pas beaucoup de l'hypothèse homogène.

4.2 Résultats et discussion

4.2.1 Exemple d'un mortier de 140mm

Afin d'évaluer l'impact des hétérogénéités, le mortier de 140 mm proposé dans la partie précédente est utilisé. D'autres cas avec des paillettes plus fines seront également testés. La différence entre des grains initiaux de tailles distribuées et des grains identiques est étudiée. La plupart des données pertinentes sont rassemblées dans les tableaux ?? et 4.2.

TABLEAU 4.1 – Projectile launch system data

Paramètre	valeur
Rayon du canon	70 <i>mm</i>
Distance de déplacement	1 <i>m</i>
Masse du projectile	20 <i>kg</i>
Volume de la cartouche	175,7 <i>cm</i> ³
Volume de la chambre principale	5222 <i>cm</i> ³
Surface d'échange	39,1 <i>cm</i> ²
Pression d'ouverture	10 MPa

TABLEAU 4.2 – Caractéristiques de la poudre

Paramètre	Valeur
Forme	paillette
Masse	94 <i>g</i>
Web	0,22 – 0,26 – 0,3 <i>mm</i>
Densité	1600 <i>kg.m</i> ⁻³
Energie de réaction	4,8 MJ. <i>kg</i> ⁻¹
γ	1,205
Loi de Vieille avec P en Pa	$1.10^{-8}P^{0,9} + 1.10^{-3} \text{ m.s}^{-1}$

4.2.2 Résultats

La figure 4.1 montre l'évolution de la pression dans la chambre du mortier pour différentes épaisseurs de grains. Comme tous les grains étaient initialement identiques, une conséquence est la présence d'une forme de marche visible sur la figure 4.2. Grâce à l'approche numérique consistant à compacter localement l'épaisseur brûlée et la forme des paillettes, la surface totale diminue de manière discontinue lorsque la poudre à canon est sur le point de disparaître.

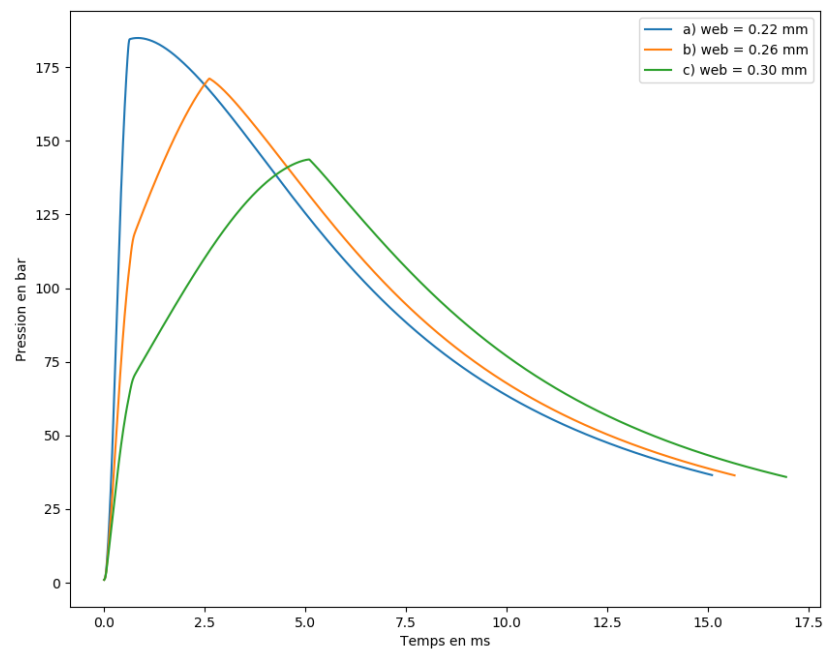


FIGURE 4.1 – Évolution de la pression pour différents web, (a) $web = 0,22\text{ mm}$, (b) $web = 0,26\text{ mm}$, (c) $web = 0,3\text{ mm}$.

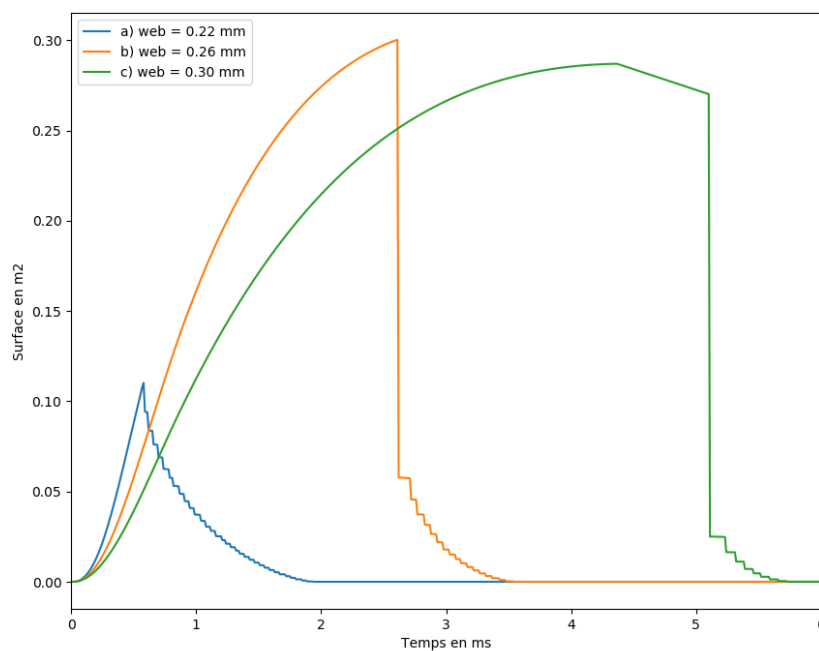


FIGURE 4.2 – Surface totale de poudre dans la chambre principale au cours du temps pour différents web, (a) $web = 0,22\text{ mm}$, (b) $web = 0,26\text{ mm}$, (c) $web = 0,3\text{ mm}$.

La figure 4.3 illustre l'impact d'une poudre à canon distribuée en considérant un écart

type de l'épaisseur de $\sigma = 2,10^{-6} m$ et une épaisseur de $0,26mm$. Cela ne modifie pas significativement les phénomènes étudiés ici tout en rendant continue la surface d'un grain, la forme de marche n'apparaît plus. La modification de la poudre à canon est tracée sur la figure 4.4.

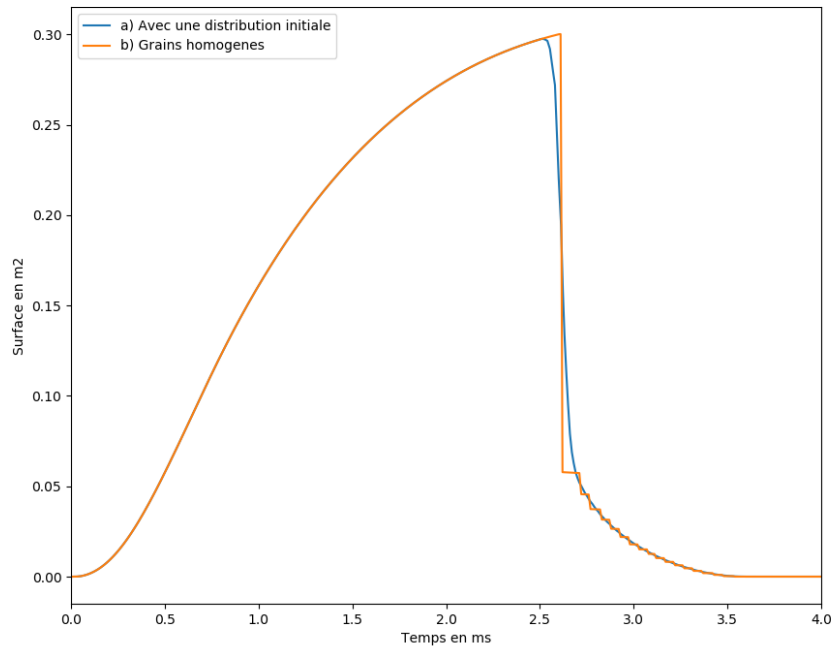


FIGURE 4.3 – Surface totale de poudre dans la chambre principale au cours du temps avec (b) ou sans (a) distribution initiale.

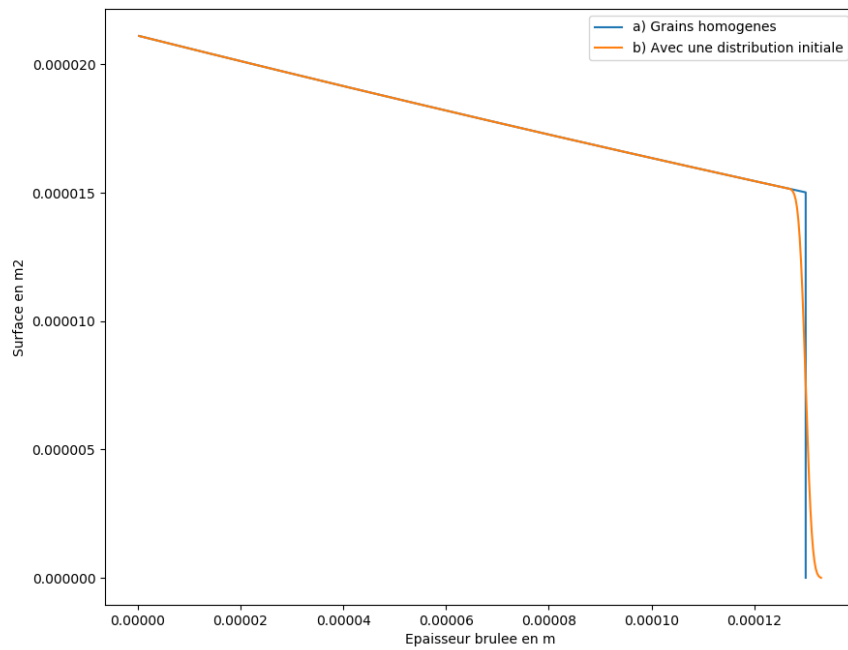


FIGURE 4.4 – Surface d'un grain de poudre avec (a) ou sans (b) distribution initiale.

En résumé, la figure 4.5 met en évidence les conséquences de l'hétérogénéité de la combustion dans le mortier.

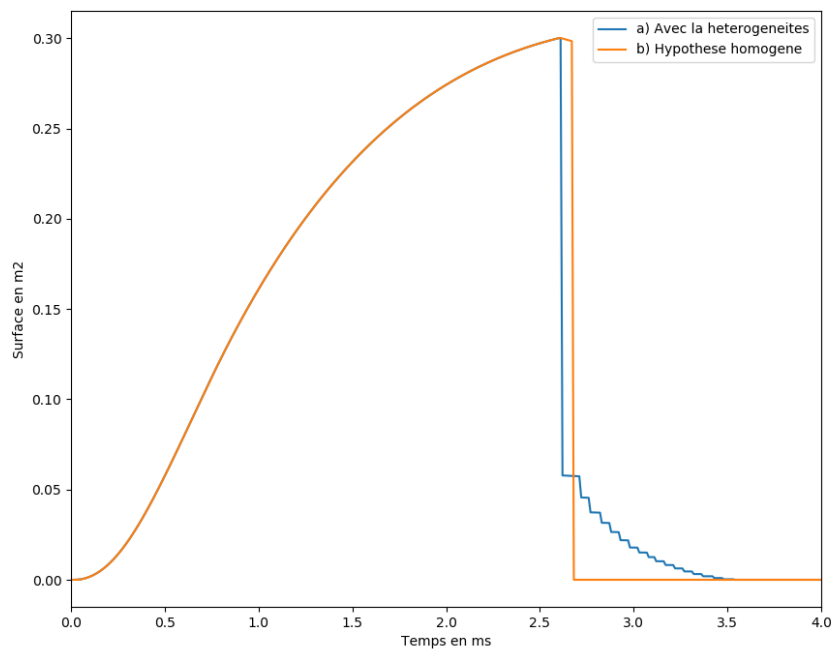


FIGURE 4.5 – Surface totale de poudre dans la chambre principale au cours du temps avec la PBE (a) ou en supposant les grains homogènes localement (b).

TABLEAU 4.3 – Comparaison pour différents nombres de cellules du maillage et l'hypothèse homogène.

Nombre de cellules	Vitesse de bouche	Durée du calcul
128	104,579 $m.s^{-1}$	0,703 s
256	104,582 $m.s^{-1}$	1,484 s
516	104,582 $m.s^{-1}$	3,688 s
1024	104,581 $m.s^{-1}$	15,66 s
Homogène	104,588 $m.s^{-1}$	0,547 s

4.2.3 La convergence du maillage

Tous les calculs précédents ont été réalisés avec 128 cellules en dimension de particule volumique. Le tableau 3 montre la faible dépendance à la taille du maillage. Concernant le temps de calcul, pour ce type de poudre à canon, un maillage d'une taille de 128 cellules est suffisant ici.

4.3 Hétérogénéités en regard de la distribution initiale

La principale source d'hétérogénéité de combustion dans le mortier est la différence de vitesse de combustion entre la cartouche et la chambre principale. Cela est dû à la différence de pression et à la combustion érosive. Il en résulte le comportement observable sur la figure 4.2. La surface de poudre à canon augmente en raison de son transport de la cartouche à la chambre. Puisque la distribution reste étroite et que le facteur de forme varie peu, aucune différence n'est perceptible dans la figure 4.5.

Cependant, la disparition progressive du grain qui passe d'une transition brutale à une fin progressive, s'apparentent à la distribution initiale. La méthode numérique non diffusive assure l'absence de dispersion qui modifierait la disparition de la poudre et donc l'évolution de la pression. Contrairement à la distribution initiale, les hétérogénéités semblent générer une distribution de Poisson au lieu d'une distribution gaussienne dans le cas du mortier.

Enfin, les résultats considérant une taille distribuée réaliste sont présentés figures 4.6. Aucune différence majeure ne peut être observée, l'étalement dû à la distribution initiale affectant principalement l'évolution de la surface plutôt que les hétérogénéités de combustion.

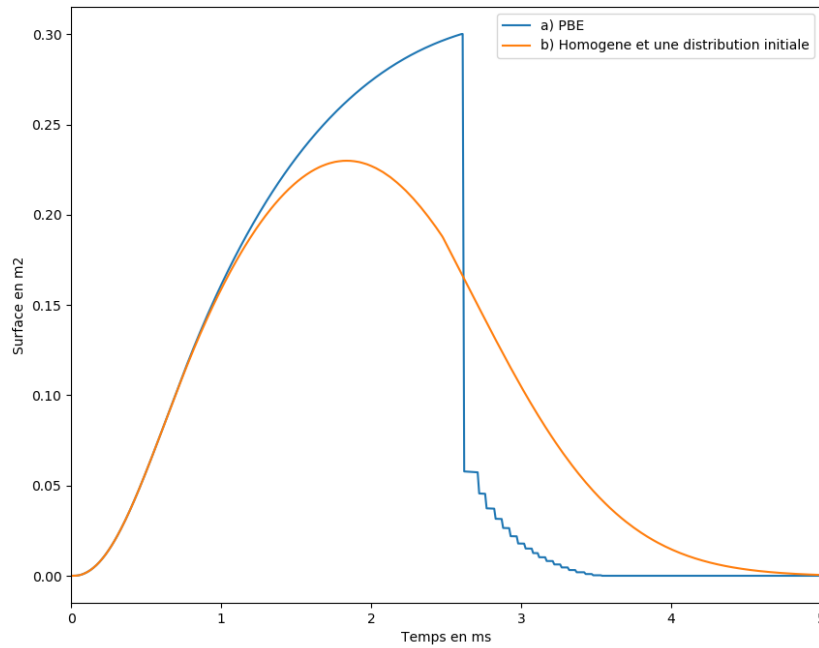


FIGURE 4.6 – Surface totale de poudre dans la principale au cours du temps avec la PBE (a) ou avec l'homogénéité locale et une distribution initiale réaliste $\sigma = 5.10^{-5} m$ (b).

Sur la base de ces observations, notamment le résultat affiché dans la figure 4.6, et celles présentées dans le tableau 4.3, l'effet de la taille distribuée initialement est bien plus impactant que celui de l'hétérogénéité de la combustion sur la pression dans la chambre principale et donc la vitesse initiale du projectile. Il semble donc que la méthode Aldis [25] consistant à utiliser le PBE pour les hétérogénéités de combustion et la distribution granulométrique initiale n'est pas pertinente pour les munitions de mortier. Puisque les hétérogénéités de combustion ont un impact négligeable et qu'il existe une méthode beaucoup plus simple pour modéliser uniquement la distribution initiale [21], il est plus adapté dans le cas présent de ne pas utiliser directement le PBE.

Deuxième partie

Modélisation de la combustion

« Les savants jugent à bon droit que les hommes de toutes les époques s'imaginaient savoir ce qui était bon ou mauvais, louable ou blâmable. Mais c'est un préjugé des savants de croire qu'aujourd'hui nous le sachions mieux qu'à aucune autre époque »

Aurore (1881)
F. Nietzsche

Chapitre 5

Modèle de combustion

Sommaire

5.1 WSB	35
5.1.1 Motivation	35
5.1.2 Considérations initiales	36
5.1.3 Raccordement asymptotique : zone de réaction	36
5.1.4 Différentes lois de pyrolyse	37
5.1.5 Résolution du système	37
5.1.6 Combustion dans la phase gaz	38
5.2 Modèle quasi-stationnaire	38
5.2.1 WSB avec instationnarité	39
5.2.2 Allumage	40
5.3 Combustion érosive	41
5.3.1 Quelques modèles	41
5.3.2 Formalisme empirique : Mukunda et Paul	41
5.3.3 WSB avec combustion érosive via la conductivité	42
5.3.4 Méthode de Novozhilov	43

5.1 WSB

5.1.1 Motivation

Une des spécificités du mortier est l'absence de pression de forçement, seul le poids de la munition la retient. Cela signifie que contrairement à un canon classique, les données de calcul doivent être valables à des pressions bien plus faibles. Avec les systèmes actuels, il semble nécessaire de modéliser le système dès 1 atm . Cependant, il sera expliqué plus loin pourquoi il est possible de se passer de la phase d'allumage de la cartouche, il suffit alors de modéliser le système à partir de 50 atm . Se pose alors un problème : comment obtenir les vitesses de combustion à cette pression ? La méthode standard consiste en l'utilisation d'une enceinte manométrique, une gélule de poudre noire sert à allumer la poudre étudiée. La pression monte alors dans l'enceinte et à partir de la courbe de pression il est possible de déduire la vitesse de combustion en fonction de la pression. Cette méthode présente un inconvénient majeur : il n'est pas possible d'exploiter la courbe tant que la poudre noire n'a pas fini de brûler. Ceci implique une limitation sur la pression minimale d'exploitation, la pression étant générée par la poudre noire et la poudre étudiée. Cette partie sera donc concentrée sur une nouvelle approche pour obtenir ces mesures, soit par la théorie via un modèle de cinétique chimique détaillée et un modèle de combustion, présenté dans ce chapitre ; soit par une mesure directe.

5.1.2 Considérations initiales

Dans un premier temps, il faut détailler le calcul du modèle WSB [32]. Cela permettra de comprendre par la suite la manière dont il faut utiliser la cinétique chimique détaillée ou la discussion autour de la combustion érosive.

La vitesse de combustion est directement liée à la conservation de la masse en régime stationnaire :

$$D_m = \rho_s r_b$$

Il y a également l'équation de conservation des espèces :

$$D_m d_x Y = -\Omega_s$$

$$D_m c d_x T - \lambda_s d_{xx} T = Q_s \Omega_s \quad (5.1)$$

Et enfin la condition de raccord entre la surface solide de la poudre et la phase gaz :

$$T_s = T_0 + \frac{D_m Q_s + \lambda_g d_x T}{D_m c} \quad (5.2)$$

La vitesse de combustion sera la vitesse de régression du solide, définition qu'il faudra garder à l'esprit pour la suite.

5.1.3 Raccordement asymptotique : zone de réaction

Pour déterminer l'équation de réaction liée au comportement de la phase solide, il faut faire un raccordement asymptotique qui est détaillé ci-dessous.

Soit β :

$$\beta = \frac{E_s(T_s - T_0)}{R T_s^2}$$

Avec l'hypothèse de haute énergie d'activation : $\beta \gg 1$. Nous posons $x_s = \lambda_s / (D_m c)$ la longueur caractéristique de préchauffage, $\eta = -\beta x / x_s$ et $y = \beta(T_s - T) / (T_s - T_0)$.

Nous pouvons alors montrer que le terme convectif peut être négligé dans zone mince de pure réaction-diffusion et donne le système suivant :

$$\begin{cases} -\lambda_s d_{xx} T = Q_s \rho_s A_s e^{-E_s/(R T)} \\ D_m d_x Y = -\rho_s A_s e^{-E_s/(R T)} \end{cases} \quad (5.3)$$

$$\begin{cases} d_{\eta\eta} y = \frac{\lambda_s Q_s \rho_s A_s}{\beta D_m^2 c^2 (T_s - T_0)} e^{-E_s/(R T)} \\ d_x Y = -\frac{\lambda_s \rho_s A_s}{\beta D_m^2 c^2 (T_s - T_0)} e^{-E_s/(R T)} \end{cases}$$

Or T est proche de T_s car nous sommes dans la zone mince de réaction, donc :

$$-\frac{E_s}{R T} = -\frac{E_s}{R T_s} \frac{1}{1 + \frac{y}{\beta} \left(\frac{T_0}{T_s} - 1 \right)} \approx -\frac{E_s}{R T_s} - y$$

D'où :

$$\begin{cases} d_{\eta\eta} y = \frac{\lambda_s Q_s \rho_s A_s}{\beta D_m^2 c^2 (T_s - T_0)} e^{-E_s/(R T_s)} e^{-y} \\ d_x Y = \frac{c (T_s - T_0)}{Q_s} d_{\eta\eta} y \end{cases}$$

La condition de raccord : le changement de variable qui a permis de résoudre l'équation à petite échelle doit se raccorder avec la solution à grande échelle.

$$\lim_{\eta \rightarrow -\infty} d_{\eta} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} d_x T$$

Or l'expression de la solution à grande échelle est :

$$T = (T_s - T_0)e^{x/x_s} + T_0$$

Donc :

$$\lim_{\eta \rightarrow -\infty} d_\eta y = 1$$

5.1.4 Différentes lois de pyrolyse

En ce qui concerne la phase solide, il existe des modèles qui la considère exclusivement. L'auteur [33] montre l'utilisation de différentes cinétiques en phase solide et leurs conséquences sur les prédictions. La conclusion est que les modèles donnent des résultats similaires en quasi-stationnaire. Cependant, l'étude instationnaire par perturbation acoustique sur du HMX semble montrer une meilleure adéquation pour une cinétique non pas d'ordre 0 mais de la forme $(n+1)(1-Y)^{n/(n+1)}$. Cela indique que la cinétique en phase solide peut impacter la pertinence des modèles dans la limite instationnaire.

5.1.5 Résolution du système

Nous avons fermé le problème, il reste à achever les calculs pour déduire l'expression du débit massique :

$$\int_{-\infty}^0 d_\eta Y d\eta = \frac{c(T_s - T_0)}{Q_s} \int_{-\infty}^0 d_{\eta\eta} y d\eta \quad (5.4)$$

$$d_\eta y(0) = 1 - \frac{Q_s}{c(T_s - T_0)}$$

De même avec l'équation de conservation de l'énergie :

$$\int_{-\infty}^0 d_{\eta\eta} y d\eta = \int_{-\infty}^0 \Lambda e^{-y(\eta)} d\eta$$

$$\text{Où } \Lambda = \frac{\lambda_s Q_s \rho_s A_s}{\beta D_m^2 c^2 (T_s - T_0)} e^{-\frac{E_s}{R T_s}}.$$

$$d_\eta y(0) = 1 + \int_{-\infty}^0 \Lambda e^{-y(\eta)} d\eta$$

$$\int_{-\infty}^0 \Lambda e^{-y(\eta)} d\eta = -\frac{Q_s}{c(T_s - T_0)}$$

$$\int_{-\infty}^x d_\eta y d_{\eta\eta} y d\eta = \int_{-\infty}^x \Lambda e^{-y(\eta)} d_\eta y d\eta$$

$$\frac{(d_\eta y)^2(x) - 1}{2} = \int_{-\infty}^x \Lambda e^{-y(\eta)} d_\eta y d\eta$$

$$d\eta = \frac{dy}{\sqrt{1 - 2\Lambda e^{-y}}}$$

$$\int_{+\infty}^0 \frac{\Lambda e^{-y}}{\sqrt{1 - 2\Lambda e^{-y}}} dy = -\frac{Q_s}{c(T_s - T_0)}$$

$$\sqrt{1 - 2\Lambda} - 1 = -\frac{Q_s}{c(T_s - T_0)}$$

$$\Lambda = \frac{Q_s}{c(T_s - T_0)} \frac{c(T_s - T_0) - \frac{Q_s}{2}}{c(T_s - T_0)} = \frac{\lambda_s Q_s \rho_s A_s}{\beta D_m^2 c^2 (T_s - T_0)} e^{-\frac{E_s}{R T_s}}$$

Donc la vitesse de réaction s'exprime :

$$r_b^2 = \frac{\lambda_s A_s R T_s^2}{\rho_s E_s \left(c (T_s - T_0) - \frac{Q_s}{2} \right)} e^{-\frac{E_s}{R T_s}} \quad (5.5)$$

Il reste en inconnue la température du solide T_s , soit on la considère constante [34] pour obtenir un modèle de pyrolyse, soit il faut modéliser la phase gaz.

5.1.6 Combustion dans la phase gaz

Le modèle le plus adapté décrit dans le rapport [35] semble être le Ward-Son-Brewster [36], nous pouvons également citer l'article [36] qui s'intéresse spécifiquement aux DB.

Ici nous prendrons le taux de réaction suivant : $\Omega_g = A_g Y_g P^2$. Nous considérons une flamme épaisse, car l'énergie d'activation y est faible.

$$\begin{cases} D_m d_x T - \lambda_g d_{xx} T = Q_g A_g P^2 Y_g \\ D_m d_x Y_g - \rho D d_{xx} Y_g = -A_g P^2 Y_g \end{cases}$$

En posant $Le = 1$ Nous pouvons résoudre le système car ces deux équations deviennent identiques.

Le déroulement des calculs donne finalement :

$$\begin{aligned} T &= T_f + (T_s - T_f) e^{-\frac{x}{x_h}} \\ \begin{cases} r_b^2 = \frac{\lambda_s A_s R T_s^2}{\rho_s E_s \left(c (T_s - T_0) - \frac{Q_s}{2} \right)} e^{-\frac{E_s}{R T_s}} \\ x_h = \frac{2 x_g}{\sqrt{Da+1}-1} \\ \lambda_g \frac{T_f - T_s}{x_h} = \rho_s r_b c (T_s - T_0) - \rho_s r_b Q_s \end{cases} \end{aligned} \quad (5.6)$$

Où x_h est l'épaisseur de flamme, Da le nombre de Dämkholer $= A_g P^2 c x_g^2 / \lambda_g$ et $x_g = \lambda_g / (c \rho_s r)$. Ce système de 2 équations avec 2 inconnues, la vitesse de combustion et la température de surface, peut alors être résolu numériquement.

5.2 Modèle quasi-stationnaire

Soit t_c , le temps caractéristique de la conduction thermique dans le solide :

$$t_c = \frac{\lambda_s}{r_b^2 \rho_s c_s}$$

Les temps caractéristiques de réaction en phase solide et en phase gaz sont considérés comme faibles devant t_c d'après [37]. Cette hypothèse de réaction rapide devant les phénomènes de combustion implique que les instationnarités impactent uniquement le profil de température dans le solide.

Tout a été réalisé jusqu'à présent avec l'hypothèse stationnaire, Jackson [38] explique le prolongement de la théorie de Brewster en quasi-stationnaire dont les fondamentaux se trouvent dans l'article de ce dernier [39]. Cela permet de tenir compte de l'énergie absorbée dans la phase solide lors du changement de la température de surface en remplaçant la température initiale par une température fictive :

$$\tilde{T}_0 = T_0 - \frac{1}{r} \partial_t \int_{-\infty}^0 (T - T_0) dx \quad (5.7)$$

5.2.1 WSB avec instationnarité

L'auteur [38] donne une méthode pour avoir une approximation quasi-stationnaire WSB-QSHOD prenant sa source dans [39].

$$\tilde{T}_0 = T_0 - \frac{1}{r_b} \partial_t \int_{-\infty}^0 (T - T_0) dx$$

Le temps caractéristique de conduction thermique dans le solide est :

$$t_c = \frac{\lambda_s}{r_b^2 \rho_s c}$$

$$T_f = \tilde{T}_0 + \frac{Q_s + Q_g}{c}$$

$$\tilde{T}_0 = T_0 - t_c \partial_t T_s = T_0 - \frac{\lambda_s}{r_b^2 \rho_s c} \partial_t T_s$$

$$r_b^2 = \frac{\lambda_s A_s R T_s^2}{\rho_s E_s \left(c (T_s - \tilde{T}_0) - \frac{Q_s}{2} \right)} e^{-\frac{E_s}{R T_s}} = \frac{\Omega}{T_s - T_0 + \frac{\lambda_s}{r_b^2 \rho_s c} \partial_t T_s - \frac{Q_s}{2c}}$$

$$r_b^2 = \frac{\Omega - \frac{\lambda_s}{r_b^2 \rho_s c} \partial_t T_s}{T_s - T_0 - \frac{Q_s}{2c}} = \frac{\lambda_s A_s R T_s^2 e^{-\frac{E_s}{R T_s}} - \lambda_s E_s \partial_t T_s}{\rho_s E_s \left(c (T_s - T_0) - \frac{Q_s}{2} \right)} \quad (5.8)$$

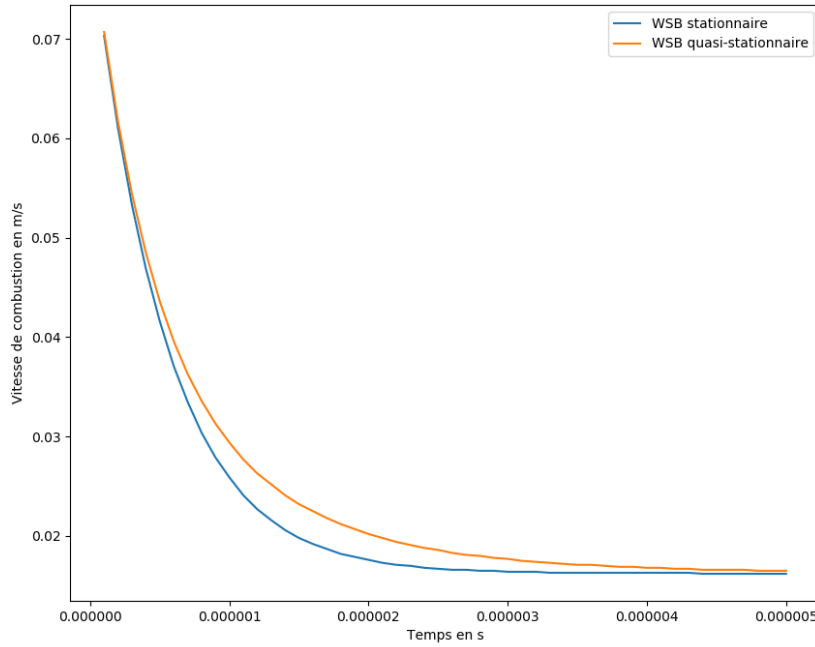


FIGURE 5.1 – Comparaison entre la vitesse de combustion prédite par WSB avec et sans instationnarité.

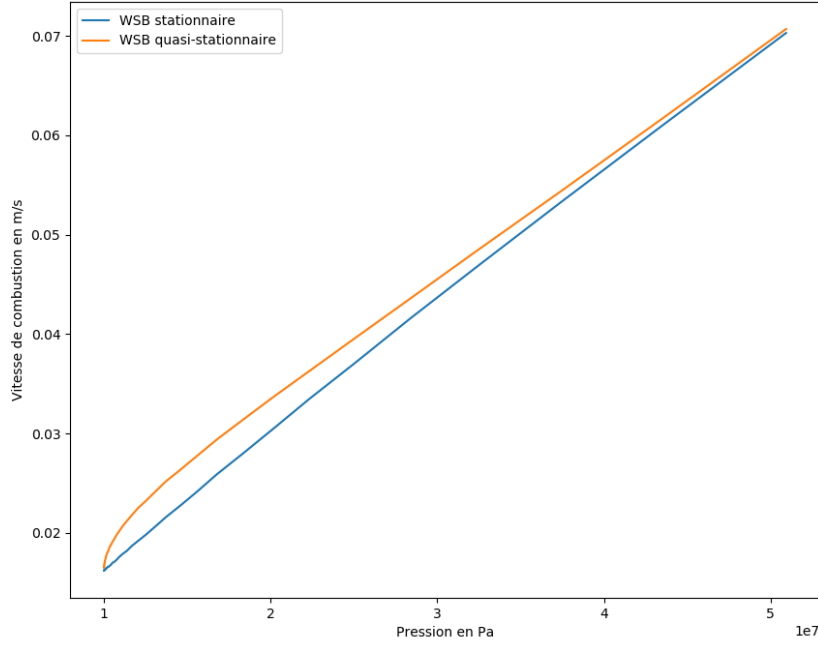


FIGURE 5.2 – Comparaison entre la vitesse de combustion prédite par WSB avec et sans instationnarité lors d’une chute de pression de 600 à 90 bars selon une décroissance exponentielle de temps caractéristique de 10^{-4} s.

La chute de pression est du même ordre que celle présente dans la cartouche d’un mortier. L’effet n’est pas nul mais on le négligera face aux autres sources d’imprécision du modèle global.

5.2.2 Allumage

Pour continuer sur les aspects instationnaires, il faut parler de l’allumage. Le critère d’allumage développé par Nussbaum [9] est le suivant :

$$\int_{-e_r}^0 \rho_s Q_{ex} A_s e^{-\frac{E_s}{R T}} dx \geq \epsilon \int_{-e_r}^0 \rho_s c_s \partial_t T dx \quad (5.9)$$

Lenguellé établit empiriquement que $\epsilon \approx 0,15$. e_r est l’épaisseur de réaction. Nous pourrions la définir comme x_s/β ou bien selon la méthode de Nussbaum :

$$T_{lim} = \frac{E_s T_s}{E_s + R T_s \ln(crit)}$$

Où *crit* représente le rapport limite entre la vitesse de réaction à l’endroit où nous ne considérons plus de réaction et celle à la surface. Ce critère signifie qu’au-delà de son passage, la combustion pourra avoir lieu de manière auto entretenue, cet aspect sera rediscuté dans le chapitre suivant. Beckstead [40] mentionne les modèles d’allumage les plus appropriés à la poudre double base [41] [42].

5.3 Combustion érosive

5.3.1 Quelques modèles

À l'origine, l'explication de ce phénomène n'était pas faite. Son nom provient de la comparaison avec l'érosion du lit liée à l'écoulement de l'eau dans une rivière, plus le débit est élevé, plus l'érosion est forte. Delà, un certain nombre de modèles empiriques ont été proposés. Certains sont basés sur la modélisation semi-phénoménologique de la flamme [43], ils citent [44] qui appliquent la modification empirique pour tenir compte théoriquement de l'érosion, ou encore dans [45] pour l'effet négatif de l'érosion. Sabdenov [46] résume l'approche russe dans cet article récent.

Des simulations plus récentes donnent une possible explication sur la provenance de ce phénomène, Zhang [47] montre que la simulation de la turbulence dans la flamme rend bien compte de la combustion érosive. Cependant, un modèle simple [48] continue d'être utilisé par le même auteur. Si l'origine de l'augmentation de la vitesse de combustion est bien la turbulence dans la flamme, alors cela correspond à une augmentation du flux retour ce qui, d'après WSB, augmente la vitesse de régression du solide. Le terme érosion est alors inapproprié.

On rappelle les équations du modèle WSB :

$$\begin{cases} r_b^2 = \frac{\lambda_s A_s R T_s^2}{\rho_s E_s \left(c (T_s - T_0) - \frac{Q_s}{2} \right)} e^{-\frac{E_s}{R T_s}} \\ x_h = \frac{2 x_g}{\sqrt{Da+1}-1} \\ \lambda_g \frac{T_f - T_s}{x_h} = \rho_s r_b c (T_s - T_0) - \rho_s r_b Q_s \end{cases}$$

Où x_h est l'épaisseur de flamme, Da le nombre de Dämkholer $= A_g P^2 c x_g^2 / \lambda_g$ et $x_g = \lambda_g / (c \rho_s r)$.

On obtient alors l'équation suivante sur la température de surface du grain de poudre :

$$T_s = \frac{2 \left(\frac{Q_s}{c} + T_0 \right) + \left(\sqrt{\frac{A_g P^2 \lambda_g}{c \rho_s^2 r_b^2 (T_s)} + 1} - 1 \right) T_f}{1 + \sqrt{\frac{A_g P^2 \lambda_g}{c \rho_s^2 r_b^2 (T_s)} + 1}} \quad (5.10)$$

L'augmentation de λ_g revient directement à une augmentation de la cinétique en phase gaz. Cela est donc cohérent avec l'explication précédente.

5.3.2 Formalisme empirique : Mukunda et Paul

Historiquement, la première relation empirique de la combustion érosive est basée sur la loi de Vieille : loi de Lenoire et Robillard. La dernière version moderne de ce genre est la loi de Mukunda et Paul [49]. C'est une méthode similaire à Vilyunov [?] pour déduire l'effet de l'érosion, mais avec un exposant de 0,8 et non une simple dépendance affine, cela en lien avec L & R.

$$\epsilon = 1 + 0,023 \left(g^{0,8} - g_l^{0,8} \right) \mathcal{H}(g - g_l) \quad (5.11)$$

$$g = \frac{\rho_g U}{\rho_s r} \left(\frac{\mathcal{R}e}{1000} \right)^{-0,125}$$

$$g_l = 35,0$$

Cette formulation est la plus utilisée aujourd'hui, mais sans quantification expérimentale, des lois plus simples peuvent être toutes aussi légitimes.

5.3.3 WSB avec combustion érosive via la conductivité

Nous pouvons étudier l'influence de l'augmentation de la conductivité thermique dans la zone de réaction, et en déduire la relation empirique suivante :

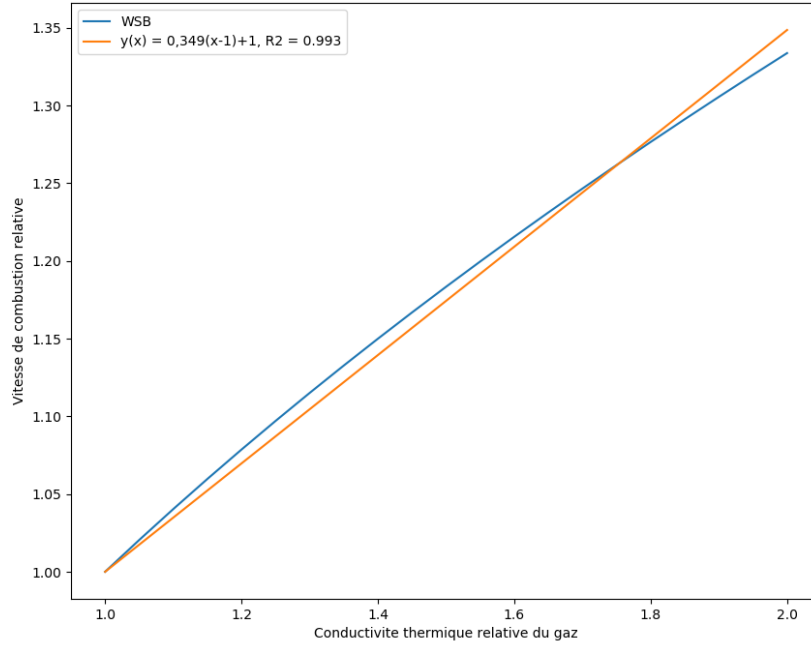


FIGURE 5.3 – Ajustement affine de la dépendance relative de WSB à la conductivité thermique du gaz.

$$\epsilon = 1 + 0,349 \left(\frac{\lambda_g}{\lambda_{g0}} - 1 \right) \quad (5.12)$$

Pour la suite, on prendra un modèle de combustion érosive simple et validé sur les mélanges nitroglycérine-nitrocellulose [10] :

$$\epsilon = \begin{cases} 1 & \text{si } Vi < 8 \\ 1 + 0,05 (Vi - 8) & \text{sinon} \end{cases}$$

On peut alors déduire la relation suivante sur la conductivité thermique :

$$\frac{\lambda_g}{\lambda_{g0}} = \begin{cases} 1 & \text{si } Vi < 8 \\ 1 + 0,143 (Vi - 8) & \text{sinon} \end{cases}$$

Où :

$$Vi = \frac{\rho_g U}{\rho_s r_0} \sqrt{\xi}$$

$$\xi = 0,0032 + \frac{0,22}{Re^{0,237}}$$

Le souci est qu'il faut d'abord calculer la vitesse de combustion sans érosion, pour déduire l'effet de l'érosion. On peut réécrire cela avec une dépendance en r et non r_0 :

$$\frac{\lambda_g}{\lambda_{g0}} = \begin{cases} 1 & \text{si } \tilde{Vi} < 8 \\ 1 + 0,143 \left(\frac{12}{20 \frac{\rho_s r_b}{\rho_g U \sqrt{\xi}} - 1} - 8 \right) & \text{sinon} \end{cases}$$

Où :

$$\tilde{V}i = \frac{12}{20 \frac{\rho_s r_b}{\rho_g U \sqrt{\xi}} - 1}$$

Nous en déduisons le critère suivant :

$$U > 8 \frac{\rho_s r_b}{\rho_g \sqrt{\xi}}$$

La valeur de λ_g peut alors être calculée selon l'écoulement et introduire la valeur dans le modèle WSB.

Numériquement, nous utilisons uniquement Newton-Raphson (NR). En effet, un problème numérique se pose car le terme suivant peut devenir négatif $L_s = 20 \rho_s r / (\rho_g U \sqrt{\xi}) - 1$ à cause d'une valeur de r trop faible à une certaine itération ou bien considération fautive de la présence d'érosion à une itération donnée. La solution est d'augmenter T_s jusqu'à avoir un r suffisamment grand pour que L_s soit à peine positif puis de repartir de cette valeur de T_s pour le NR. Cette solution rend impossible l'utilisation d'une dichotomie, car la borne inférieure ne peut être en-dessous de cette première valeur de T_s pour des raisons numériques alors que la solution peut être inférieure.

Cela nous conforte dans l'idée que donnait Zhang [47], i.e. que le nombre adimensionnel de Vilyunov est le bon paramètre de dépendance pour la combustion érosive. Sabdenov [50] détaille également cela en poussant la compréhension jusqu'aux matériaux énergétiques qui passent par un état intermédiaire liquide contrairement à WSB qui considère une phase solide puis gaz.

5.3.4 Méthode de Novozhilov

Il existe d'autres formules de combustion érosives auxquelles on peut appliquer le même raisonnement. Soit le modèle suivant [51] $w_t = \tanh(U y)/U$ avec $U \approx 7.10^{-2}$, y la distance à la surface, $g = \rho_g U$ le débit surfacique d'écoulement du fluide. $m = \rho r$.

$$\epsilon = \sqrt{1 + b \left(\frac{g}{m} \right)^2}$$

Où :

$$b = \left(U \frac{\sqrt{\xi}}{2\sqrt{2}} \ln \left(\frac{c(T_f - T_0) - Q_s}{c(T_s - T_0) - Q_s} \right) \right)^2$$

Avec $\xi = 0,0032 + 0,221/Re^{0,237}$ et $r_t = \epsilon r_b$

Donc :

$$\epsilon = \sqrt{1 + \frac{1}{\frac{1}{b} \left(\frac{\rho_s r_b}{\rho_g U} \right)^2 - 1}}$$

Donc :

$$\frac{\lambda_g(r_b)}{\lambda_{g0}} = 1 + \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{\frac{1}{b} \left(\frac{\rho_s r_b}{\rho_g U} \right)^2 - 1}} - 1}{0,349}$$

Chapitre 6

Cinétique détaillée

Sommaire

6.1 Mélange NC-NG	45
6.1.1 Phénoménologie de la combustion	45
6.1.2 Cinétique détaillée	45
6.2 Détermination de la vitesse de combustion	47
6.2.1 Algorithme Levenberg-Marquadt	47
6.2.2 Les résultats de WSB	47

6.1 Mélange NC-NG

6.1.1 Phénoménologie de la combustion

Grâce au chapitre 5, il est possible de proposer une explication de la phénoménologie de la combustion des poudres faites d'un mélange de nitrocellulose et de nitroglycérine. En supposant que le modèle WSB soit vrai et compte tenu des observations de Lengelle [34], alors la vitesse de régression de la surface solide est due à une réaction en phase solide et au flux à la surface provenant des réactions chimiques en phase gaz. Par ailleurs, dans les modèles de balistique intérieure, l'allumage des poudres se fait soit par un critère de température de peau, soit par un critère de flux [9]. Une fois ce critère passé, la vitesse de combustion de la poudre passe instantanément de 0 à $V_c(P)$. Cela revient à dire qu'il y a un équilibre immédiat ou plus exactement que le temps de mise à l'équilibre de la combustion est très rapide devant le délai d'allumage. Ce point est rarement discuté, via la cinétique détaillée en phase gaz, il va être possible de questionner cette hypothèse.

6.1.2 Cinétique détaillée

L'ensemble des simulations de cinétique détaillée qui suivent a été réalisée à l'ISL par Julien Glorian sur Chemkin. Le modèle de cinétique provient de la fusion du modèle de la cinétique détaillée de la combustion de la nitroglycérine [52] et de celle de la nitrocellulose [53].

Pour estimer le temps de réaction en phase gaz, il suffit de réaliser une simulation de la réaction d'un élément de peau de poudre. Il est possible d'estimer le flux thermique que subit un grain de poudre dans la queue porte-charge par une simulation 2D [21] via MOBIDIC. Il est de l'ordre de $1.10^6 \text{ J.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$. En supposant que la cinétique d'amorçage est celle décrite dans la littérature, le critère en flux est passé au-delà de $7 \mu\text{s}$ avec une température de peau d'environ 550 K. Cela sert alors de données d'entrée à la cinétique

chimique, la pression sera mise à 15 *bar* ce qui correspond à ce qui est observé dans le front d'allumage.

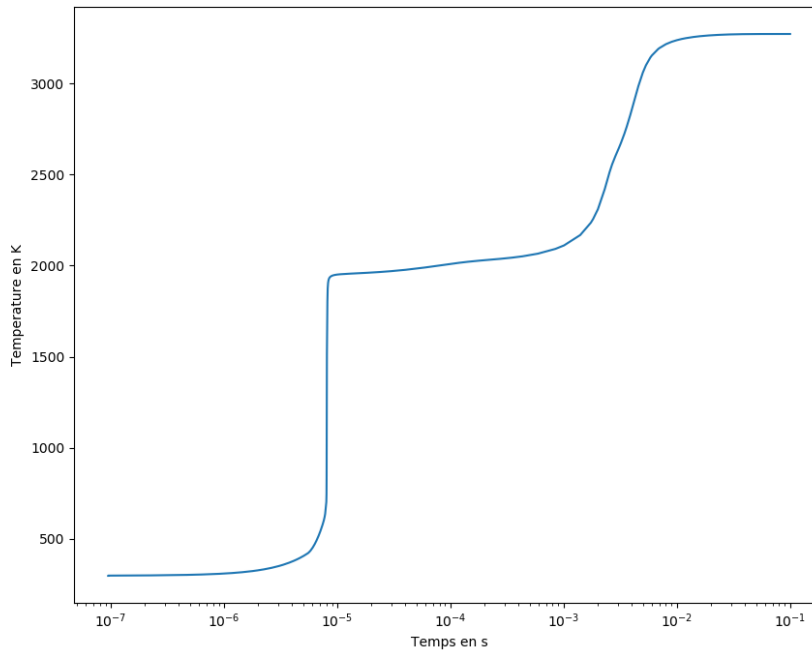


FIGURE 6.1 – Évolution de la température d'un mélange NC-NG au cours de sa réaction.

Le profil correspond à la phénoménologie décrite dans la littérature : la présence de deux flammes séparées par une zone sans réaction apparente. Si l'hypothèse énoncée précédemment était vraie, alors le temps total de réaction devrait être bien inférieure à 10 μ s. Ce n'est pas le cas, la première flamme s'étale sur 1 μ s, mais la seconde prend plusieurs *ms*. Il semble donc raisonnable de considérer que l'hypothèse d'équilibre instantané de la vitesse de combustion est fausse. Cela permet également de justifier une hypothèse faite au chapitre 2, concernant l'homogénéité de l'allumage dans la cartouche. En effet, l'ordre de grandeur du retard d'allumage lié à l'avancée progressive du front de flamme est de 100 μ s, ce qui est bien inférieur aux quelques *ms* nécessaires à la libération de l'énergie et de la matière dans la phase gazeuse. En ce qui concerne l'allumage de la poudre contenue dans la chambre principale, le front de l'onde de pression est cette fois-ci de l'ordre de 100 *bar*, ce délai passe à 100 μ s. Si l'on ajoute le temps de parcours de la flamme de la cartouche au relais, virgule cela donne un temps de l'ordre de plusieurs centaines de μ s, ce qui n'est pas négligeable, il faut donc en tenir compte dans les simulations de balistique intérieure, la première approche proposée ici est d'introduire une fonction de Heaviside puisque les phénomènes quasi-stationnaires de la combustion après l'allumage de la poudre semblent faibles comme cela a été montré au chapitre précédent.

Par la suite, la cinétique détaillée va permettre d'évaluer la modélisation de la phase gaz du modèle WSB ainsi que de pouvoir quantifier les coefficients manquants.

6.2 Détermination de la vitesse de combustion

6.2.1 Algorithme Levenberg-Marquadt

Pour obtenir les coefficients manquants, il va être nécessaire de procéder à un ajustement de courbe pour trouver les paramètres de la cinétique équivalente en phase gaz. L'algorithme Levenberg-Marquadt [54] semble être le plus optimisé pour l'ajustement de courbe.

L'objectif est de minimiser $S(\beta) = \sum ((y_i - u(P_i, \beta)) / \sigma_i)^2$

On part d'un β_0 donné, pour calculer $\beta_{k+1} = \beta_k + \delta$ à partir de β_k il faut suivre la procédure suivante.

Nous posons J, W tels que :

$$J = \begin{bmatrix} \partial_{A_s} u(P_1) & \partial_{A_g} u(P_1) \\ \dots & \dots \\ \partial_{A_s} u(P_n) & \partial_{A_g} u(P_n) \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & (0) \\ & \frac{1}{\sigma_i^2} \\ (0) & & \frac{1}{\sigma_n^2} \end{bmatrix}$$

$$\beta_{k+1} = \beta_k + [J^T W J + \lambda_k \text{diag}(J^T W J)]^{-1} J^T W (\vec{y} - \vec{u}(\beta_k))$$

Si l'approximation est moins bonne alors il faut augmenter λ et inversement. Sa valeur initiale doit être grande. Pour ce faire, nous utilisons le critère suivant :

$$\rho_i(\delta) = \frac{S(\beta_k) - S(\beta_k + 1)}{\delta^T (\lambda_k \text{diag}(J^T W J) \delta + J^T W (\vec{y} - \vec{u}(\beta_k)))}$$

Nous partons d'un λ_0 donné, si $\rho_i(\delta) > \epsilon$ alors nous acceptons la nouvelle valeur de β et $\lambda_{k+1} = \max[\lambda_k/9, 10^{-7}]$ sinon $\lambda_{k+1} = \min[11 \lambda_k, 10^7]$, avec ϵ fixé, ici 10^{-2} semble bien fonctionner. D'autres protections doivent être rajoutées dans notre cas, nous devons nous assurer que le nouveau vecteur choisi ne soit pas physiquement aberrant, car cela risquerait d'empêcher la convergence puisque les équations peuvent ne plus avoir de sens.

6.2.2 Les résultats de WSB

Pour la suite des simulations de cinétique chimique, l'initialisation se fera à 550 K.

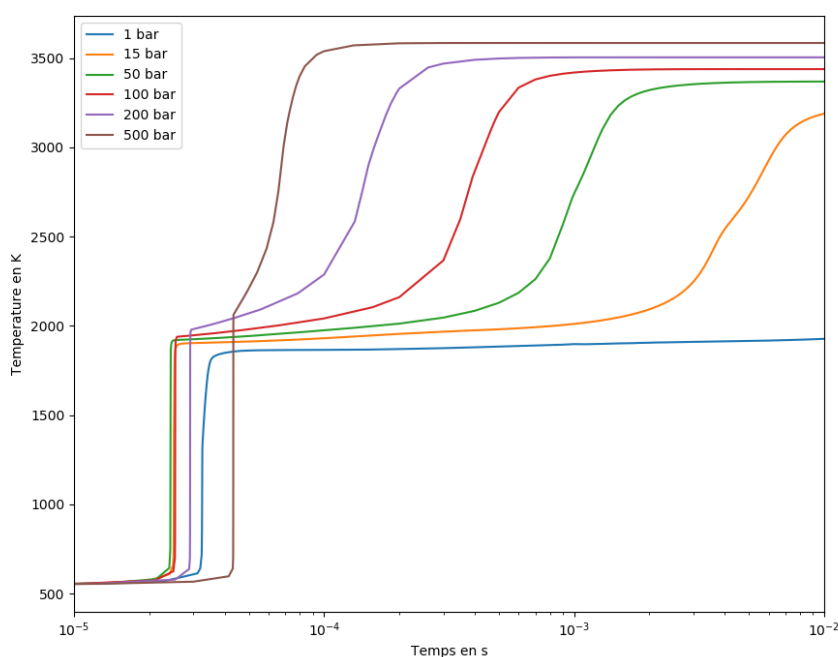


FIGURE 6.2 – Évolution de la température d'un mélange NC-NG au cours de sa réaction pour différentes pressions.

Le modèle WSB présuppose que le gaz se comporte comme un gaz parfait, il faudra garder cela à l'esprit et ne pas chercher à l'exploiter au-delà de 200 *bar*. Ce que l'on observe sur la figure 6.2 est qu'en dessous de 200 *bars*, il y a toujours la présence de deux flammes. Or pour le modèle WSB, il faut s'intéresser au flux thermique proche du solide, cela signifie que seule la première flamme va jouer dans la vitesse de régression du solide.

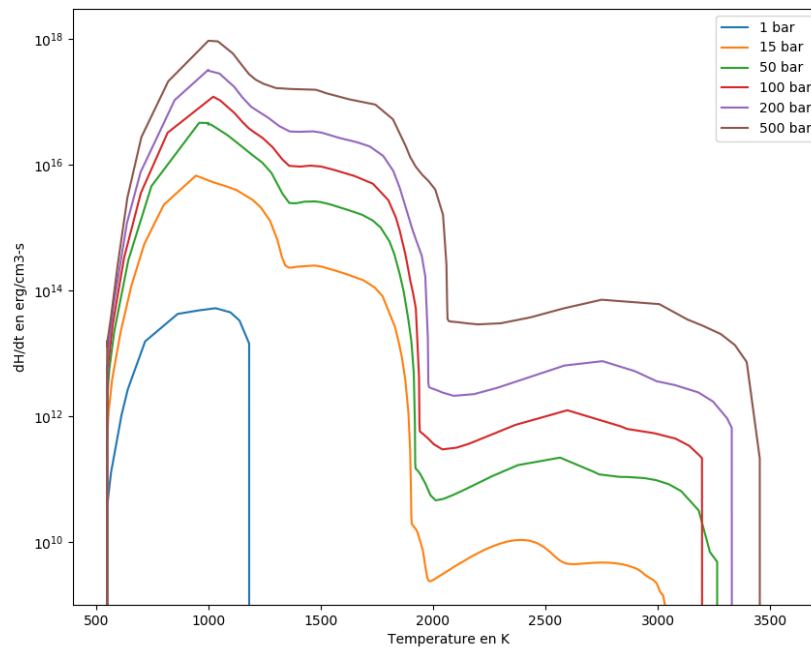


FIGURE 6.3 – Variation de l'enthalpie d'un mélange NC-NG au cours de sa réaction pour différentes pressions.

On remarque sur la figure 6.3 un maximum de variation d'enthalpie vers les 1000 K. Cette zone correspond à la phase gaz proche du solide, la surface de peau variant entre 600 K et 900 K selon les pressions. Pour déterminer le coefficient A_g du modèle WSB, c'est cette zone qui sera pertinente à ajuster. Avant cela, ce graphique permet de questionner l'exposant en pression dont la valeur est fixée à 2. La variation de l'enthalpie étant proportionnelle au débit énergétique liée à la réaction chimique, tracer la courbe $\ln(dH/dt(1000\text{ K}))$ en fonction de $\ln(P)$ devrait donner accès à cet exposant.

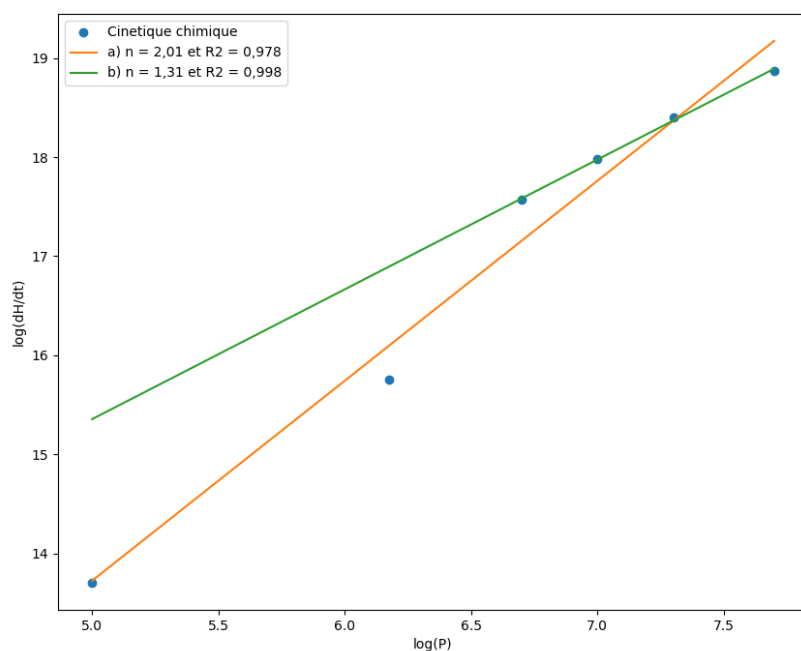


FIGURE 6.4 – Logarithme de la dérivée de l'enthalpie à 1000 K en fonction du Logarithme de la pression avec a) un ajustement de 1 bar à 500 bar et b) un ajustement de 50 bar à 500 bar.

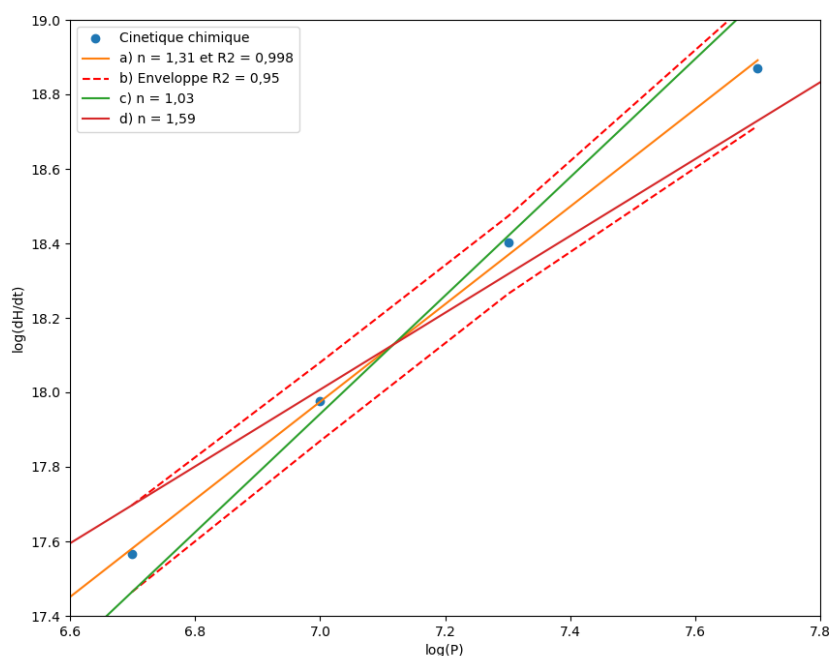


FIGURE 6.5 – Logarithme de la dérivée de l'enthalpie à 1000 K en fonction du Logarithme de la pression avec a) un ajustement de 50 bar à 500 bar avec l'enveloppe à 0,95 (c).

La figure 6.4 montre le bien-fondé dans la littérature du choix de l'exposant de la pres-

sion à 2 dans la cinétique en phase gaz. En procédant à un ajustement de courbe incluant des pressions inférieures à 100 *bar*, ce qui correspond aux mesures expérimentales, on obtient bien la valeur 2. Cependant, dans notre cas de la balistique intérieure, et compte tenu du changement de comportement de la cinétique chimique entre 1 *bar* et 50 *bar*. Il sera plus pertinent d'utiliser la valeur de 1.31 qui donne un excellent ajustement sur la plage de 50 *bar* jusqu'à 500 *bar*. Même si cette valeur reste à valider expérimentalement, au vu de l'intervalle d'exposant acceptable visible sur la figure 6.5.

À partir de l'ordonnée à l'origine, il est possible de remonter au coefficient A_g car $dh/dt = Q_g c_p A_g P^{n_p}$. L'ajustement donne la valeur de $A_g = 2,2 \cdot 10^{-2}$ USI dans l'intervalle $[1, 7 \cdot 10^{-2}; 2,8 \cdot 10^{-2}]$, ces valeurs sont très dépendantes du choix de l'exposant en pression.

Le modèle WSB prédit le profil de température dans la flamme, une tentative a été faite sur Chemkin de produire une flamme équivalente à celle d'un grain de poudre. Il faut garder à l'esprit que ces simulations se font en phase gaz, ignorant le comportement de la phase solide, ce qui limite l'exploitation de la cinétique.

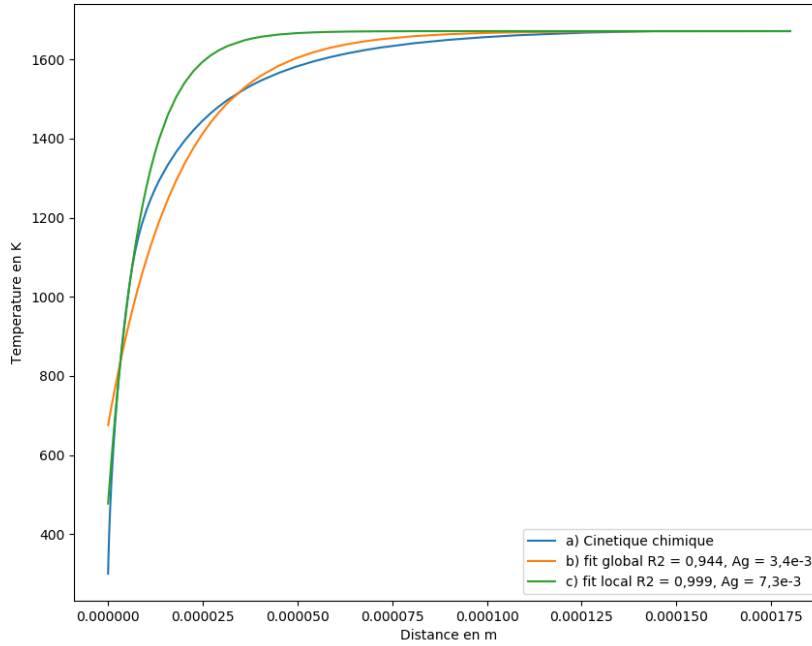


FIGURE 6.6 – Profil de flamme à 158 *bar* via la cinétique chimique (a) et par WSB ajusté sur la zone 700 – 1100 K (c) ou ajusté sur la totalité (b).

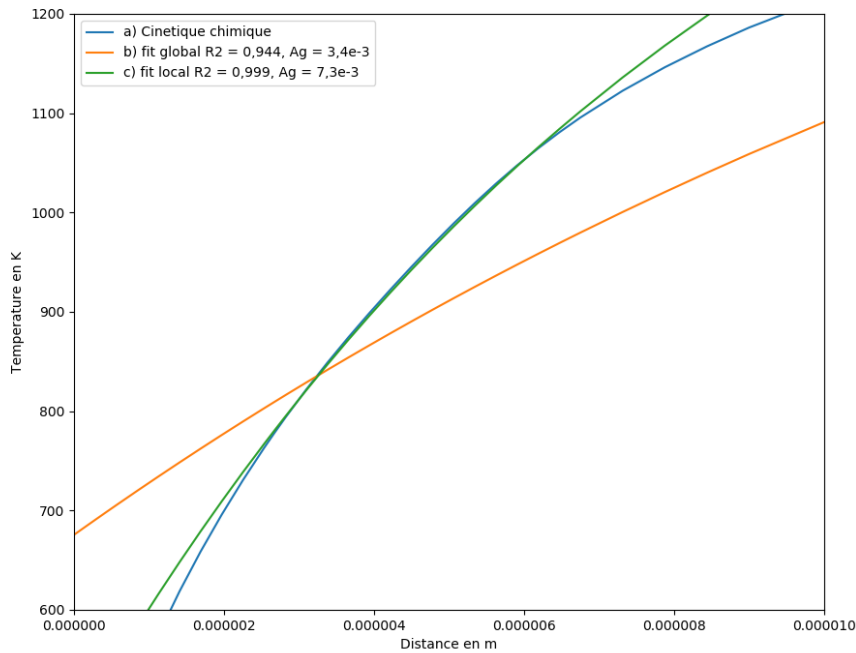


FIGURE 6.7 – Zoom du profil de flamme à 158 *bar* via la cinétique chimique (a) et par WSB ajusté sur la zone 700 – 1100 K (c) ou ajusté sur la totalité (b).

Ce qui saute aux yeux sur la figure 6.6, c'est la mauvaise approximation que représente l'hypothèse du profil exponentiel dans le modèle WSB. Cela rend l'ajustement de courbe très dépendant de la zone où on l'applique. Or, ce que nous recherchons, c'est le flux thermique proche du solide. La zone à ajuster est donc celle autour des 900 K qui est affichée sur la figure 6.7. La valeur $7,3 \cdot 10^{-3}$ USI pour le coefficient préexponentiel A_g n'est pas à retenir comme une valeur exacte, l'intervalle à 0,95 est $[5,6 \cdot 10^{-3}; 9,1 \cdot 10^{-3}]$. C'est en désaccord avec les valeurs trouvées précédemment. Cela provient probablement du fait d'avoir ignoré les conséquences de la phase solide. Il semblait moins pertinent de partir d'une température plus proche de la température de surface du solide que de laisser la réaction avoir lieu en phase gaz dès 300 K. L'ordre de grandeur reste tout de même cohérent.

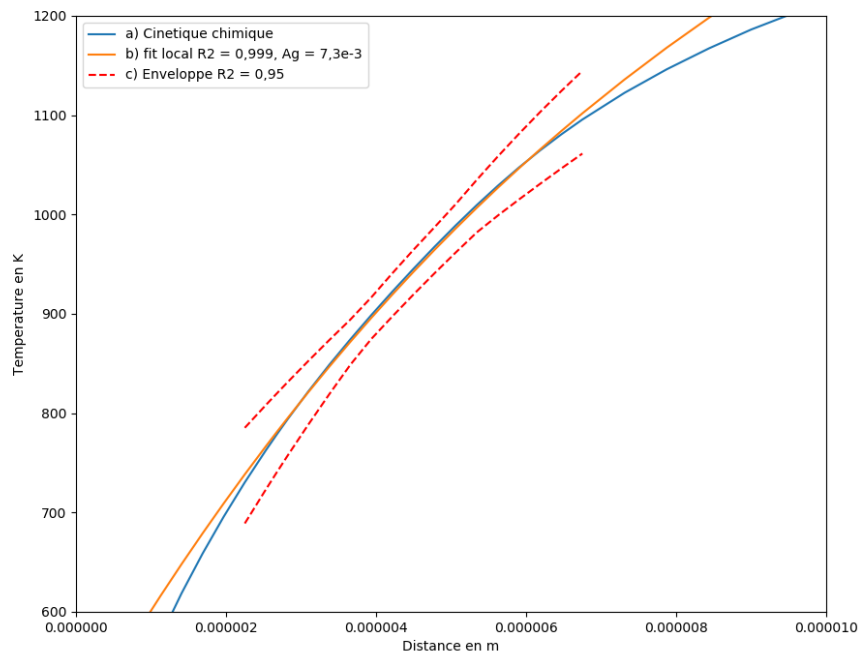


FIGURE 6.8 – Zoom du profil de flamme via la cinétique chimique (a) et par WSB ajusté sur la zone 700 – 1100 K (b) avec l’enveloppe à 0,95 (c).

Par ailleurs, la cinétique détaillée permet d’accéder à différentes grandeurs physiques au sein de la flamme. La viscosité dynamique nécessaire pour calculer la combustion érosive vaut $5.10^{-5} \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$ et la conductivité vaut $7.10^{-2} \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Enfin, la température de flamme pour le calcul du modèle WSB est mise à celle de la première flamme obtenue par la cinétique.

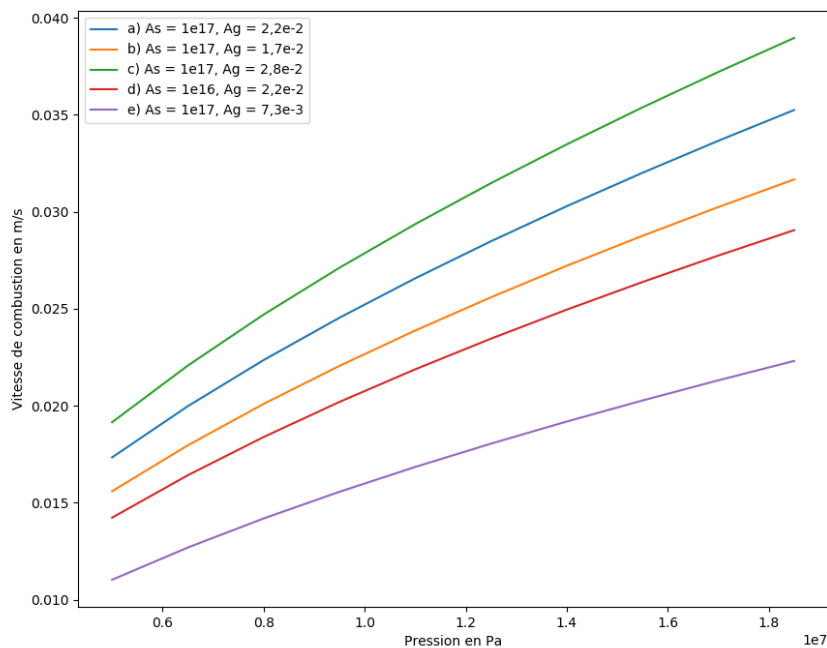


FIGURE 6.9 – Vitesse de combustion obtenue par WSB avec la cinétique théorique.

Il reste en inconnues les paramètres de la cinétique en phase solide. Si pour l'énergie d'activation, on peut supposer que la valeur donnée dans la littérature est fiable, il en est autrement pour A_s . Ce coefficient issu de curve fitting dépend du modèle choisi. La valeur de référence est 10^{17} USI, cependant, en l'absence d'éléments théoriques ou expérimentaux supplémentaires, il est difficile de statuer sur sa valeur. Dans la suite, nous verrons que la valeur de 10^{16} est une bonne approximation.

Chapitre 7

Mesures par four à chute

Sommaire

7.1 Four à chute pressurisé	55
7.1.1 Principe du four à chute	55
7.1.2 Configuration réalisée	55
7.2 Caractérisation de la combustion	57
7.2.1 Vitesses de combustion	57
7.2.2 Spectroscopie	59
7.2.3 Bilan de ces essais	61

7.1 Four à chute pressurisé

7.1.1 Principe du four à chute

Pour caractériser la combustion d'une particule, le contact avec une paroi perturberait trop la combustion. C'est pourquoi un système appelé four à chute a été inventé, en particulier pour la caractérisation de la combustion du charbon [55, 56]. Cela consiste en l'introduction des particules dans un cylindre chauffé, dans lequel les particules vont faire une chute libre au contact de la chaleur ambiante dans une atmosphère contrôlée. La grandeur mesurée est généralement le taux de réaction, ce qu'il reste de solide après la chute (imbrûlés ou produits de réaction) est récupéré par le bas puis il suffit de mesurer la différence de masse entre ce qui a été introduit et ce qu'il reste pour déduire le taux de réaction. Souvent, cela sert à étudier l'impact de l'environnement, température ou composition de l'atmosphère, parfois en pression [57], mais cela reste plus rare et ne va pas au-delà de 50 bar. Ce moyen éprouvé représente une base de travail pour créer une nouvelle enceinte adaptée à l'étude des poudres propulsives.

7.1.2 Configuration réalisée

L'objectif de ces essais est la caractérisation de la combustion des poudres propulsives utilisées pour le mortier. Cela comprend la vitesse de combustion et également les caractéristiques de la flamme, si cela est possible, à différentes pressions. Le besoin en question diffère de l'objectif initial des fours à chute. Dans ce contexte, il n'est pas nécessaire de chauffer toute la chute ou une atmosphère de composition spécifique, car le grain de poudre, une fois allumé, brûle en combustion autonome. Une atmosphère pressurisée au diazote et un fil chauffant situé à l'entrée de l'enceinte suffisent donc. Le fil chauffant retenu est un solénoïde composé d'un fil de tungstène, placé à l'intérieur d'un cylindre en céramique, à travers lequel le grain passe une fois introduit dans l'enceinte.

Le dispositif expérimental se compose principalement d'un tube cylindrique en acier inoxydable d'un diamètre interne de 80 mm et d'une longueur 500 mm. Ce tube est obturé par deux bouchons. L'épaisseur nominale des parois du tube est de 22 mm. L'ensemble du matériel est en acier inoxydable. La pression maximale de service supportée par le dispositif est de 400 bars, et le volume interne de gaz contenu dans le tube est de 2.46 litres. Le bouchon supérieur est équipé d'un dispositif d'introduction des grains, d'un système d'équilibrage des pressions et d'un cylindre en céramique qui abrite le fil chauffant en tungstène. Ce fil chauffant est alimenté par une alimentation continue régulée en courant, capable de délivrer une puissance maximale de 3400 W sous une tension de 63 V.

L'objectif ici n'est pas de quantifier la proportion d'imbrûlé qui est quasi toujours nulle, mais plutôt la vitesse de combustion. Pour y parvenir, il est nécessaire de substituer le collecteur en bas du four par un hublot. Cela offre un accès pour une visualisation par caméra rapide et pour la spectroscopie. La figure 7.1 a) illustre ce dispositif dans sa configuration expérimentale complète, et le schéma b) décrit les différents éléments constituant le four à chute.

Un dispositif optique est installé juste après le hublot inférieur du four pour réaliser deux diagnostics optiques simultanés. Une lame séparatrice 50/50, placée à 45°, permet de rediriger à 90° (par réflexion) la transmission optique provenant de l'intérieur du tube. Une caméra rapide couleur Phantom T340 équipée d'un objectif 105 mm est alignée sur ce trajet et permet de capturer des images à une vitesse allant jusqu'à 24000 images par seconde. Cette caméra nous permettra de déterminer le temps de combustion, et donc de remonter à la vitesse de combustion d'un grain. Sur le trajet optique en transmission de la lame séparatrice, une lentille de collimation focalise la lumière émise durant la combustion, sur l'entrée de la fibre optique. Laquelle est reliée ensuite au spectromètre.

Le spectromètre utilisé est un Ocean Optics FX, opérant dans une plage de longueurs d'onde de 200 à 1100 nm, avec une grande sensibilité dans l'UV et l'IR. Le temps d'intégration minimal est 10 μ s, et les spectres peuvent être capturés à une fréquence allant jusqu'à 4500 spectres/seconde.

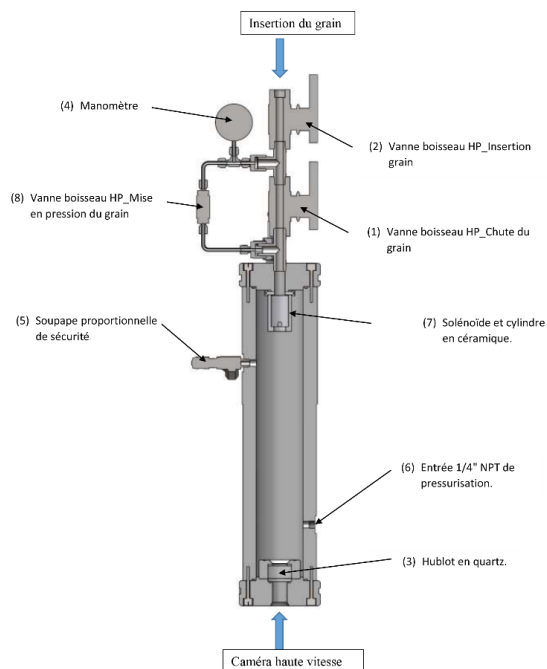


FIGURE 7.1 – Configuration de l'enceinte pressurisée et ses instruments et son schéma représentatif.

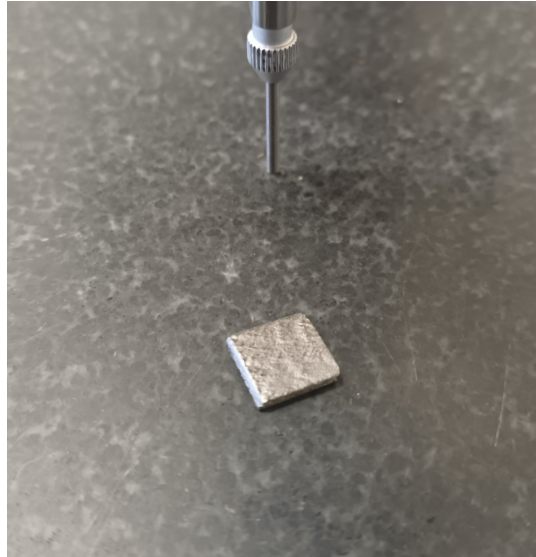


FIGURE 7.2 – Mesure de l'épaisseur d'une paillette de poudre de mortier.

7.2 Caractérisation de la combustion

7.2.1 Vitesses de combustion

Pour déterminer la vitesse de combustion, comme la pression est constante, la mesure du temps de combustion t_c doit suffire. En mesurant l'épaisseur initiale e_{poudre} d'une paillette de poudre, la vitesse étant constante, on peut la calculer a priori par : $V_c = e_{poudre} / (2 t_c)$, le facteur 2 vient de la régression de la poudre par ses deux faces. Cependant, grâce à la caméra rapide, il a été constaté que l'allumage n'est pas parfaitement homogène. En effet, parfois le grain s'allume par contact ponctuel avec le fil de tungstène qui est visible en a) sur la figure 7.3, puis b) la flamme se propage à une des deux faces du grain uniquement et ce pendant un laps de temps non négligeable vis-à-vis du temps de combustion de la poudre. En notant Δt_1 et Δt_2 respectivement les temps de combustion selon une face ou bien 2 faces, la formule devient : $V_c = e_{poudre} / (\Delta t_1 + 2 \Delta t_2)$.

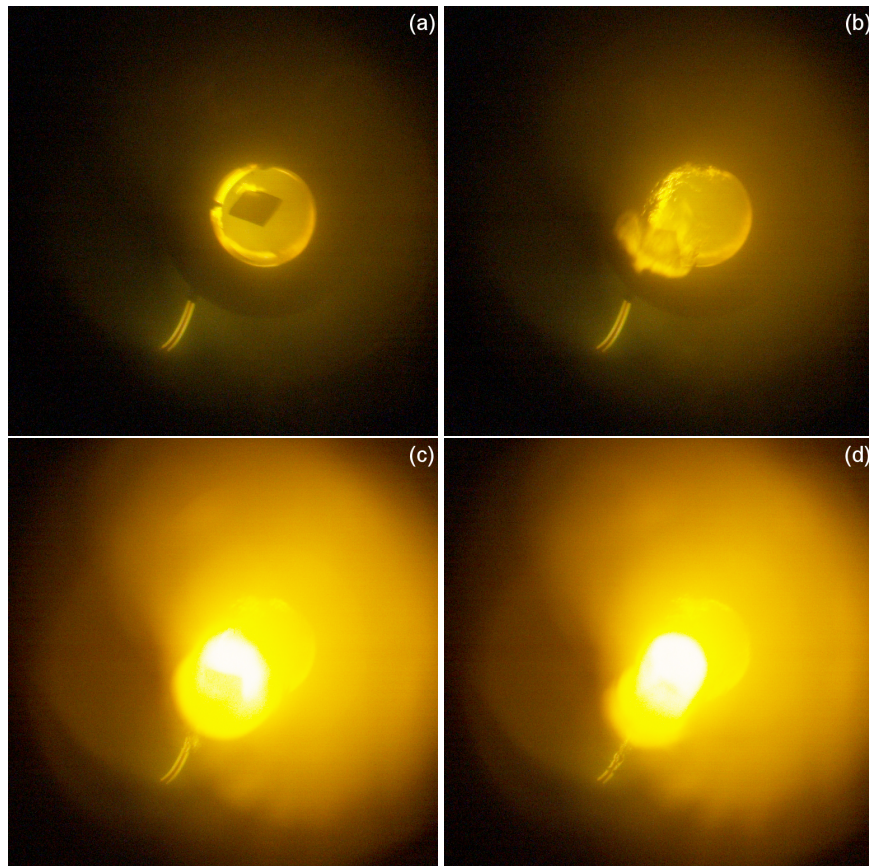


FIGURE 7.3 – Instants de la combustion de la poudre vus par caméra rapide a) apparition de la première flamme, b) combustion sur uniquement une des deux faces, c) combustion totale et d) fin de combustion.

Cela permet de compléter et finaliser la figure 7.4 à partir du graphique du chapitre précédent et des valeurs expérimentales obtenues. On constate un bon accord avec les prédictions de WSB pour la valeur de $A_s = 1.10^{16}$ USI.

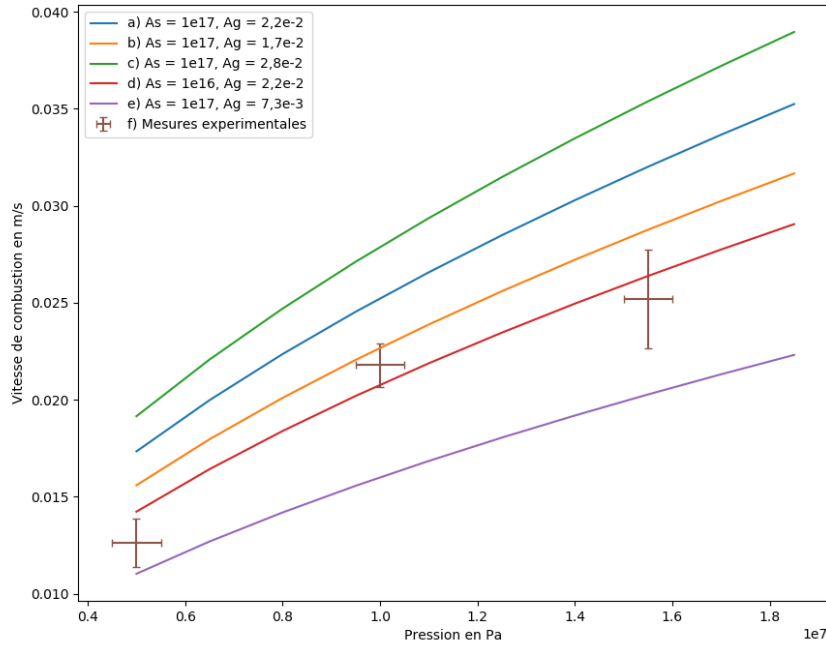


FIGURE 7.4 – Comparaison entre les différentes prédictions de WSB et les mesures de vitesse de combustion par caméra rapide.

7.2.2 Spectroscopie

Le spectromètre utilisé mesure une intensité lumineuse par longueur d'onde intégrée sur une durée spécifique dans le domaine visible. L'ensemble de l'instrumentation (spectromètre, lame semi-transparente, hublot, fibre optique) possède sa propre fonction de transfert, qu'il faut corriger pour connaître le rayonnement réellement observé [58]. Cela permet de retracer la courbe du corps noir correspondant (7.1). Une calibration a été effectuée sur un corps noir pour deux températures fixées, 1300°C et 1500°C.

$$L_{\lambda} = \frac{2 h c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{h c}{\lambda k_b T}} - 1} \quad (7.1)$$

Une fois la prise en compte de l'émissivité du tungstène [59], il est possible d'estimer sa température par la méthode de la pyrométrie par la formule (7.2), en prenant deux longueurs d'onde, le ratio de l'intensité lumineuse est directement lié à la température.

$$\frac{L_{\lambda_1}(T)}{L_{\lambda_2}(T)} = \frac{\epsilon_t(\lambda_1)}{\epsilon_t(\lambda_2)} \frac{\lambda_2^5}{\lambda_1^5} \frac{e^{\frac{h c}{\lambda_2 k_b T}} - 1}{e^{\frac{h c}{\lambda_1 k_b T}} - 1} \quad (7.2)$$

Cela permet d'évaluer la température du fil, comme illustré dans l'exemple de la figure 7.5.

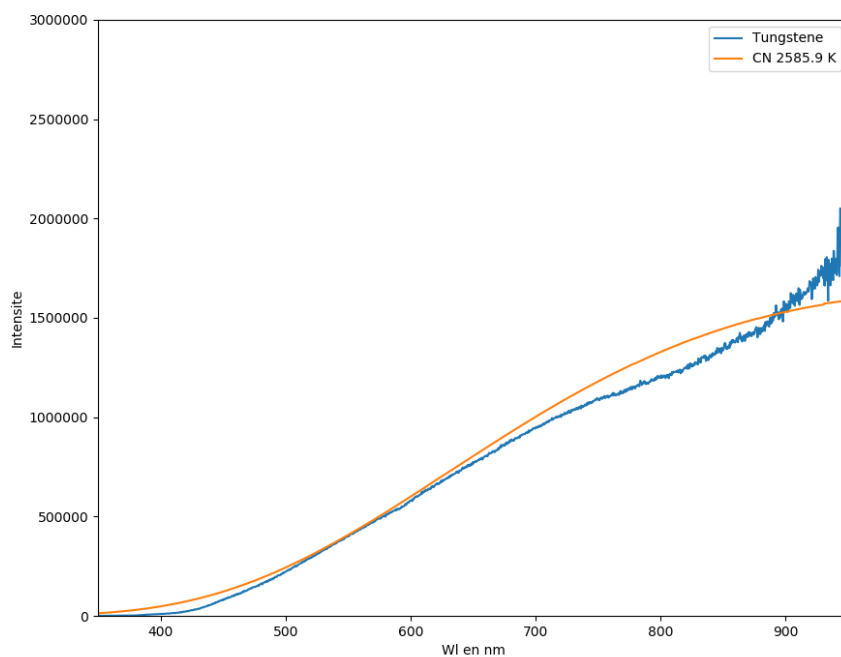


FIGURE 7.5 – Exemple de spectre du tungstène au cours d'un essai.

Une fois la correction effectuée, et après avoir soustrait le rayonnement du tungstène du spectre, il ne reste que le spectre attribuable à la flamme, comme montré sur la figure 7.6.

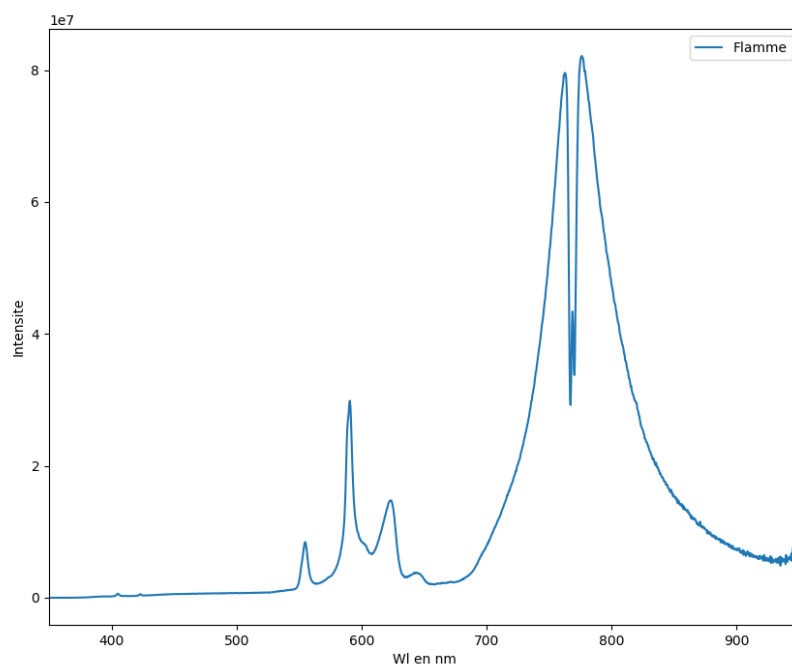


FIGURE 7.6 – Exemple de spectre de flamme.

L'interprétation est délicate, la résolution du spectromètre de 2 *nm* limite son exploitation. Le rayonnement présumé en corps noir des suies, qui ne représentent une fraction faible de la masse, semble être noyé dans le spectre d'émission des espèces gazeuses. On peut cependant analyser qualitativement le spectre identifiant les pics d'émission et comparant leur présence ou absence dans la cinétique chimique.

- 420 : CH [60]

- 550 : C₂ [61]

- 590 : H₂O [61]

- 625 : NH₂ [62]

- 700-800 :H₂O [63]

Ces espèces sont présentes dans la cinétique, en particulier l'eau qui représente 1/3 des produits de combustion.

7.2.3 Bilan de ces essais

Ces premiers essais réalisés semblent prometteurs. Cependant, des améliorations sont nécessaires pour le système d'allumage. Pour obtenir une reproductibilité optimale, il faudrait réussir à obtenir un allumage homogène et répétable. Pour y parvenir, il sera essentiel de concevoir une céramique plus élaborée, capable d'accueillir un fil de tungstène plus long afin d'augmenter la surface rayonnante. Cette évolution pourrait également impliquer un changement de diamètre du fil utilisé, qui était initialement de 0,6 *mm*. En effet, un diamètre plus large, à iso température, entraînerait un flux thermique plus important. Ainsi, il serait possible de réduire la température du fil tout en conservant le même flux, afin de réduire sa sollicitation. Les mesures de vitesses de combustion sont exploitables et permettent de critiquer les modèles, mais il convient de considérer cette expérience davantage comme un démonstrateur que comme un moyen de mesure abouti. De même, la spectrométrie pourrait apporter des informations précieuses pour étudier la composition de la flamme. Un spectromètre infrarouge (IR) pourrait fournir des éléments directs supplémentaires pour valider éprouver les modèles de cinétique chimique détaillée.

Troisième partie

Comparaison expérimentale et exploitation des modèles

« Le seul comportement sûr est donc celui que mentionne Aristote dans le dernier chapitre de son Topica : de ne pas débattre avec la première personne que l'on rencontre, mais seulement avec des connaissances que vous savez posséder suffisamment d'intelligence pour ne pas se déshonorer en disant des absurdités, qui appellent à la raison et pas à une autorité, qui écoutent la raison et s'y plient, et enfin qui écoutent la vérité, reconnaissent avoir tort, même de la bouche d'un adversaire, et suffisamment justes pour supporter avoir eu tort si la vérité était dans l'autre camp. De là, sur cent personnes, à peine une mérite que l'on débattre avec elle. On peut laisser le reste parler autant qu'ils veulent car desipere est juris gentium, et il faut se souvenir de ce que disait Voltaire : « la paix vaut encore mieux que la vérité », et de ce proverbe arabe : « Sur l'arbre du silence pendent les fruits de la paix. » »

L'Art d'avoir toujours raison (1830)

A. Schopenhauer

Chapitre 8

Caractérisations de mise en mouvement du projectile

Sommaire

8.1 Réalisation expérimentale	65
8.1.1 Objectif	65
8.1.2 Réalisation des essais	65
8.2 Exploitation	67
8.2.1 Comparaison avec les simulations	67
8.2.2 La balistique intermédiaire	71

8.1 Réalisation expérimentale

Ces essais ont été réalisés en collaboration avec Michel Arrigoni et Julien Le Clanche de l'ENSTA Bretagne. Avec Christophe Bigot, ils ont réalisé la mise en œuvre et les mesures par vélocimétrie hétérodyne.

8.1.1 Objectif

Il y a deux objectifs majeurs pour cette campagne d'essais :

- Définir clairement la notion de vitesse de bouche.
- Obtenir des données précises pour critiquer le modèle développé dans cette thèse.

Concernant le premier objectif, le but de la balistique est la prédiction de la vitesse de bouche d'un obus afin de déterminer la suite de sa trajectoire. Il faut donc faire un modèle qui prédit la vitesse initiale de la phase de balistique extérieure. Cela pose problème, les simulations de balistique intérieure s'arrêtant à l'endroit où il y a perte d'étanchéité dans le canon due à la sortie partielle du projectile, la vitesse obtenue alors n'est pas exactement la vitesse maximale qu'aura le projectile. En conséquence, si l'on cherche à comparer le résultat d'un calcul de balistique intérieure avec une vitesse obtenue par la phase de balistique extérieure, alors ce ne sont pas les mêmes vitesses qui seront comparées. Cela sera traité dans le chapitre suivant.

8.1.2 Réalisation des essais

Le principal élément de cette campagne est l'usage de la vélocimétrie hétérodyne (VH) qui est un interféromètre laser. Ce moyen permet d'obtenir des vitesses moyennes sur des temps de l'ordre de la μs , ce qui revient à des vitesses "instantanées". En effet, contrairement à un radar Doppler dont la fréquence de la porteuse est de 10 GHz, ici le laser a une

fréquence de 10^{14} Hz. Cela permet d'obtenir la même résolution sur la vitesse entre les deux radars mais avec un facteur 1000 sur le temps d'observation.

$$\Delta f = \frac{V_{proj}}{c} f_{porteuse}$$

$$dV = \frac{c}{T_{obs} f_{porteuse}}$$

Pour avoir une résolution en vitesse dV inférieure à 1 m.s^{-1} , il faut que $1/T_{obs}$, qui donne la résolution en fréquence obtenue par FFT du signal acquis, soit suffisamment faible. Pour le radar Doppler cela demande un temps d'observation de l'ordre de 10 ms , ce qui donnerait un unique point sur la vitesse moyenne dans le canon puisque le temps de parcours dans le canon est du même ordre. Donc la VH aura, elle, 1000 points, ce qui sera bien plus pertinent pour critiquer les prédictions de la cinétique du projectile, cela a déjà été réalisé [64] [65] bien que ce moyen était initialement développé pour de la détonique [66]. Pour contraindre le modèle, une mesure de pression dans le canon est faite pour avoir des informations concernant la dynamique du projectile.

La configuration de tir est présentée figure 8.1.

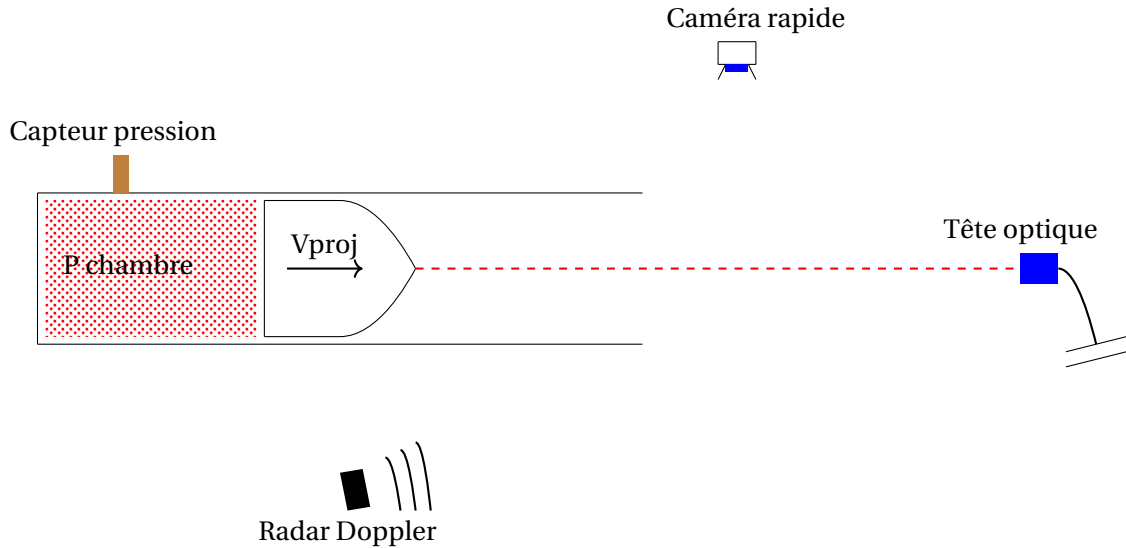


FIGURE 8.1 – Schéma du montage expérimental.

L'utilisation d'une caméra rapide pour visualiser la sortie du projectile permet d'avoir un temps de référence pour les comparaisons. Et surtout, en mettant le déclenchement de l'acquisition de la vélocimétrie hétérodyne sur le même évènement que les caméras rapides, cela donnera accès à la valeur exacte de la vitesse à l'instant de sortie du projectile. Un passage de seuil de pression à 100 bar a été pris, cependant le signal de pression étant très bruité, il sera plus rigoureux de positionner l'origine des temps sur l'instant de passage des rayures de la munition au niveau de la bouche du canon, qui correspond à l'instant de perte d'étanchéité.

Les projectiles utilisés sont des munitions de mortier 120 mm de série. 10 tirs au total ont été faits, trois avec de la poudre présente uniquement dans la cartouche, trois autres avec, en plus dans la chambre, un deuxième type de paillette de taille intermédiaire. Enfin quatre derniers tirs avec la quantité maximale de poudre, soit la configuration précédente avec un troisième type de poudre encore plus épaisse. Un tir à charge minimale n'a pas donné un signal à la vélocimétrie hétérodyne suffisant pour en faire l'exploitation.

Tir	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
charge	max	max	max	inter	inter	inter	min	min	min	max



FIGURE 8.2 – Réglage de l'alignement de la tête optique sur la trajectoire du nez de la munition.

8.2 Exploitation

8.2.1 Comparaison avec les simulations

Les munitions utilisées pour ces essais étant de série, la législation française limite la quantité d'information diffusable. Les données considérées comme sensibles seront adimensionnées. De plus, la majorité des données requises pour le modèle de SBIM n'ont pas été rigoureusement caractérisées. Ces comparaisons ont pour but de vérifier la cohérence globale du modèle et non sa validation fine.



FIGURE 8.3 – Position de référence du projectile lorsque la perte d'étanchéité a lieu.

Le cliché exposé sur la figure 8.3 correspond à l'instant de référence qui servira à recalculer temporellement les mesures issues de la vélocimétrie hétérodyne. Elle a été obtenue par caméra rapide à 230000 fps, cela permet de déterminer l'instant où les rayures dépassent la bouche du canon, moment où les premières fumées issues de la chambre commencent à sortir. La précision est inférieure à $10 \mu s$ ce qui est bien inférieur à $10 ms$, temps caractéristique de parcours du projectile.

Les résultats suivants comparent donc respectivement la pression mesurée au niveau de la culasse, la vitesse de déplacement du nez de la munition avec la pression de la chambre et la vitesse du projectile calculée par SBIM. Plusieurs tirs de répétabilité ont été faits, le tir 7 n'a pas donné de signal sur la VH, la cause n'a pas été identifiée.

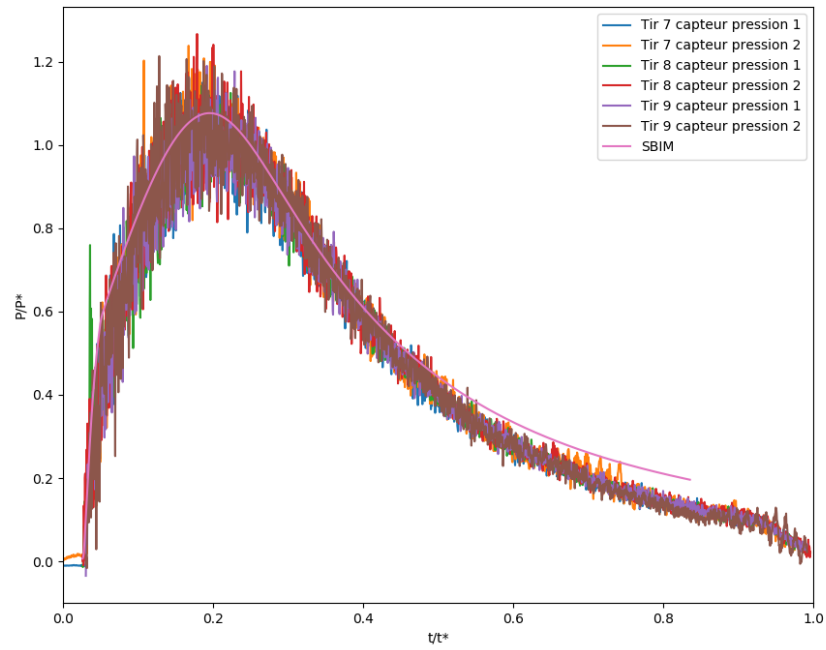


FIGURE 8.4 – Comparaison entre SBIM et les capteurs de pression à faible charge.

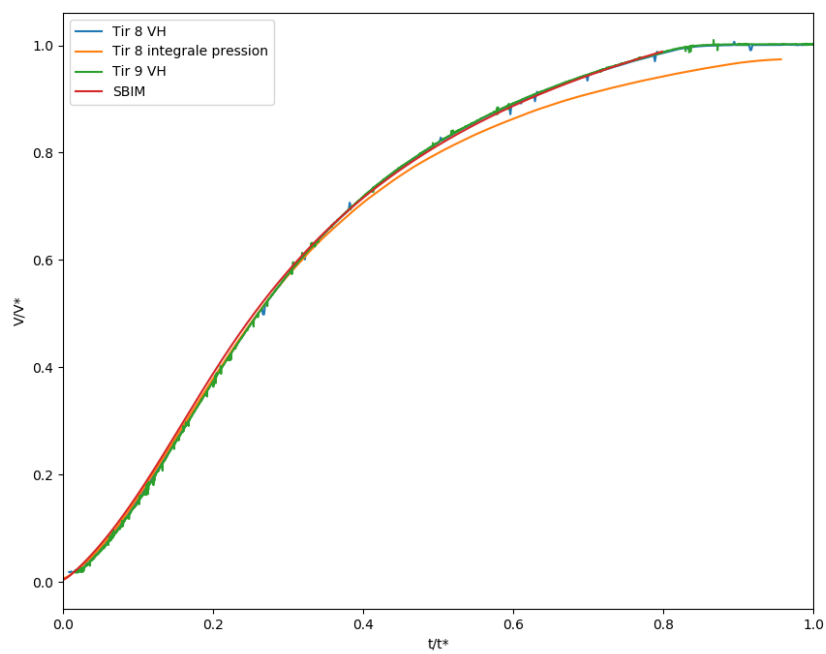


FIGURE 8.5 – Comparaison entre SBIM et la VH à faible charge.

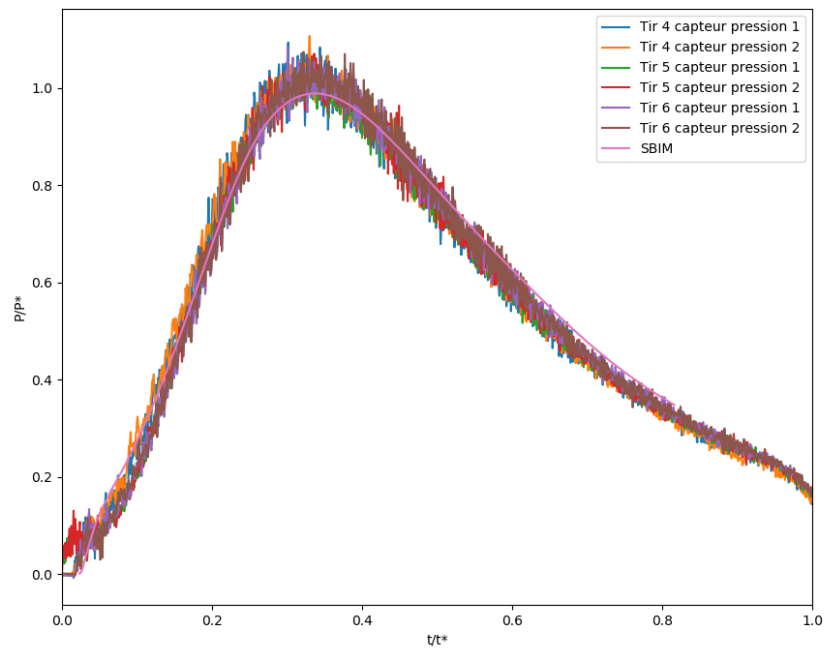


FIGURE 8.6 – Comparaison entre SBIM et les capteurs de pression à charge intermédiaire.

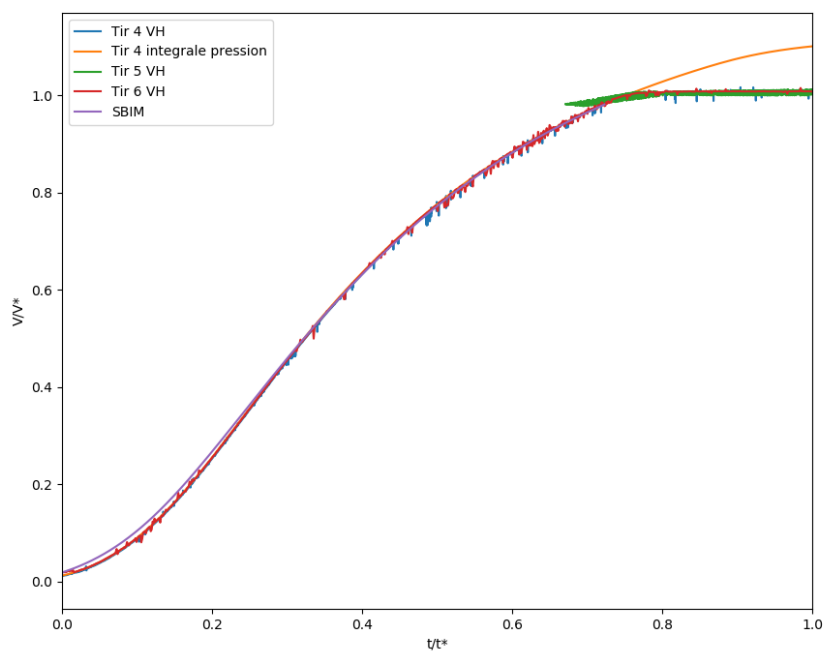


FIGURE 8.7 – Comparaison entre SBIM et la VH à charge intermédiaire.

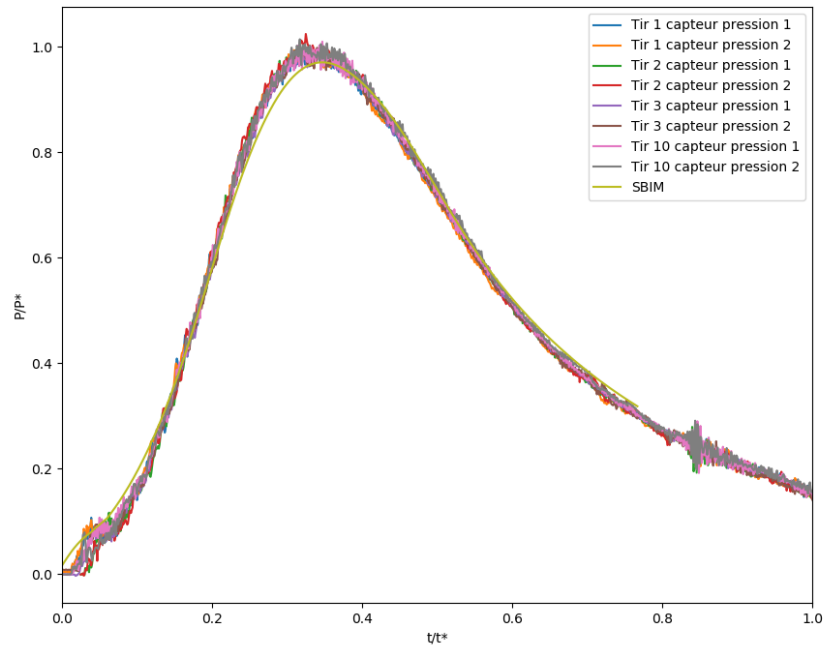


FIGURE 8.8 – Comparaison entre SBIM et les capteurs de pression à charge maximale.

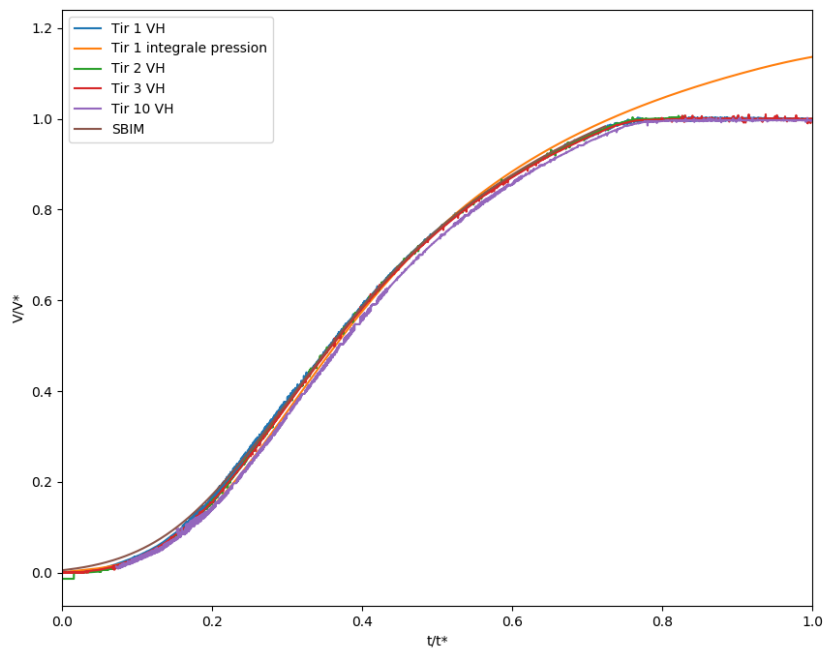


FIGURE 8.9 – Comparaison entre SBIM et la VH à charge maximale.

On peut dans un premier temps remarquer l'excellente répétabilité des courbes expérimentales de vitesses à l'exception du tir numéro 10. Il est affiché sur la figure 8.9, il y a un léger déphasage, car la masse du projectile est 2% plus grande. Le signal de la VH pour le tir 5 présente un niveau de bruit élevé, rendant son exploitation difficile sur la majeure partie du trajet. Néanmoins, la fin du signal reste exploitable et est illustrée dans la figure 8.7. Par ailleurs, l'analyse de la vidéo rapide du tir 5 révèle une émission de fumées précédant l'éjection du projectile. Ces fumées, en dépassant la pointe du projectile, ont potentiellement perturbé le parcours du faisceau laser de la VH. Cela a pu entraîner un niveau de bruit plus élevé à l'habitude.

Un écart important est observé sur la figure 8.4 entre les capteurs de pression et SBIM sur la charge la plus faible. Cependant, sur la figure 8.5, SBIM est très proche de la mesure expérimentale, il y a été ajouté l'intégration du PFD en tenant compte de la courbe de pression selon la formule (8.1). Cette formule donne de très bons résultats sur les figures 8.7 et 8.9, cela signifie que la force de frottement est bien négligeable sans quoi les vitesses seraient surestimées. Un petit écart est visible sur la fin de la charge maximale, probablement à cause de l'apparition des effets de l'écoulement compressible. L'écart entre les capteurs de pression et SBIM sur la figure 8.4 est probablement dû à un défaut du capteur.

$$V_{integrale}(t) = \int_0^t \frac{S_{proj} P_{chambre}(u)}{M_{proj}} du \quad (8.1)$$

Pour conclure sur SBIM, malgré la faible connaissance des données d'entrée, les résultats sont très proches des mesures. Un écart est présent sur le début, cela n'est pas une surprise puisque la mesure correspond à une pression locale dans la chambre alors que SBIM représente la pression moyenne alors que cette phase correspond au remplissage de la chambre dont la taille fait que sa mise en équilibre de pression est de l'ordre de plusieurs centaines de microsecondes. Contrairement à SBIM dans lequel la chambre est considérée comme homogène à tout instant.

Enfin, sur chaque comparaison entre la vitesse expérimentale, il y est systématiquement observé que la simulation SBIM se termine avant que la vitesse ait atteint son maximum, et ce de manière répétable. Cela provient de la phase de balistique intermédiaire, souvent négligée sans raison, qui donne lieu à une augmentation de la vitesse du projectile. La section suivante est dédiée à ce phénomène.

8.2.2 La balistique intermédiaire

L'interrogation sur l'impact de la balistique intermédiaire sur la cinétique du projectile reste un problème qui n'a été étudié que récemment [67], des simulations ont été faites sur la phase intermédiaire pour différents calibres. Il y est par la suite proposé une méthode approximée [68] pour quantifier le gain de vitesse pour la phase où le projectile est totalement sorti du canon grâce à une constatation : la pression derrière le projectile semble suivre une décroissance exponentielle :

$$p = p_0 e^{-\beta t}$$

Donc :

$$\Delta V_0(t) = \frac{S_{proj} p_0}{\beta M_{proj}} (1 - e^{-\beta t})$$

Il exprime β via un théorème π :

$$\beta = 1/\gamma(M) \frac{V_0}{R_{proj}}$$

TABLEAU 8.1 – Gain de vitesse relatif par la formule analytique (8.2).

$\frac{\Delta V_0}{V_0}$	Tirs 1-3	Tirs 4-6	Tirs 8-9
Analytique	0,71%	0,68%	0,47%
Ls-Dyna	0,63%	0,66%	0,53%
VH	0,78%	0,55%	0,43%

D'où :

$$\frac{\Delta V_0}{V_0} = \gamma(M) \frac{S_{proj} p_0 R_{proj}}{M_{proj} V_0^2} \quad (8.2)$$

Avec M le nombre de Mach et R_{proj} le rayon du canon.

$$\gamma(M) = 0,74 + 0,24 M$$

Cela donne, appliqué au mortier, les résultats du tableau 8.1. Pour vérifier cela, des simulations 2D axisymétrique ont été réalisées par Benjamin Thevenin, le champ de pression autour de la munition après sa sortie du canon est montré figure 8.10.

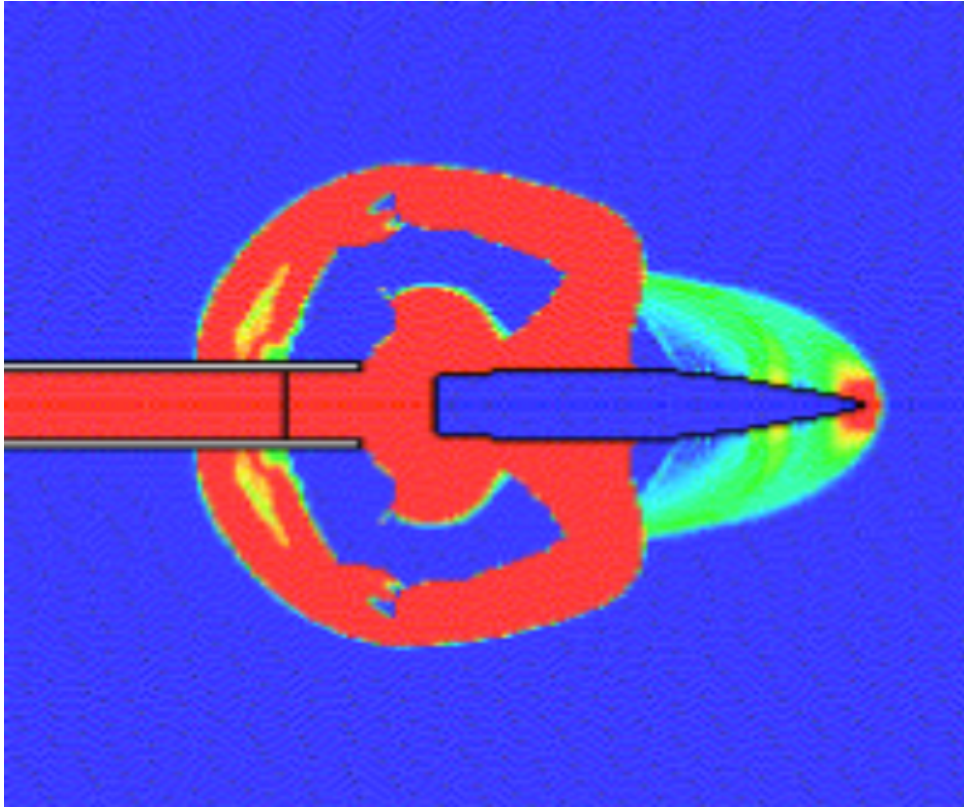


FIGURE 8.10 – Champs de pression autour de la munition au cours de sa sortie du canon obtenu par LS-Dyna.

Il est possible d'effectuer la comparaison entre LS-Dyna, la formule analytique et les mesures par vélocimétrie hétérodyne dans le tableau 8.1. Il y est comparé le gain de vitesse entre l'instant où la munition vient de sortir du canon, visible sur le cliché (b) de la figure 8.11 et la vitesse maximale atteinte légèrement plus loin (c). Les différentes valeurs sont cohérentes, il y a donc bien un gain de vitesse non négligeable. Les écarts entre la formule analytique et les autres valeurs pourraient provenir de la formule empirique de $\gamma(M)$, obtenue par un ajustement de courbe discutable. Il est également possible de faire

suivre les calculs de SBIM avec ceux de LS-Dyna pour obtenir la courbe complète de vitesse pour différentes quantités de poudre 8.12, 8.13 et 8.14. Ces résultats sont cohérents des mesures expérimentales.

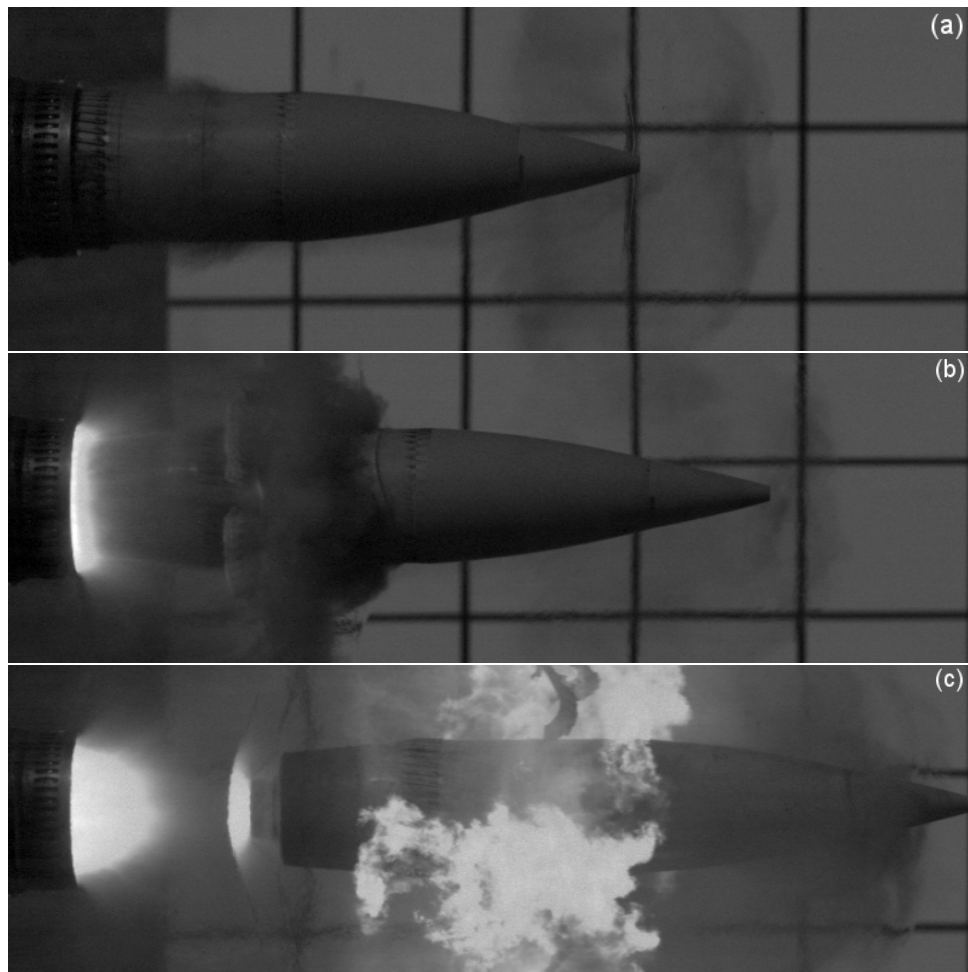


FIGURE 8.11 – Position du projectile à différents instants a) position de référence où la perte d'étanchéité a lieu, b) premier instant où le projectile est entièrement sorti du canon et c) la munition est à sa vitesse maximale.

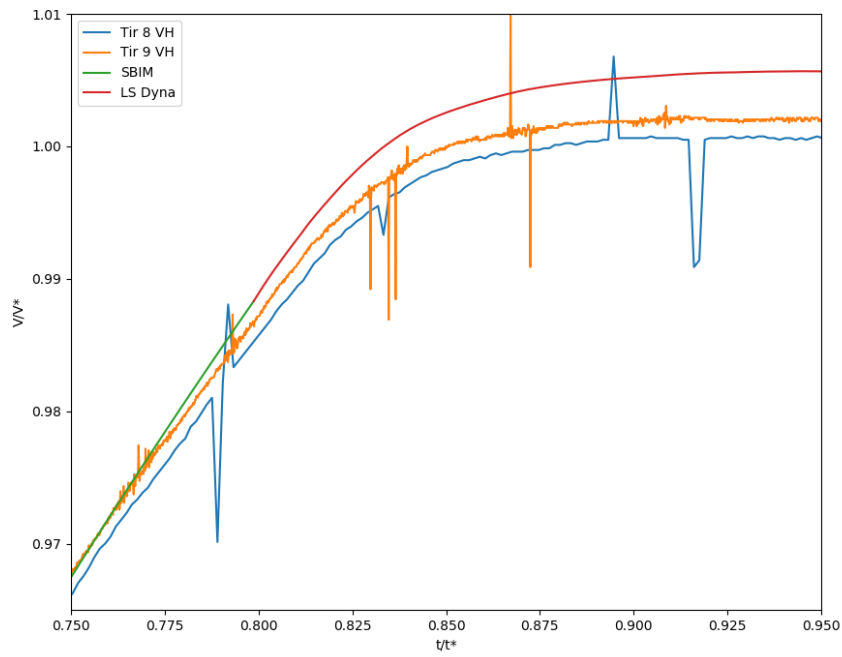


FIGURE 8.12 – Comparaison entre SBIM+LS-Dyna et la VH à faible charge.

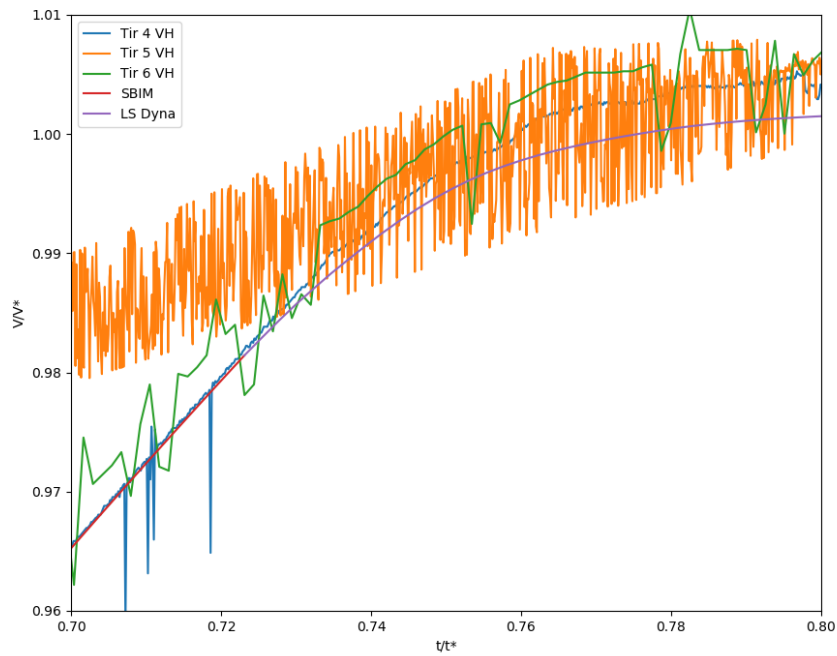


FIGURE 8.13 – Comparaison entre SBIM+LS-Dyna et la VH à charge intermédiaire.

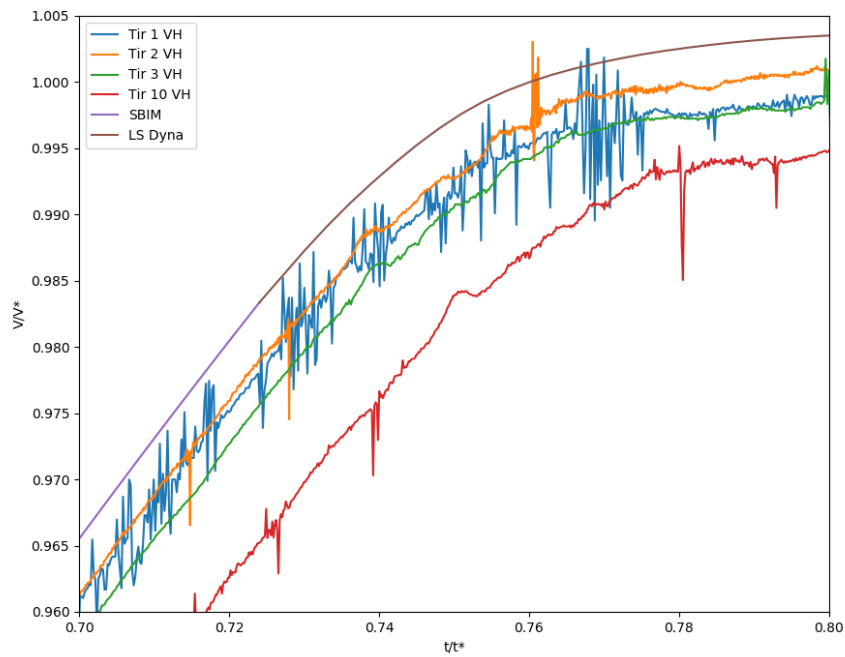


FIGURE 8.14 – Comparaison entre SBIM+LS-Dyna et la VH à charge maximale.

Pour éviter l'usage de LS-Dyna, une bonne approximation consisterait en la prolongation du calcul de SBIM jusqu'à la sortie totale de la munition du canon, puis de l'application de la formule analytique.

Chapitre 9

Intérêt des outils ingénieur : le dimensionnement

Sommaire

9.1 Les algorithmes d'optimisation	77
9.1.1 Description générale	77
9.1.2 Particule Swarm Optimization	78
9.2 Application à l'augmentation de portée	78
9.2.1 Modèle de balistique intérieure simpliste	78
9.2.2 La portée maximale d'une munition de mortier de 140mm	79

9.1 Les algorithmes d'optimisation

9.1.1 Description générale

Au chapitre 6, l'utilisation d'un algorithme d'optimisation a été montrée. Le présent chapitre sert à illustrer l'intérêt du développement de modèles simples, dont le coût de calcul reste suffisamment faible pour qu'ils puissent servir de fonction d'évaluation dont on cherche un optimum.

La formulation standard d'un problème d'optimisation est la recherche du minimum d'une fonction notée f qui va de $\mathcal{R}^n$ dans $\mathcal{R}$. Les contraintes sont exprimées par $g_i(x) \leq 0$ ou $h_j(x) = 0$. L'algorithme détaillé précédemment, Levenberg-Marquardt, n'est pas capable de tenir compte d'éventuelles contraintes, il est cependant l'algorithme le plus rapide pour converger lorsque le point initial est suffisamment proche de la solution.

La liste des besoins pour résoudre notre type de problème va guider le choix de l'algorithme.

- Il n'est pas utile d'avoir un optimum avec une précision relative inférieure à 0,1%. L'objet à dimensionner étant destiné à une production industrielle, il n'est pas pertinent de considérer une répétabilité extrême.
- La fonction d'évaluation sera la partie la plus coûteuse en calcul.
- Pour un industriel, déterminer un espace de paramètres pertinents sera plus utile que la détermination d'un unique point optimal.
- Enfin, il faut être en mesure de gérer des contraintes.

Une première déduction est qu'il n'est pas utile que la fonction d'évaluation ait une précision numérique importante, cela implique qu'il n'est pas possible de calculer des dérivées et donc rendent inadaptés les algorithmes à descente de gradient. Les algorithmes d'optimisation particuliers semblent adaptés.

9.1.2 Particule Swarm Optimization

Ce type d'algorithme a déjà été utilisé pour optimiser le système propulsif en balistique intérieure [69]. Il consiste à faire parcourir l'espace de paramètres par des particules. Dans un premier temps, leurs positions sont initialisées par une répartition selon une loi uniforme dans un espace défini en amont. Leurs vitesses sont également prises selon une loi uniforme selon chaque dimension dans un intervalle qui va de + la taille de l'intervalle défini précédemment à son opposé. Chaque itération correspondant à une évolution d'une unité de temps, la définition précédente revient bien à une vitesse puisque la valeur d'un pas de temps vaut 1. Donc, à chaque nouvelle itération, la nouvelle position de chaque particule vaut l'ancienne à laquelle on somme sa vitesse : $\vec{X}_i(t+1) = \vec{X}_i(t) + \vec{V}_i(t)$. Il reste à expliquer le calcul de la vitesse au cours de l'évolution.

$$\vec{V}_i(t+1) = m \vec{V}_i(t) + r_1 a (\vec{X}_l(t) - \vec{X}_i(t)) + r_2 b (\vec{X}_g(t) - \vec{X}_i(t)) \quad (9.1)$$

$\vec{X}_g(t)$ est la position de l'optimum qui a été trouvée jusqu'à l'itération t , $\vec{X}_l(t)$ est la position de l'optimum à l'itération t . r_1 et r_2 sont deux nombres pris au hasard à chaque évaluation entre 0 et 1. m , a et b correspondent aux paramètres qui vont piloter la convergence de l'algorithme. m exprime l'inertie d'une particule. a et b vont déterminer respectivement le taux d'attraction vers l'optimum trouvé à l'instant t ou l'optimum global. Le point d'intérêt est donc $\vec{X}_g$.

Dans l'objectif de déterminer plusieurs solutions acceptables, une amélioration de cet algorithme existe nommée ISPO [70]. Au lieu d'avoir un ensemble de particules, elles sont rassemblées en sous-groupes. Lorsque le nombre d'itérations est un multiple de 2 fois le nombre de groupe, alors un tri est fait sur les particules en fonction de la valeur de la fonction à optimiser. Elles sont réparties du premier au dernier groupe par performance décroissante.

9.2 Application à l'augmentation de portée

9.2.1 Modèle de balistique intérieure simpliste

Se concentrer sur une augmentation de la vitesse de sortie d'un projectile de mortier uniquement contraindrait le champs des possibles dans le cadre d'une optimisation du système. il faudrait bloquer les paramètres influençant la balistique extérieure, sans quoi le gain de vitesse de sortie pourrait tout de même conduire à une diminution de portée, alors que le réel objectif est son augmentation.

Il semble donc plus pertinent d'utiliser comme fonction d'évaluation la portée, il suffit d'ajouter au code de dimensionnement de balistique intérieure, un code de balistique extérieure. Ce chapitre ayant pour but de donner un cas d'usage au code de dimensionnement développé et non de proposer un code de balistique extérieure complexe, un modèle simpliste en 2 degrés de liberté (2ODF) est proposé. Il serait difficile de faire plus simple sans dégrader sensiblement les prédictions que l'on en fera. En effet, il faut au minimum tenir compte des forces de frottement fluide qui dépendent de la vitesse du projectile. Une formule analytique n'est donc pas suffisante, un modèle en 2 dimensions d'une chute libre avec frottement résolu par la même méthode numérique que SBIM a été créé.

$$M_{proj} \vec{a} = \vec{g} - \frac{1}{2} C_x (V_{proj}) \rho_{air} \pi R_c^2 \|\vec{V}_{proj}\| \vec{V}_{proj} \quad (9.2)$$

Avec les conditions initiales suivantes :

$$\vec{X}_{proj}(0) = 0\vec{e}_x + h_0\vec{e}_y \quad ; \quad \vec{V}_{proj}(0) = V_0(\cos(\theta)\vec{e}_x + \sin(\theta)\vec{e}_y)$$

Où θ est l'angle entre l'axe du canon et le sol.

Pour le C_x , la table suivante sera utilisée :

TABLEAU 9.1 – Table de C_x

Mach	0.2	0.8	0.9	0.95	1.	1.05	1.1	1.15	1.2	1.25	1.4	∞
C_x	0.15	0.15	0.18	0.22	0.34	0.40	0.41	0.41	0.40	0.40	0.39	0.39

9.2.2 La portée maximale d'une munition de mortier de 140mm

La configuration choisie est celle du mortier de 140 mm présentée au chapitre 4. Il n'y a pas de poudre en dehors de la cartouche à l'instant initial, on se propose donc de chercher la poudre, sa masse totale et la masse de la munition telles que la portée est maximisée. Il est connu que pour maximiser la vitesse de sortie, il faut une poudre progressive, la poudre sera alors une poudre 7 trous de même composition que celle dans la cartouche et dont le diamètre est une variable à optimiser. Une contrainte est ajoutée : la pression ne doit pas dépasser 1200 *bar*.

L'application du PSO avec 3 groupes de 5 particules donne alors les résultats suivants.

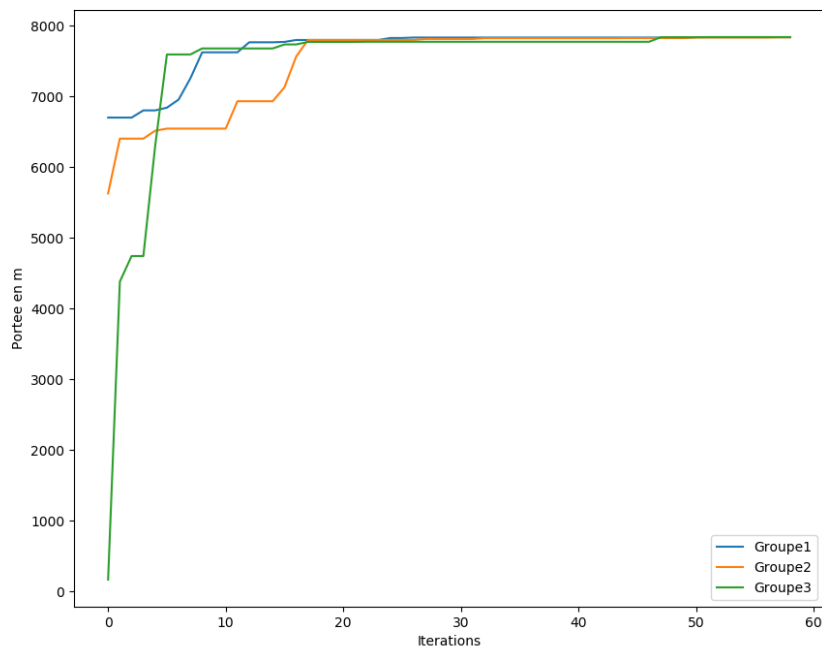


FIGURE 9.1 – Évolution de l'optimum trouvé de portée par chaque groupe à chaque itération.

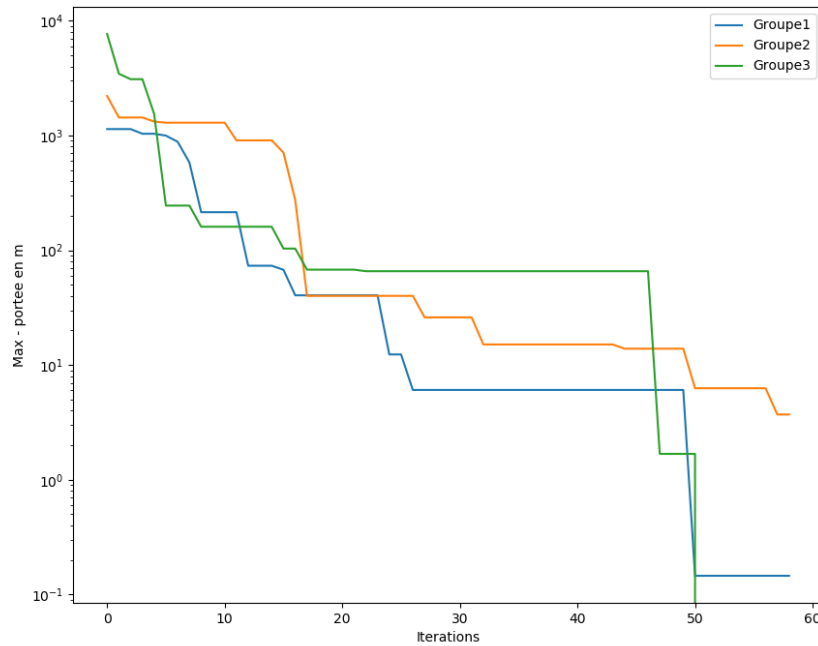


FIGURE 9.2 – Convergence de l’optimum trouvé de portée par chaque groupe à chaque itération ramenée à l’optimum final.

L’optimum trouvé atteint une portée de 7842 *m* avec une vitesse de sortie de 375.2 *m.s*⁻¹. Pour l’obtenir, il faut 1.992 *kg* de poudre, d’un rayon de 3.45 *mm* avec un projectile qui pèse 23 *kg*. Cependant, un industriel n’aura pas intérêt à ne regarder que l’optimum, souvent il sera plus pertinent d’étudier l’espace de paramètre qui vérifie les contraintes et dont la performance est supérieure à un certain seuil, lequel sera pris à 7800 *m* ici pour l’exemple. Pour visualiser cet espace, le PSO présente un bon avantage : il peut paver progressivement l’espace en stockant tous les points qui valident ces critères au cours de la convergence. Cela peut ne pas être suffisant pour observer correctement le volume de paramètres, il est possible d’utiliser un algorithme de Monte-Carlo pour combler l’espace vide, cette solution présente un grand désavantage lorsque le nombre de dimensions du problème va augmenter, la proportion de points dans l’espace d’intérêt va alors drastiquement diminuer. Pour palier à cela, une marche aléatoire partant d’une liste de point trouvé par le PSO générera probablement assez de points acceptables à chaque itération, et ce peu importe le nombre de dimensions.

Dans l’exemple présenté, lors de la convergence, 51 positions dans l’espace ont validé les critères suivants : pression maximale dans la chambre inférieure à 1200 *bar* et portée supérieure à 7800 *m*. Via la marche aléatoire, 3876 points ont été générés, ce qui donne le pavage visible sur les figures 9.3 et 9.4.

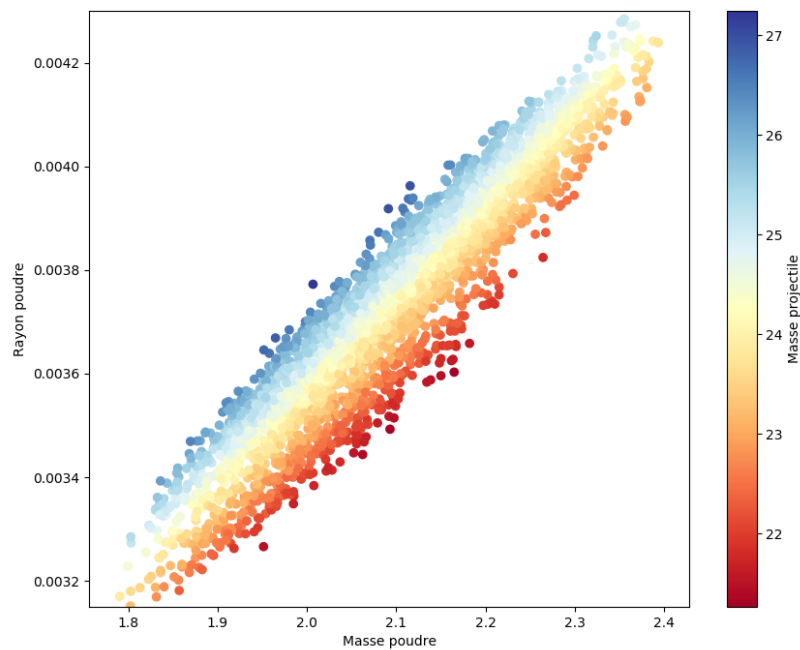


FIGURE 9.3 – Convergence de l'optimum trouvé de portée par chaque groupe à chaque itération ramenée à l'optimum final.

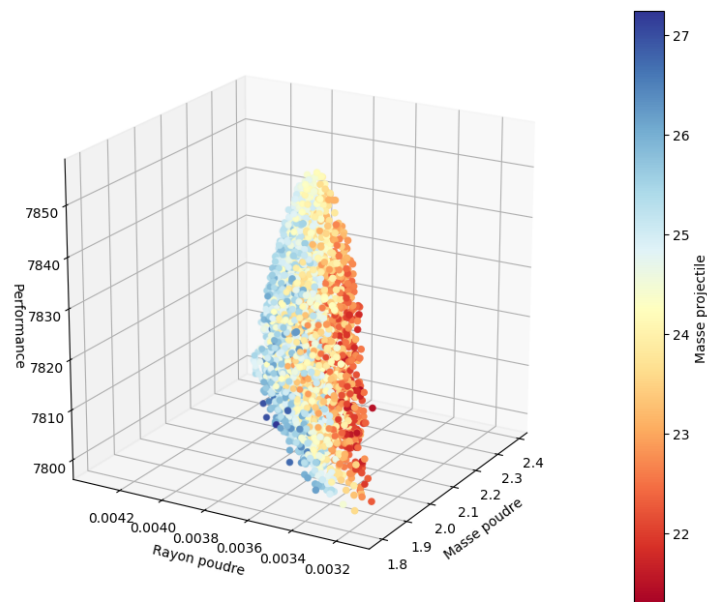


FIGURE 9.4 – Convergence de l'optimum trouvé de portée par chaque groupe à chaque itération ramenée à l'optimum final.

Conclusion

Conclusion et perspectives

Conclusion

A l'origine de cette thèse se trouve le besoin perpétuel de l'amélioration des performances des munitions. Le niveau d'optimisation atteint à ce jour oblige à la réalisation d'un nombre d'itérations toujours plus grand pour obtenir des gains de plus en plus fins. Il devient alors plus pertinent de s'investir dans le développement de modèles et de simulation les plus poussés possibles plutôt que de faire un nombre exponentiellement croissant d'essais, en particulier lorsque cela implique de la pyrotechnie. Cette démarche existe depuis plusieurs années pour l'étude des munitions de gros calibre pour des canons de 155mm ou 120mm à l'exception du mortier, pour qui il n'existe que très peu d'acteurs dans la communauté scientifique. C'est pourquoi, dans cette thèse, il a été proposé une amélioration ou la création de plusieurs modèles afin de compléter les éléments manquants pour restituer au mieux la physique de la propulsion d'une munition de mortier. C'est ce à quoi s'attache la première partie de ce manuscrit. Après un bref résumé de la démarche de modélisation en balistique intérieure, il est expliqué quelles sont les principales différences avec un canon classique et la manière de tenir compte de ces différences dans un modèle. Par la suite, un travail nouveau sur l'usage des équations de transport de distribution a été fait afin de tenir compte des imperfections géométriques des grains de poudre, mais également des hétérogénéités de combustion. Le mortier étant parmi les objets subissant le plus ces deux phénomènes. Cela a permis de répondre à une interrogation sur l'importance à attribuer aux effets des hétérogénéités locales de combustion en balistique intérieure en concluant sur le bien fondé de l'hypothèse d'homogénéité locale. Un bon modèle n'est pas exploitable sans bonnes données d'entrée. Toujours dans l'objectif de compléter les connaissances établies en BI, les vitesses de combustion sont connues sur des plages ne correspondant pas à celle du mortier. Ce qui justifie tout le travail qui a été réalisé pour faire une bonne caractérisation des poudres utilisées ici. Siège de combustion instationnaire, le mortier nécessite une compréhension plus fine de la combustion. Il était donc plus pertinent de faire une étude théorique et expérimentale afin d'obtenir les données manquantes, mais aussi les informations nécessaires à la bonne description de la phénoménologie de la dynamique du lit de poudre. Enfin, une fois les données et le modèle obtenus, il est alors possible d'évaluer la bonne qualité de ce dernier par la comparaison de ses prédictions avec des mesures expérimentales. Toute une campagne a été mise en place dans le but d'évaluer la capacité de prédiction des deux grandeurs qui intéressent un balisticien : la pression et la vitesse au cours de la mise en mouvement du projectile. Il en a résulté un bon accord pour ce que l'on peut attendre d'un modèle 0D. La précision des mesures obtenues par vélocimétrie hétérodyne a permis de démontrer l'existence du gain de vitesse dans la phase de balistique intermédiaire, phénomène négligé souvent arbitrairement. Ainsi, cela prouve qu'il existe un écart entre la vitesse prédite par les codes qui ignorent cette phase et la grandeur dont aura besoin un code de balistique extérieure pour prédire la portée de la munition. Grâce à ces expériences, un certain niveau de confiance est obtenu, suffisant pour en faire

une exploitation. Il faut alors revenir au besoin premier : la définition d'une munition pour obtenir une portée donnée. En tant que démonstrateur, un couplage avec un algorithme d'optimisation et un code de balistique extérieure a été fait pour mettre en évidence la démarche possible pour un ingénieur en balistique intérieure une fois le modèle obtenu. Cela permet à moindre coût de trouver des configurations de poudres optimisées et de déterminer des bornes au-delà desquelles il ne sera jamais possible d'aller.

En conclusion, il résulte de cette thèse un modèle simple mais fonctionnel auquel s'ajoute une meilleure compréhension de la combustion des poudres et de la quantification des phénomènes qui leur sont associés. La pertinence de ce type de travaux a été démontrée avec la bonne application au problème que se pose un ingénieur de ce domaine, à savoir la capacité à définir des poudres capables de produire une vitesse de sortie voulue tout en restant en dessous d'une pression maximale dans l'arme.

Perspectives

Il faut tout d'abord noter que l'évaluation du modèle 0D n'a pas été faite de la manière la plus rigoureuse possible. Ce qui a été fait relève plus d'un test qualitatif que d'une validation fine. Il serait très intéressant de produire des munitions dans le but d'éprouver les modèles afin d'en quantifier les limites et d'obtenir un niveau de confiance précis dans le but de ne pas surévaluer de potentiels résultats obtenus par SBIM.

Le principal problème mis en lumière dans ce manuscrit, mais qui reste sans réponse, est l'aspect instationnaire du lit de poudre. En effet, le mortier ne pouvant se passer d'une bonne modélisation lors de l'allumage et de la mise en mouvement de la poudre, il devient un excellent moyen pour évaluer ces modèles. Il sera donc très intéressant de poursuivre des travaux dans le but d'élaborer des modèles et des méthodes numériques capables de restituer fidèlement la dynamique présente dans la cartouche d'un mortier. Puis de les appliquer à des systèmes d'artillerie plus connus pour en évaluer l'impact par ailleurs.

Bibliographie

Bibliographie

- [1] R. Acharya and K. K. Kuo, "Finite element simulation of interior ballistic processes in 120-mm mortar system," in *Proc. of the 23rd International Symposium on Ballistics (Tarragona, Spain, 16-20 April 2007)*. Available at : http://www.mater.upm.es/isb2007/Proceedings/PDF/Volume_1, vol. 1, p. 2840, Citeseer, 2007. [iv](#), [8](#), [10](#)
- [2] R. D. Anderson, "IBHVG2 : Mortar Simulation With Interior Propellant Canister," Tech. Rep. ARL-TR-3760, Army Research Laboratory, Aberdeen Proving Ground, 2006. Section : Technical Reports. [iv](#), [10](#), [12](#), [14](#)
- [3] "STANAG 4367 - Thermodynamic Interior Ballistic PDF." [3](#)
- [4] V. L. Popov, "Coulomb's Law of Friction," in *Contact Mechanics and Friction : Physical Principles and Applications* (V. L. Popov, ed.), pp. 151–172, Berlin, Heidelberg : Springer, 2017. [6](#)
- [5] L. Neron and R. Saurel, "Noble–Abel/first-order virial equations of state for gas mixtures resulting from multiple condensed reactive materials combustion," *Physics of Fluids*, vol. 34, p. 016107, Jan. 2022. [7](#)
- [6] B. Diu, C. Guthmann, D. Lederer, and B. Roulet, *Éléments de physique statistique*, vol. 37. Editions Hermann, 1989. [7](#), [23](#)
- [7] G. Soave, "Improvement of the Van Der Waals equation of state," *Chemical Engineering Science*, vol. 39, pp. 357–369, Jan. 1984. [8](#)
- [8] P. Della Pietra and C. Reynard, "Numerical investigation for modeling interior ballistics two-phase flow," in *Proceedings of the European Forum on Ballistics of Projectiles*, pp. 137–148, 2000. [10](#), [13](#)
- [9] J. Nussbaum, *Modélisation et simulation numérique d'un écoulement diphasique de la balistique intérieure*. phdthesis, Université Louis Pasteur - Strasbourg I, Nov. 2007. [10](#), [14](#), [40](#), [45](#)
- [10] V. A. Arkhipov, V. E. Zarko, I. K. Zharova, A. S. Zhukov, E. A. Kozlov, D. D. Aksenenko, and A. V. Kurbatov, "Solid propellant combustion in a high-velocity cross-flow of gases (review)," *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, vol. 52, pp. 497–513, Sept. 2016. [13](#), [42](#)
- [11] M. R. Baer and J. W. Nunziato, "A two-phase mixture theory for the deflagration-to-detonation transition (ddt) in reactive granular materials," *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 12, pp. 861–889, Nov. 1986. [13](#)
- [12] M. D. Thanh, D. Kröner, and N. T. Nam, "Numerical approximation for a Baer–Nunziato model of two-phase flows," *Applied Numerical Mathematics*, vol. 61, pp. 702–721, May 2011. [13](#)
- [13] S. A. Tokareva and E. F. Toro, "HLLC-type Riemann solver for the Baer–Nunziato equations of compressible two-phase flow," *Journal of Computational Physics*, vol. 229, pp. 3573–3604, May 2010. [13](#)
- [14] B. Re and R. Abgrall, "A pressure-based method for weakly compressible two-phase flows under a Baer–Nunziato type model with generic equations of state

- and pressure and velocity disequilibrium," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 94, no. 8, pp. 1183–1232, 2022. _eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/fld.5087>. 13
- [15] P. J. Ferrara and J. D. Moore, "Method of characteristics simulation of interior ballistic processes of M1020 ignition cartridge in a 120-mm mortar system," *International Journal of Energetic Materials and Chemical Propulsion*, vol. 6, no. 5, 2007. Publisher : Begel House Inc. 14
- [16] S. Ergun and A. Orning, "Fluid Flow through Randomly Packed Columns and Fluidized Beds," *ACS Publications*, 1949. 14
- [17] S. Ergun, "Fluid flow through packed columns," *Chem. Eng. Prog.*, vol. 48, pp. 89–94, 1952. 14
- [18] S. P. Burke and W. B. Plummer, "Gas flow through packed columns1," *Industrial & Engineering Chemistry*, vol. 20, no. 11, pp. 1196–1200, 1928. Publisher : ACS Publications. 14
- [19] L. D. Harrison, K. M. Brunner, and W. C. Hecker, "A Combined Packed-Bed Friction Factor Equation : Extension to Higher Reynolds Number with Wall Effects," *AIChE Journal*, vol. 3, no. 59, pp. 703–706, 2013. 15
- [20] J. A. Tallmadge, "Packed bed pressure drop—an extension to higher Reynolds numbers," *AIChE Journal*, vol. 16, no. 6, pp. 1092–1093, 1970. Publisher : Wiley Online Library. 15
- [21] M. Pautard, C. Chauveau, and F. Halter, "Modelling of the internal ballistics of mortar including polydisperse gunpowder size," June 2022. 17, 31, 45
- [22] S. Rigopoulos, "Population balance modelling of polydispersed particles in reactive flows," *Progress in Energy and Combustion Science*, vol. 36, pp. 412–443, Aug. 2010. 18
- [23] I. A. Semenov and B. V. Matsevich, "Dynamic Features of Combustion of Polydisperse Aluminum Powders in a Gas," *Combustion, Explosion and Shock Waves*, vol. 41, pp. 430–434, July 2005. 18, 20
- [24] D. B. Spalding, "The SHADOW method of particle-size calculation in two-phase combustion. 19th Symp.(Int) on Combustion," *The Combustion Institute, Pittsburgh*, 1982. 18
- [25] D. F. Aldis and D. Gidaspow, "Combustion of a polydispersed solid using a particle population balance," *Powder Technology*, vol. 57, pp. 281–294, Apr. 1989. 18, 24, 31
- [26] M. Pautard, C. Chauveau, and F. Halter, "THEORETICAL INVESTIGATION ON COMBUSTION HETEROGENEITY IN INTERIOR BALLISTICS OF MORTAR USING POPULATION BALANCE EQUATION," *International Journal of Energetic Materials and Chemical Propulsion*, vol. 23, no. 2, 2024. Publisher : Begel House Inc. 23
- [27] C. Z. Cheng and G. Knorr, "The integration of the vlasov equation in configuration space," *Journal of Computational Physics*, vol. 22, pp. 330–351, Nov. 1976. 24
- [28] F. Filbet, *Contribution à l'analyse et la simulation numérique de l'équation de Vlasov*. phdthesis, Université Henri Poincaré - Nancy 1, July 2001. 24
- [29] S. Rigopoulos, "PDF method for population balance in turbulent reactive flow," *Chemical Engineering Science*, vol. 62, pp. 6865–6878, Dec. 2007. 24, 25
- [30] Q. Hu, S. Rohani, and A. Jutan, "New numerical method for solving the dynamic population balance equations," *AIChE Journal*, vol. 51, no. 11, pp. 3000–3006, 2005. _eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/aic.10585>. 24
- [31] G. H. Burgin, "Comment on the Runge-Kutta-Merson Algorithm," *SIMULATION*, vol. 15, pp. 89–91, Aug. 1970. Publisher : SAGE Publications Ltd STM. 25

- [32] M. Q. Brewster and T. Jackson, "Modeling and numerical simulation of solid propellant combustion," *Annual Review of Heat Transfer*, vol. 14, 2005. Publisher : Begel House Inc. 36
- [33] J. Wang and C. A. Wight, "Use of Condensed-Phase Reaction Models in Combustion Simulation of Energetic Materials," *Journal of Propulsion and Power*, vol. 24, no. 2, pp. 175–183, 2008. Publisher : American Institute of Aeronautics and Astronautics _eprint : <https://doi.org/10.2514/1.27312>. 37
- [34] G. Lengelle, J. Duterque, and J. F. Trubert, "Combustion of Solid Propellants," tech. rep., OFFICE NATIONAL D'ETUDES ET DE RECHERCHES AEROSPATIALES CHATILLON (FRANCE) ENERGETICS DEPT, May 2002. Section : Technical Reports. 38, 45
- [35] A. Mouze, "'Modélisation de la combustion stationnaire et instationnaire de propergols solides composites pour moteur fusée'," stage, ONERA, 2018. 38
- [36] M. Q. Brewster, M. J. Ward, and S. F. Son, "Simplified combustion modeling of double base propellant : gas phase chain reaction vs. Thermal decomposition," *Combustion Science and Technology*, vol. 154, no. 1, pp. 2–30, 2000. Publisher : Taylor & Francis. 38
- [37] B. V. Novozhilov, "Theory of nonsteady burning and combustion stability of solid propellants by the Zeldovich-Novozhilov method," *Nonsteady burning and combustion stability of solid propellants(A 92-43451 18-28)*. Washington, DC, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 1992,, pp. 601–641, 1992. 38
- [38] T. L. Jackson, L. Massa, and M. Q. Brewster, "Unsteady combustion modelling of energetic solids, revisited," *Combustion Theory and Modelling*, vol. 8, no. 3, pp. 513–532, 2004. Publisher : Taylor & Francis. 38, 39
- [39] M. Q. Brewster, V. Yang, T. B. Brill, and W. Z. Ren, "Solid propellant combustion response : quasi-steady (QSHOD) theory development and validation," *Solid propellant chemistry, combustion, and motor interior ballistics*, vol. 185, pp. 607–638, 2000. Publisher : American Institute of Aeronautics and Astronautics Washington, DC, USA. 38, 39
- [40] M. W. Beckstead, K. Puduppakkam, P. Thakre, and V. Yang, "Modeling of combustion and ignition of solid-propellant ingredients," *Progress in Energy and Combustion Science*, vol. 33, pp. 497–551, Dec. 2007. 40
- [41] A. D. Baer and N. W. Ryan, "An approximate but complete model for the ignition response of solidpropellants.," *AIAA Journal*, vol. 6, no. 5, pp. 872–877, 1968. 40
- [42] A. Linan and F. A. Williams, "Radiant ignition of a reactive solid with in-depth absorption," *Combustion and Flame*, vol. 18, no. 1, pp. 85–97, 1972. Publisher : Elsevier. 40
- [43] L. Gusachenko and V. Zarko, "Erosive burning. Modeling problems," *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, vol. 43, pp. 286–296, May 2007. 41
- [44] V. K. Bulgakov and A. M. Lipanov, "Theory of erosive burning of solid propellants," *M. : Nauka*, 2001. 41
- [45] K. O. Sabdenov, "On the threshold nature of erosive burning," *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, vol. 44, p. 300, May 2008. 41
- [46] K. O. Sabdenov and M. Erzada, "Simulation of Combustion of Solid High-Energy Materials with Account for Erosive Effects," *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, vol. 55, pp. 156–166, Mar. 2019. 41
- [47] J. Zhang and T. L. Jackson, "A model for erosive burning of homogeneous propellants," *Combustion and Flame*, vol. 157, pp. 397–407, Feb. 2010. 41, 43

- [48] R. Zhang, X. Rui, Y. Wang, and C. Li, "Study on dynamic burning rate equation of propellant," *Propellants, Explosives, Pyrotechnics*, vol. 42, no. 6, pp. 683–690, 2017. Publisher : Wiley Online Library. 41
- [49] H. S. Mukunda and P. J. Paul, "Universal behaviour in erosive burning of solid propellants," *Combustion and Flame*, vol. 109, pp. 224–236, Apr. 1997. Number : 1-2 Publisher : Elsevier Science. 41
- [50] K. O. Sabdenov and M. Erzada, "Anomalous Effect of Turbulence on the Combustion Rate of a High-Energy Solid Material," *Russian Journal of Physical Chemistry B*, vol. 12, pp. 890–898, Sept. 2018. 43
- [51] V. B. Novozhilov and B. V. Novozhilov, *Theory of Solid-Propellant Nonsteady Combustion*. John Wiley & Sons, 2020. 43
- [52] J. Glorian, J. Ehrhardt, and B. Baschung, "Estimating ignition delay times of nitroglycerin : A chemical kinetic modeling study," *Combustion Science and Technology*, vol. 0, no. 0, pp. 1–15, 2022. Publisher : Taylor & Francis _eprint : <https://doi.org/10.1080/00102202.2022.2081806>. 45
- [53] J. Ehrhardt, J. Glorian, L. Courty, B. Baschung, and P. Gillard, "Detailed kinetic mechanism for nitrocellulose low temperature decomposition," *Combustion and Flame*, vol. 258, p. 113057, Dec. 2023. 45
- [54] H. P. Gavin, "The Levenberg-Marquardt algorithm for nonlinear least squares curve-fitting problems," *Department of Civil and Environmental Engineering, Duke University* <http://people.duke.edu/hpgavin/ce281/lm.pdf>, pp. 1–19, 2019. 47
- [55] S. Kajitani, S. Hara, and H. Matsuda, "Gasification rate analysis of coal char with a pressurized drop tube furnace," *Fuel*, vol. 81, pp. 539–546, Mar. 2002. 55
- [56] S.-W. Du, W.-H. Chen, and J. A. Lucas, "Pulverized coal burnout in blast furnace simulated by a drop tube furnace," *Energy*, vol. 35, pp. 576–581, Feb. 2010. 55
- [57] K. Matsuoka, Z.-x. Ma, H. Akiho, Z.-g. Zhang, A. Tomita, T. H. Fletcher, M. A. Wójtcowicz, and S. Niksa, "High-Pressure Coal Pyrolysis in a Drop Tube Furnace," *Energy & Fuels*, vol. 17, pp. 984–990, July 2003. Publisher : American Chemical Society. 55
- [58] V. Tank, "A spectroscopic blackbody radiance calibration procedure with inherent source temperature calibration," *Infrared Physics*, vol. 29, pp. 209–210, May 1989. 59
- [59] A. Cezairliyan and J. L. McClure, "High-Speed (Subsecond) Measurement of Heat Capacity, Electrical Resistivity, and Thermal Radiation Properties of Tungsten in the Range 2000 to 3600 K," *Journal of Research of the National Bureau of Standards. Section A, Physics and Chemistry*, vol. 75A, no. 4, pp. 283–290, 1971. 59
- [60] S. Karnani and D. Dunn-Rankin, "Visualizing CH* chemiluminescence in sooting flames," *Combustion and Flame*, vol. 160, pp. 2275–2278, Oct. 2013. 61
- [61] V. Kovács, Bereczky, and G. Gróf, "Comparative analysis of renewable gaseous fuels by flame spectroscopy," in *3rd European combustion meeting*, pp. 1–4, 2007. 61
- [62] G. H. Atkinson, A. H. Laufer, and M. J. Kurylo, "Detection of free radicals by an intracavity dye laser technique," *The Journal of Chemical Physics*, vol. 59, pp. 350–354, Sept. 2003. 61
- [63] R. W. Schefer, W. D. Kulatilaka, B. D. Patterson, and T. B. Settersten, "Visible emission of hydrogen flames," *Combustion and Flame*, vol. 156, pp. 1234–1241, June 2009. 61
- [64] G. Boutoux, J.-M. Chevalier, M. Arrigoni, L. Berthe, R. Beuton, B. Bicrel, A. Galtié, D. Hébert, J. Le Clanche, S. Loillier, D. Loison, P. Maury, Y. Raffray, and L. Videau, "Experimental evidence of shock wave measurements with low-velocity (<100 m s⁻¹) and fast dynamics (<10 ns) capabilities using a coupled photonic Doppler velocimetry (PDV) and triature velocity interferometer system for any reflector (VISAR) diagnostic," *Review of Scientific Instruments*, vol. 94, p. 033905, Mar. 2023. 66

- [65] D.-T. Wang and Q.-X. PENG, "Application of Laser Velocity Interferometry in Interior Ballistic Projectile Velocity Measurement—Chinese Journal of High Pressure Physics201102," 2011. 66
- [66] S. Poeuf, *Équations d'état des produits de détonation des explosifs solides*. PhD Thesis, 2018. 66
- [67] R. Trębiński and M. Czyżewska, "Estimation of the Increase in Projectile Velocity in the Intermediate Ballistics Period," *Central European Journal of Energetic Materials*, no. Vol. 12, no. 1, pp. 63–76, 2015. 71
- [68] R. Trębiński and M. Czyżewska, "An Approximate Model for the Theoretical Prediction of the Velocity Increase in the Intermediate Ballistics Period," *Central European Journal of Energetic Materials*, no. Vol. 12, no. 1, pp. 77–88, 2015. 71
- [69] K. Li and X. Zhang, "Using NSGA-II and TOPSIS Methods for Interior Ballistic Optimization Based on One-Dimensional Two-Phase Flow Model," *Propellants, Explosives, Pyrotechnics*, vol. 37, no. 4, pp. 468–475, 2012. _eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/prep.201000113>. 78
- [70] Y. Jiang, T. Hu, C. Huang, and X. Wu, "An improved particle swarm optimization algorithm," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 193, pp. 231–239, Oct. 2007. 78

Nomenclature

α_2	Fraction massique de solide
$\Delta_r U$	Energie interne de réaction
ϵ	Facteur correctif de la vitesse de combustion
γ	Ratio des capacités thermiques
λ	Longueur d'onde
λ_g	Conductivité thermique du gaz
λ_s	Conductivité thermique du solide
μ	Viscosité
Ω_s	Taux de réaction
ρ	Masse volumique
ρ_s	Masse volumique de la poudre
A	Surface du canal entre les deux chambres
A_g	Coefficient préexponentiel de la réaction en phase gaz
A_s	Coefficient préexponentiel de la réaction en phase solide
A_{gp}	Surface totale de poudre
A_{grain}	Surface d'un grain de poudre
b	Covolume
c	Vitesse de la lumière
D	Diamètre hydraulique
D_m	Débit de gaz
$D_{m\ solide}$	Débit de poudre
e_b	Epaisseur de poudre brûlée
E_s	Energie d'activation
f	Fonction de densité de probabilité
$F_{frottement}$	Force de frottement
g	Constante gravitationnelle
h	Constante de planck
k_b	Constante de Boltzmann
L_λ	Luminance énergétique spectrale

L_{canon}	Longueur du canon
m	Masse
m_0	Masse initiale de poudre
m_g	Masse de gaz
m_{poudre}	Masse de poudre
M_{proj}	Masse du projectile
N_{grain}	Nombre de grain
P	Pression
P_{lim}	Pression de la limite sonique
Q_s	Energie interne de réaction de la phase solide
R	Constante universelle des gaz parfaits
r	Constante universelle des gaz parfaits spécifique
r_b	Vitesse de regression de la poudre
R_c	Rayon du canon
Re	Nombre de Reynolds
S_T	Surface de poudre totale
S_{grain}	Surface extérieure d'un grain de poudre
S_{proj}	Surface poussant le projectile
T	Température
T_0	Température initiale
T_s	Température de surface du solide
U	Energie interne
u	Vitesse
u_i	Vitesse d'écoulement dans le canal
u_p	Vitesse de transport de la poudre
v	Vitesse de transport
V_T	Volume de poudre totale
$V_{\text{cartouche}}$	Volume interne de la cartouche
V_c	Vitesse de combustion
V_{gp}	Volume total de poudre
V_{grain}	Volume d'un grain de poudre
V_{grain}	Volume d'un grain
v_{proj}	Vitesse du projectile
z	Fraction massique de poudre ayant réagi

Liste des figures

1.1	heading	3
2.1	Schéma du système propulsif du mortier sans poudre présente initialement dans la chambre principale.	9
2.2	Schéma du système du système d'équation.	11
3.1	a) Surface moyenne en tenant compte de la distribution, b) Surface d'un grain moyen.	21
3.2	a) Avec l'ajout de la distribution de taille de grain initiale, b) Pression obtenue par SBIM pour le mortier de 140 mm.	21
3.3	a) Pression obtenue par SBIM pour le mortier de 140 mm avec une poudre tubulaire, b) Avec l'ajout de la distribution de taille de grain initiale.	22
4.1	Évolution de la pression pour différents web, (a) $web = 0,22mm$, (b) $web = 0,26mm$, (c) $web = 0,3mm$	27
4.2	Surface totale de poudre dans la chambre principale au cours du temps pour différents web, (a) $web = 0,22mm$, (b) $web = 0,26mm$, (c) $web = 0,3mm$	27
4.3	Surface totale de poudre dans la chambre principale au cours du temps avec (b) ou sans (a) distribution initiale.	28
4.4	Surface d'un grain de poudre avec (a) ou sans (b) distribution initiale.	29
4.5	Surface totale de poudre dans la chambre principale au cours du temps avec la PBE (a) ou en supposant les grains homogènes localement (b).	29
4.6	Surface totale de poudre dans la principale au cours du temps avec la PBE (a) ou avec l'homogénéité locale et une distribution initiale réaliste $\sigma = 5.10^{-5} m$ (b).	31
5.1	Comparaison entre la vitesse de combustion prédite par WSB avec et sans instationnarité.	39
5.2	Comparaison entre la vitesse de combustion prédite par WSB avec et sans instationnarité lors d'une chute de pression de 600 à 90 bars selon une décroissance exponentielle de temps caractéristique de $10^{-4} s$	40
5.3	Ajustement affine de la dépendance relative de WSB à la conductivité thermique du gaz.	42
6.1	Évolution de la température d'un mélange NC-NG au cours de sa réaction.	46
6.2	Évolution de la température d'un mélange NC-NG au cours de sa réaction pour différentes pressions.	48
6.3	Variation de l'enthalpie d'un mélange NC-NG au cours de sa réaction pour différentes pressions.	49
6.4	Logarithme de la dérivée de l'enthalpie à 1000 K en fonction du Logarithme de la pression avec a) un ajustement de 1 bar à 500 bar et b) un ajustement de 50 bar à 500 bar.	50

6.5	Logarithme de la dérivée de l'enthalpie à 1000 K en fonction du Logarithme de la pression avec a) un ajustement de 50 <i>bar</i> à 500 <i>bar</i> avec l'enveloppe à 0,95 (c).	50
6.6	Profil de flamme à 158 <i>bar</i> via la cinétique chimique (a) et par WSB ajusté sur la zone 700 – 1100 K (c) ou ajusté sur la totalité (b).	51
6.7	Zoom du profil de flamme à 158 <i>bar</i> via la cinétique chimique (a) et par WSB ajusté sur la zone 700 – 1100 K (c) ou ajusté sur la totalité (b).	52
6.8	Zoom du profil de flamme via la cinétique chimique (a) et par WSB ajusté sur la zone 700 – 1100 K (b) avec l'enveloppe à 0,95 (c).	53
6.9	Vitesse de combustion obtenue par WSB avec la cinétique théorique.	54
7.1	Configuration de l'enceinte pressurisée et ses instruments et son schéma représentatif.	56
7.2	Mesure de l'épaisseur d'une paillette de poudre de mortier.	57
7.3	Instants de la combustion de la poudre vus par caméra rapide a) apparition de la première flamme, b) combustion sur uniquement une des deux faces, c) combustion totale et d) fin de combustion.	58
7.4	Comparaison entre les différentes prédictions de WSB et les mesures de vitesse de combustion par caméra rapide.	59
7.5	Exemple de spectre du tungstène au cours d'un essai.	60
7.6	Exemple de spectre de flamme.	60
8.1	Schéma du montage expérimental.	66
8.2	Réglage de l'alignement de la tête optique sur la trajectoire du nez de la munition.	67
8.3	Position de référence du projectile lorsque la perte d'étanchéité a lieu.	67
8.4	Comparaison entre SBIM et les capteurs de pression à faible charge.	68
8.5	Comparaison entre SBIM et la VH à faible charge.	68
8.6	Comparaison entre SBIM et les capteurs de pression à charge intermédiaire.	69
8.7	Comparaison entre SBIM et la VH à charge intermédiaire.	69
8.8	Comparaison entre SBIM et les capteurs de pression à charge maximale.	70
8.9	Comparaison entre SBIM et la VH à charge maximale.	70
8.10	Champs de pression autour de la munition au cours de sa sortie du canon obtenu par LS-Dyna.	72
8.11	Position du projectile à différents instants a) position de référence où la perte d'étanchéité a lieu, b) premier instant où le projectile est entièrement sortie du canon et c) la munition est à sa vitesse maximale.	73
8.12	Comparaison entre SBIM+LS-Dyna et la VH à faible charge.	74
8.13	Comparaison entre SBIM+LS-Dyna et la VH à charge intermédiaire.	74
8.14	Comparaison entre SBIM+LS-Dyna et la VH à charge maximale.	75
9.1	Évolution de l'optimum trouvé de portée par chaque groupe à chaque itération.	79
9.2	Convergence de l'optimum trouvé de portée par chaque groupe à chaque itération ramenée à l'optimum final.	80
9.3	Convergence de l'optimum trouvé de portée par chaque groupe à chaque itération ramenée à l'optimum final.	81
9.4	Convergence de l'optimum trouvé de portée par chaque groupe à chaque itération ramenée à l'optimum final.	81

Liste des tableaux

3.1	Vitesse de bouche	22
3.2	Pression maximale dans la chambre	22
4.1	Projectile launch system data	26
4.2	Caractéristiques de la poudre	26
4.3	Comparaison pour différents nombres de cellules du maillage et l'hypothèse homogène.	30
8.1	Gain de vitesse relatif par la formule analytique (8.2).	72
9.1	Table de C_x	79

Matthias PAUTARD

Simulation de la balistique intérieure du mortier

Résumé :

La propulsion des munitions de mortier n'a encore jamais donné lieu à la mise en place de modèles de simulation spécifiques en raison notamment des coûts encore raisonnables des méthodes d'expérimentation. L'optimisation des chargements propulsifs requiert cependant la conduite d'études théoriques permettant de mieux cerner les phénomènes intervenant dans la phase de propulsion des projectiles dans l'arme. L'accessibilité de moyens de simulation importants s'est par ailleurs considérablement accrue ces dernières années, permettant à des domaines comme celui de l'artillerie d'en tirer profit. Approfondir les connaissances théoriques de la balistique intérieure des mortiers tout en s'appuyant sur des moyens numériques poussés constitue ainsi l'objectif des travaux envisagés.

THALES cherche à améliorer sa compréhension des phénomènes physico-chimiques qui se déroulent lors de la phase de propulsion des obus de mortier. Pour cela, il a été mis en place des études théoriques, expérimentales et numériques. Un intérêt commun s'établirait alors avec le laboratoire ICARE, ces activités impliquant des simulations diphases ainsi que des phénomènes de combustion des matériaux énergétiques solides, sujets actuellement en cours d'étude.

combustion, balistique interieure, mortier, PBE, cinétique

Simulation of interior ballistic of mortar

Abstract :

The propulsion of mortar ammunition has not given rise to the establishment of specific simulation models due to the still reasonable costs of the experimental methods. The optimization of the propellant charges, however, requires the conduct of theoretical studies to better identify the phenomena involved in the propulsion phase of projectiles in the weapon. The accessibility of simulation assets has increased in recent years, allowing fields such as interior ballistics to benefit from them. To deepen the theoretical knowledge of the internal ballistics of mortars while relying on advanced digital means is thus the objective of the work.

THALES seeks to improve its understanding of the physico-chemical phenomena that take place during the propulsion phase of mortar shells. It is therefore desirable to set up theoretical, experimental and numerical studies. A common interest would then be established with the ICARE laboratory, these activities involving two-phase simulations as well as combustion phenomena of solid energetic materials, subjects currently under study.

combustion, interior ballistic, mortar, PBE, kinetic